[dokumenty-06] Úlohy z matematických olympiád na základní škole

32. ročník Matematické olympiády

In: Vladimír Repáš (editor); Anna Pribišová (editor); Juraj Vantuch (editor): [dokumenty-06] Úlohy z matematických olympiád na základní škole. (4.-7. ročník). (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991. pp. 28–38.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/405303

32. ROČNÍK MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY

3. ROČNÍK MOZ (MaMO) ŠKOLNÍ ROK 1982/1983

Kategorie MOZ 5

MOZ 5 - I - 1

V krabici je 7 červených a 5 modrých pastelek. Se zavázanýma očima máte z krabice vybrat nejmenší možný počet pastelek tak, aby mezi nimi byly aspoň 2 červené a aspoň 3 modré. Kolik pastelek musíte vybrat?

MOZ 5 - I - 2

Najděte přirozené číslo s touto vlastností: Zmenšíme-li ho o 7 a výsledek vydělíme deseti, dostaneme číslo, které je o 34 menší než hledané číslo.

MOZ 5 - I - 3

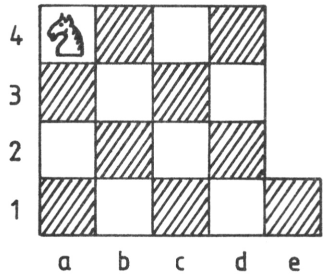
Součin dvou čísel je dvakrát větší než jejich součet a součet je třikrát větší než jejich rozdíl. Která jsou to čísla?

MOZ 5 - I - 4

Kolik čtyřciferných čísel, která mají číslici 7 na místě desítek a číslici 9 na místě set, má při dělení 45 podíl přirozené číslo? Najděte tato čísla.

MOZ 5 - I - 5

V rohu části polámané šachovnice (obr. 22) stojí kůň (pole *a*4), který se chce dostat do protilehlého rohu (pole *e*1) tak, aby na každé pole šachovnice vstoupil právě jednou. Jak to má udělat?



Obr. 22

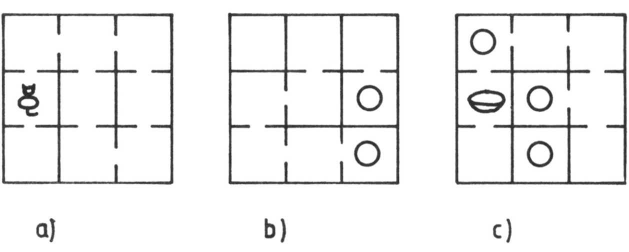
MOZ 5 - I - 6

Součet několika přirozených čísel je 11. Jaký největší může být jejich součin?

MOZ 5 - I - 7

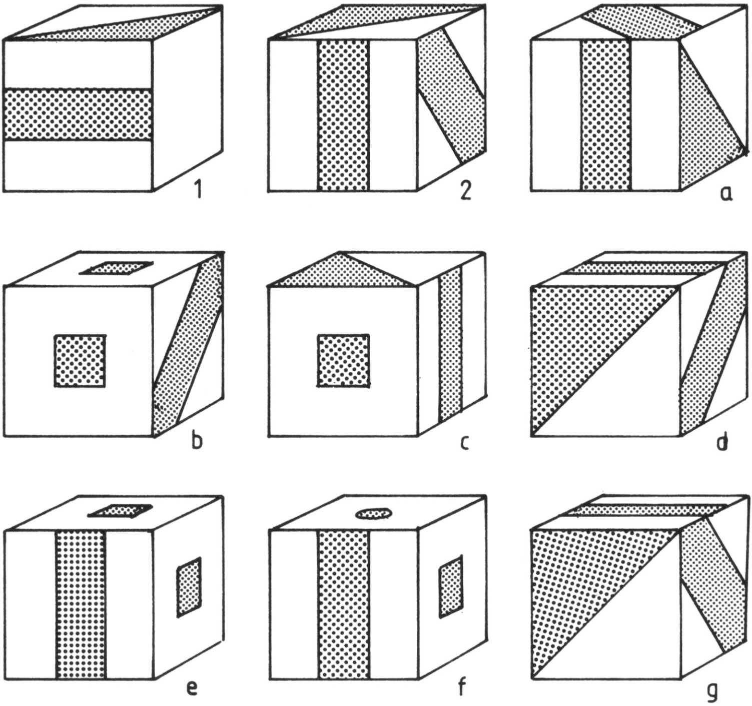
V tříposchoďové budově je v každém poschodí 9 místností. Půdorysy jednotlivých poschodí jsou načrtnuty na obrázcích 23a, b, c. V jedné místnosti v prvním poschodí je kočička (obr. 23a), která se potřebuje dostat do třetího poschodí ke své misce s mlékem (obr. 23c). Na obrázcích je vyznačeno, kde může projít dveřmi z jedné místnosti do druhé v jednotlivých poschodích; kroužek označuje místnost, do níž může vylézt po žebříku z nižšího poschodí do vyššího. Vyznačte nejkratší cestu kočky k misce.

