

58. ročník matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z8

In: Karel Horák (editor); Martin Mareš (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 58. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2008/2009. 50. mezinárodní matematická olympiáda. 21. mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2011. pp. 131–133.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405177>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z8

Texty úloh

Z8 – I – 1

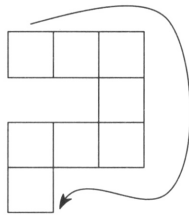
Myslím si nezáporné číslo ve tvaru zlomku s celočíselným čitatelem a jmenovatelem 12. Když je napíšeš ve tvaru desetinného čísla, bude mít před i za desetinnou čárkou po jedné číslici, obě tyto číslice budou nenulové. Čísel, která mají obě uvedené vlastnosti, je více. Pokud je však seřadím od nejmenšího po největší, bude to „moje“ předposlední.

Jaké číslo si myslím?

(S. Bednářová)

Z8 – I – 2

Na každou stěnu hrací kostky jsme napsali jiné prvočíslo menší než 20 tak, aby součty dvou čísel na protilehlých stěnách byly vždy stejné. Kostku jsme položili na první políčko plánu na obr. 47. Potom jsme kostku



Obr. 47

převraceli naznačeným směrem po plánu. Při každém dotyku kostky s plánem jsme na odpovídající políčko napsali číslo, kterým se ho kostka dotkla.

Kterým svým číslem se kostka plánu nedotkla, jestliže součet všech napsaných čísel byl 86?

(Plán je tvořen čtverci, které jsou stejně velké jako stěny kostky.)

(M. Dillingerová)

Z8 – I – 3

Grafik v redakci novin dostal dva obrázky, aby je umístil k článku. První originál byl 13 cm široký a 9 cm vysoký, druhý měřil na šířku 14 cm a na výšku 12 cm. Grafik se rozhodl umístit obrázky na stránku vedle sebe tak, aby se dotýkaly a aby oba měly stejnou výšku. Po vytištění měly obrázky dohromady zaujímat šířku 18,8 cm. Obrázky tedy vhodně zmenšil, aniž by je jakkoli ořezával.

Jaká bude výška vytištěných obrázků? (L. Šimůnek)

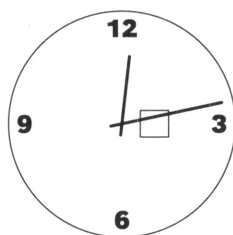
Z8 – I – 4

Máme dány tři navzájem různé nenulové číslice. Na tabuli napíšeme všechna trojčíferná čísla, která lze složit z těchto číslic, přičemž pro každé číslo použijeme všechny tři číslice. Součet napsaných čísel je 1 776.

Se kterými třemi číslicemi jsme pracovali? Určete všechna řešení. (L. Šimůnek)

Z8 – I – 5

Na věži radnice jsou hodiny, které mají blízko středu ciferníku dvířka používaná při údržbě (obr. 48). Dvířka se však otevírají ven, což je nepraktické — například přesně v 12:09 zakryje velká ručička dvířka, která pak nejdou otevřít po dobu, jež končí přesně v 12:21.



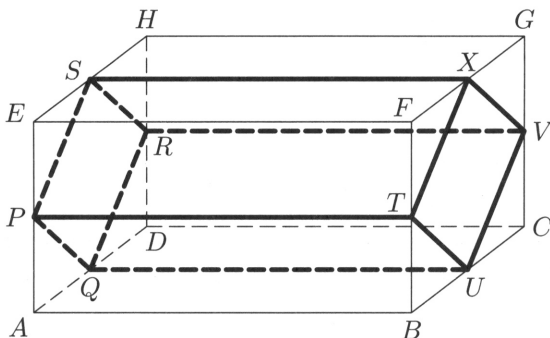
Obr. 48

Kolik minut denně dvířka nelze otevřít?

(Nezapomeňte, že dvířka může zakrýt i malá ručička; celá dvířka leží v kruhu, který tato ručička opisuje.) (L. Šimůnek)

Z8 – I – 6

V kvádru $ABCDEFGH$ je umístěno těleso $PQRSTUVX$, jehož vrcholy jsou středy hran kvádru (obr. 49).



Obr. 49

Vypočtete objem a povrch tělesa, je-li: $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 6$ cm, $|BF| = 4$ cm. (M. Krejčová)

Z8 – II – 1

U lesa, který měl tvar rovnoramenného trojúhelníku, se u jednoho z jeho vrcholů utábořili Ivo s Petrem. Uprostřed protilehlé strany byla studánka. Chlapci se rozhodli, že k ní nepůjdou lesem, ale po jeho obvodu. Každý vyšel jiným směrem, ale oba rychlostí 4 km/h. Ivo dorazil ke studánce za 15 minut, Petr za 12. Jak dlouhé byly strany „lesního“ trojúhelníku? (Délky stran zaokrouhlete na celé metry.) (M. Volfová)

Z8 – II – 2

Eva psala po sobě jdoucí přirozená čísla: 1234567891011... Jakou číslici napsala na 2009. místě? (M. Volfová)

Z8 – II – 3

Tři daná přirozená čísla jsou seřazena podle velikosti. Určete je na základě následujících informací:

- ▷ aritmetický průměr daných tří čísel je roven prostřednímu z nich,
- ▷ rozdíl některých dvou daných čísel je 321,
- ▷ součet některých dvou daných čísel je 777. (L. Šimůnek)