

59. ročník matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z9

In: Zdeněk Dvořák (editor); Karel Horák (editor); Daniel Král (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 59. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2009/2010. 51. mezinárodní matematická olympiáda. 22. mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012. pp. 134–138.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405199>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z9

Texty úloh

Z9 – I – 1

Dostal jsem zadána dvě přirozená čísla. Poté jsem je obě zaokrouhlil na desítky. Určete, která čísla jsem měl zadána, pokud víte, že:

- ▷ podíl zaokrouhlených čísel je stejný jako podíl čísel původních,
- ▷ součin zaokrouhlených čísel je o 295 větší než součin původních čísel,
- ▷ součet zaokrouhlených čísel je o 6 větší než součet původních čísel.

(*L. Šimůnek*)

Z9 – I – 2

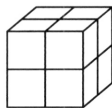
Pat a Mat byli na výletě. Vyšli ráno po osmé hodině, kdy velká a malá ručička na Patových hodinkách ležely v opačných polopřímkách. V opačných polopřímkách byly ručičky Patových hodinek, i když se oba přátelé před polednem vrátili. Mat dobu výletu měřil na stopkách. Určete i vy s přesností na sekundy, jak dlouho trvala cesta. Předpokládejte, že Patovy hodinky a Matovy stopky šly přesně.

(*M. Volfová*)

Z9 – I – 3

Na obr. 45 je krychle o hraně 2 cm tvořená osmi krychličkami s hranou 1 cm. Osm stěn krychlíček je obarveno černě, ostatní jsou bílé. Přitom z nich lze složit krychli, jejíž povrch je bílý. Kolika způsoby mohou být krychličky obarveny? Předpokládejte, že stejně obarvené krychličky nedokážeme odlišit, mohou se tedy zaměnit.

(*K. Pazourek*)



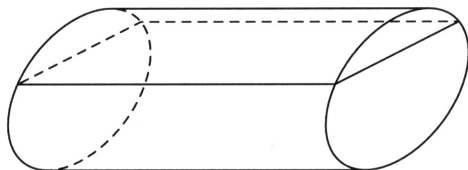
Obr. 45

Z9 – I – 4

Adam a Eva dostali košík, ve kterém bylo 31 jablek. První den snědla Eva tři čtvrtiny toho, co snědl Adam. Druhý den snědla Eva dvě třetiny toho, co snědl týž den Adam. Druhého dne večer byl košík prázdný. Kolik jablek snědla z košíku Eva? (Adam i Eva jablka jedí celá a nedělí se o ně.)
(L. Hozová)

Z9 – I – 5

Řidič převáží mléko v cisterně tvaru válce. Průměr podstavy je 180 cm, délka cisterny je 4 m. Kolik hl mléka je v cisterně, jestliže je naplněna do tří čtvrtin průměru (obr. 46)?
(M. Krejčová)

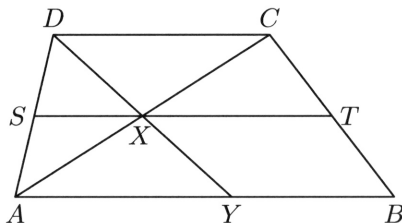


Obr. 46

Z9 – I – 6

V lichoběžníku $ABCD$ se základnami AB a CD délky 7 cm a 4 cm jsou body S a T středy stran AD a BC (obr. 47). Bod X je průsečík úseček AC a ST , bod Y je průsečík úsečky AB a přímky DX . Obsah čtyřúhelníku $AYCD$ je 12 cm^2 . Vypočítejte obsah lichoběžníku $ABCD$.

(M. Dillingerová)

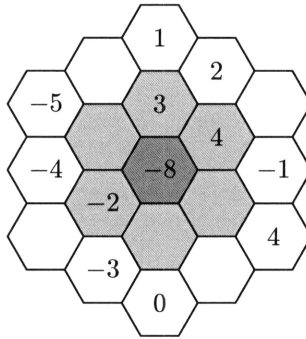


Obr. 47

Z9 – II – 1

Doplňte do prázdných políček obr. 48 čísla tak, aby v každém políčku byl součet čísel ze všech s ním přímo sousedících světlejších políček. Tedy ve světle šedém políčku je součet čísel ze všech bílých sousedních políček, v tmavě šedém políčku je součet čísel ze všech světle šedých sousedních políček.