Obr. 23



MOZ 5 - I - 8

Na obrázcích 24-1 a 24-2 je znázorněna stejná krychle. Rozhodněte, které z obrázků 24a až g mohou znázorňovat pohledy na tuto krychli.



Obr. 24

MOZ 5 - II - 1

Svatopluk měl více než 50 a méně než 100 prutů. Svazoval-li je do svazků po devíti, chyběl mu (v posledním svazku) 1 prut. Kdyby pruty svazoval po sedmi, zbyl by mu 1 prut. Kolik prutů měl Svatopluk?

MOZ 5 - II - 2

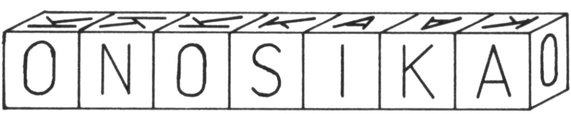
Na přímé silnici jsou čtyři autobusové zastávky A, B, C, D. Nakreslete, jak jsou uspořádány, jestliže $|AD| = 1$ km, $|BC| = 2$ km, $|BD| = 3$ km, $|AB| = 4$ km, $|CD| = 5$ km. Určete vzdálenost zastávek A, C.

MOZ 5 - II - 3

Barbora, Petr a Tomáš se setkali na začátku školního roku 1982/1983 už jako páťáci. Petr řekl Tomášovi: „Představ si, mému dědovi je přesně tolik let, jako ukazují poslední dvě číslice letopočtu, ve kterém se narodil." Tomáš udiveně odpověděl Petrovi: „Víš, že s počtem let mé maminky je to přesně tak?" Barbora řekla, že to není možné. Co myslíte, měla Barbora pravdu? Pokud pravdu neměla, kolik let bylo Tomášově mamince a kolik Petrovu dědovi?

MOZ 5 - II - 4

Paní učitelka měla 7 stejných krychlí. Složila je do jedné řady před sebe na svůj stolek jako na obrázku 25. Z krychlí si mohla přečíst jméno pohádkového kuřátka „ONOSIKA". Napište, co si přečetli na krychlích žáci, kteří seděli v lavicích.

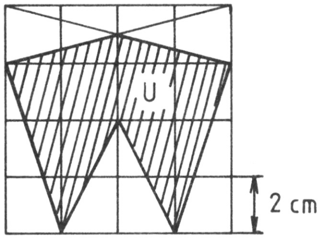


Obr. 25

Kategorie MOZ 6

MOZ 6 - I - 1

Na obrázku 26 je znázorněn rovinný útvar U. Vypočítejte jeho obsah.



Obr. 26

MOZ 6 - I - 2

Zvolte číslice x, y ($x \neq y$) tak, aby trojciferné číslo xyx bylo dělitelné čtyřmi a současně aby trojciferné číslo yxy bylo dělitelné třemi.

MOZ 6 - I - 3

Dědeček má dva budíky. Jeden z nich ukazuje správně, druhý se předchází každých 24 hodin o 6 minut. 10. února 1982 v 8.00 h ukazovaly oba budíky stejný čas. Kdy to nastalo znovu?

MOZ 6 - I - 4

Kolika různými způsoby se dá z tabulky na obrázku 27 přečíst slovo kotrmelec, čteme-li sousední políčka buď zleva doprava, nebo shora dolů?

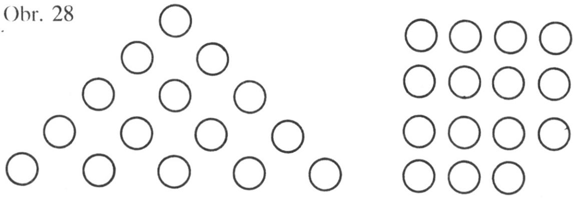
K	O	T	R	M
O	T	R	M	E
T	R	M	E	L
R	M	E	L	E
M	E	L	E	C

Obr. 27

MOZ 6 - I - 5

15 koleček je možné sestavit do tvaru trojúhelníku, ale není možné sestavit je do tvaru čtverce (obr. 28). Jaký počet koleček nepřevyšujících 100 je možné sestavit do tvaru trojúhelníku i čtverce?

Obr. 28



MOZ 6 - I - 6

Je možné umístit čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 do vrcholů krychle tak, aby součet čtyř čísel umístěných ve vrcholech jednotlivých stěn krychle byl vždy stejný?

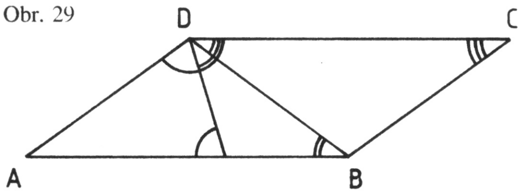
MOZ 6 - I - 7

Na dvůr přiletělo 35 vran. Najednou se něčeho polekaly, vzlétly a rozdělily se na dvě hejna. První si sedlo na větve starého topolu, druhé na střechu kravína. Za chvíli přeletělo 5 vran z topolu na střechu a stejný počet vran odletěl ze střechy pryč. Na topole bylo dvakrát víc vran než na střeše. Kolik vran bylo v jednotlivých hejnech na začátku?

