

59. ročník matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z7

In: Zdeněk Dvořák (editor); Karel Horák (editor); Daniel Král (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 59. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2009/2010. 51. mezinárodní matematická olympiáda. 22. mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012. pp. 128–130.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405197>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z7

Texty úloh

Z7 – I – 1

Do prodejny vína se v noci vloupal kocour. Vyskočil na polici, na níž byly v dlouhé řadě vyrovnány lahve s vínem — první třetina lahví zkraje stála po 160 Kč, následující třetina lahví stála po 130 Kč a poslední třetina po 100 Kč. Nejprve kocour shodil na zem lahev za 160 Kč, která stála úplně na začátku řady, a pak postupoval dále a shazoval bez vynechání jednu lahev za druhou. Než ho to přestalo bavit, srazil 25 lahví a ty se všechny rozbily. Ráno majitel zalitoval, že kocour nezačal se svým řádním na druhém okraji police. I kdyby totiž rozbil stejný počet lahví, byla by škoda o 660 Kč menší. Kolik lahví bylo původně na polici?

(L. Šimůnek)

Z7 – I – 2

Na tabuli jsou napsaná tři přirozená čísla a , b , c , pro která platí:

- ▷ největší společný dělitel čísel a , b je 15,
- ▷ největší společný dělitel čísel b , c je 6,
- ▷ součin čísel b , c je 1 800,
- ▷ nejmenší společný násobek čísel a , b je 3 150.

Která to jsou čísla?

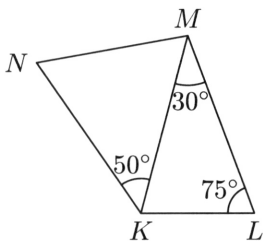
(L. Šimůnek)

Z7 – I – 3

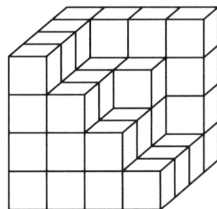
Ve čtyřúhelníku $KLMN$ známe vyznačené úhly a víme, že platí $|KN| = |LM|$ (obr. 40). Jaká je velikost úhlu KNM ? (L. Hozová)

Z7 – I – 4

Krychle byla složena z 64 krychlíček o hraně 2 cm. Pak bylo několik krychlíček z viditelné strany odebráno (obr. 41).



Obr. 40



Obr. 41

1. Jaký je objem a jaký povrch získaného tělesa?
2. Těleso bylo po celém povrchu natřeno červeně, pak rozebráno na původní krychličky. Kolik z nich mělo 6, kolik 5, 4, 3, 2, 1 či žádnou stěnu červenou? *(M. Volfová)*

Z7 – I – 5

Na číselné ose jsou znázorněna čísla $12x$ a $-4x$ (obr. 42). Znázorni na této ose nulu a číslo x . *(M. Petrová)*



Obr. 42

Z7 – I – 6

Doplňte místo hvězdiček číslice tak, aby součet výsledků následujících dvou příkladů byl 5842:

$$\begin{array}{r}
 *2*7 \\
 3*4* \\
 \hline
 4*0*
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 2*9* \\
 -*254 \\
 \hline
 *5**
 \end{array}$$

Úloha má více řešení, určete alespoň dvě. *(M. Dillingerová)*

Z7 – II – 1

Křemílek a Vochomůrka našli bedničku s pokladem. Každý z nich si nabral do jedné kapsy stříbrné mince a do druhé kapsy zlaté mince. Křemílek měl v pravé kapse díru a cestou polovinu svých zlatek ztratil. Vochomůrka měl díru v levé kapse a cestou domů ztratil polovinu svých stříbrňáků. Doma věnoval Vochomůrka třetinu svých zlatek Křemílkovi

a Křemílek čtvrtinu svých stříbrňáků Vochomůrkovi. Každý potom měl přesně 12 zlatek a 18 stříbrňáků. Kolik zlatek a kolik stříbrňáků si vzal každý z nich z nalezeného pokladu? *(M. Dillingerová)*

Z7 – II – 2

Na tabuli jsou napsána tři přirozená čísla x , y a z . Určete která, pokud víte, že současně platí:

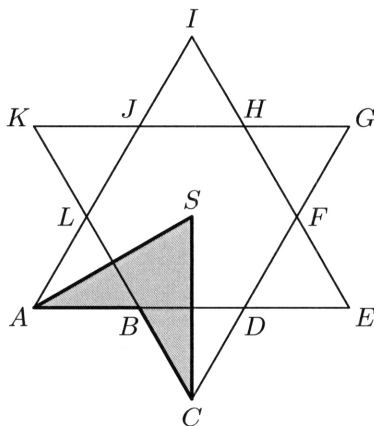
- ▷ x je z nich největší,
- ▷ nejmenší společný násobek čísel x a y je 200,
- ▷ nejmenší společný násobek čísel y a z je 300,
- ▷ nejmenší společný násobek čísel x a z je 120.

(L. Šimůnek)

Z7 – II – 3

Pravidelná šesticípá hvězda $ABCDEFGHIJKL$ se středem S , znázorněná na obr. 43, vznikla sjednocením dvou rovnostranných trojúhelníků, z nichž každý měl obsah 72 cm^2 . Vypočítejte obsah čtyřúhelníku $ABCS$.

(S. Bednářová)



Obr. 43