(S. Bednářová)



Obr. 48

Z9 – II – 2

Šárka nalila džus do skleničky a hrnku a obě nádoby doplnila vodou. Hrněk měl dvakrát větší objem než sklenička. Poměr džusu a vody ve skleničce byl $2 : 1$ a v hrnku $4 : 1$. Poté přelila obsah skleničky i obsah hrnku do džbánu. Jaký byl poměr džusu a vody ve džbánu?

(L. Hozová)

Z9 – II – 3

Dostal jsem zadána dvě dvojčíselná přirozená čísla. Poté jsem je obě zaokrouhlil na desítky. Určete, která čísla jsem měl zadána, jestliže současně platí:

- ▷ rozdíl zaokrouhlených čísel je stejný jako rozdíl čísel původních,
- ▷ součin zaokrouhlených čísel je o 184 větší než součin čísel původních.

(L. Šimůnek)

Z9 – II – 4

Do rovnostranného trojúhelníku ABC je vepsán pravidelný šestiúhelník $KLMNOP$ tak, že body K, L leží na straně AB , body M, N leží na

straně BC a body O, P leží na straně AC . Vypočtete obsah šestiúhelníku $KLMNOP$, jestliže obsah trojúhelníku ABC je 60 cm^2 . (*K. Pazourek*)

Z9 – III – 1

Paní učitelka potřebovala vymyslet příklady na rovnice do písemky. Proto si vypsala všechny rovnice tvaru

$$a \cdot x + b = 13,$$

kde a a b jsou jednomístná přirozená čísla. Ze všech vybrala ty rovnice, jejichž kořen x byl 3. Do každé skupiny dala jednu rovnici. Kolik skupin mohlo být nejvíce? (*K. Pazourek*)

Z9 – III – 2

Do naší školy se žáci dopravují různě. Domácí chodí pěšky. Počet domácích a dojíždějících žáků je v poměru 3 : 1. U dojíždějících je poměr počtu těch, kteří využívají veřejnou dopravu, a těch, kteří jezdí sami na kole nebo s rodiči autem, 3 : 2. U veřejné dopravy je poměr počtu těch, kteří jezdí vlakem, a těch, kteří jezdí autobusem, 7 : 5. Dále víme, že poměr počtu těch, kteří dojíždějí na kole, k počtu těch, které vozí rodiče autem, je 5 : 3. O kolik více žáků dojíždí vlakem oproti těm, které vozí rodiče, když veřejnou dopravou jich jezdí 24? Kolik žáků má naše škola? (*M. Volfová*)

Z9 – III – 3

Dostali jsme krychli, která měla délku hrany vyjádřenou v centimetrech celým číslem větším než 2. Všechny její stěny jsme obarvili na žluto a poté jsme ji rozřezali beze zbytku na krychličky o hraně délky 1 cm. Tyto krychličky jsme roztrídili do čtyř hromádek. V první byly krychličky s jednou žlutou stěnou, ve druhé se dvěma žlutými stěnami a ve třetí se třemi. Ve čtvrté hromádce pak byly krychličky bez žluté stěny. Určete délku hrany původní krychle, pokud víte, že aspoň jedno z následujících tvrzení je pravdivé:

- ▷ Počty kostek v první a čtvrté hromádce byly v poměru 4 : 9.
- ▷ V první hromádce bylo třikrát více kostek než ve druhé.

(*L. Šimůnek*)

Z9 – III – 4

Do rovnostranného trojúhelníku ABC je vepsán pravidelný šestiúhelník $KLMNOP$ tak, že body K, M, O leží po řadě ve středech stran AB, BC a AC . Vypočtete obsah šestiúhelníku $KLMNOP$, jestliže obsah trojúhelníku ABC je 60 cm^2 . (K. Pazourek)