MOZ 6 - I - 8

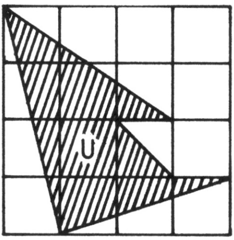
Rovnoběžník je složen ze tří rovnoramenných trojúhelníků (obr. 29), které nejsou shodné. Zjistěte velikosti vnitřních úhlů rovnoběžníku.

Obr. 29



MOZ 6 - II - 1

Na obrázku 30 je znázorněn rovinný útvar U. Vypočítejte jeho obsah.



Obr. 30

MOZ 6 - II - 2

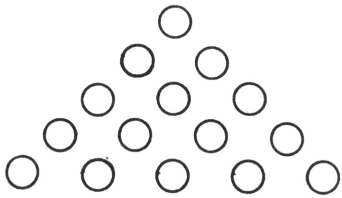
Z Bratislavy létá letadlo do města A každých 10 dní, do města B každé dva týdny. 1. ledna 1983 odletěla obě letadla. Určete nejbližší datum, kdy obě letadla opět letěla současně.

MOZ 6 - II - 3

Najděte všechna přirozená čísla, jejichž ciferný součet i ciferný součin je 6.

MOZ 6 - II - 4

V trojúhelníku na obrázku 31 je 15 koleček. V jeho dolním řádku je 5 koleček. To znamená, že v trojúhelníku je 3krát více koleček, než je v jeho dolním řádku. Najděte takový trojúhelník, ve kterém je a) 4krát, b) 5krát, c) 100krát více koleček než v jeho dolním řádku.



Obr. 31

Kategorie MOZ 7

MOZ 7 - I - 1

V daném schématu nahraďte písmena číslicemi – stejná písmena stejnou číslicí, různá písmena různými číslicemi – tak, aby naznačené operace byly správné:

$$
\begin{array}{ccccc}
AB & : & C & = & DE \\
- & & \times & & + \\
DA & - & A & = & DF \\
\hline
CD & + & H & = & CE
\end{array}
$$

MOZ 7 - I - 2

Sestrojte čtverec $ABCD$, je-li dán:

a) grafický součet délek úhlopříčky u a strany a úsečkou $|XY| = u + a = 8$;

b) grafický rozdíl délek úhlopříčky u a strany a úsečkou $|MN| = u - a = 3$.

MOZ 7 - I - 3

Jenda, Anička a Petr jsou sourozenci. V tomto roce je Aničce dvakrát více let než Jendovi. Za tři roky bude Jendovi polovina let Petra a před třemi roky bylo Petrovi dvakrát víc než Aničce. Určete, kolik let je každému ze sourozenců.

MOZ 7 - I - 4

Adam, Bohouš, Cyril a David chodí do jedné třídy. Každý z nich vyniká právě v jednom z předmětů matematika, český jazyk, angličtina, fyzika. Adam sedí v lavici s nejlepším angličtinářem, ale je nejlepším kamarádem fyzika. David nemá rád jazyky, Cyril přírodní vědy, Cyril je nejlepším kamarádem Bohouše, který vyniká v přírodních vědách. Rozhodněte, který chlapec je ve kterém předmětě nejlepší.

MOZ 7 - I - 5

V prvním pololetí prospělo ve třídě 16 chlapců z 18, děvčata prospěla všechna. Prospívajících žáků ve třídě bylo 95 procent. Kolik děvčat bylo ve třídě?

MOZ 7 - I - 6

Najděte všechny uspořádané dvojice y, z přirozených čísel větších než 1, pro které podíl

$$\frac{52 - y \cdot z}{5}$$

je opět přirozené číslo.

MOZ 7 - I - 7

Délky stran trojúhelníku ABC jsou v poměru $a : b : c = 2 : 3 : 4$. Výška v_a ke straně a je 9. Určete ostatní výšky daného trojúhelníku.

MOZ 7 - I - 8

Ve fotbalové soutěži se hrálo systémem každý s každým jeden zápas. Vítěz soutěže získal 7 bodů, druhé mužstvo 5 a třetí 3 body.

Kolik mužstev se zúčastnilo soutěže a kolik bodů získalo poslední mužstvo?

MOZ 7 - II - 1

V daném zápisu nahraďte písmena číslicemi – stejná písmena stejnou číslicí, různá písmena různými číslicemi – tak, aby naznačené operace byly správné. Kolik možností existuje?

$$
\begin{array}{ccccc}
A & \times & B & = & CD \\
+ & & - & & - \\
E & \times & E & = & CE \\
\hline
F & : & G & = & C
\end{array}
$$

MOZ 7 - II - 2

Zvolte úsečky XY, ZT tak, aby $|XY| > |ZT|$. Sestrojte obdélník $ABCD$, v němž grafický součet délky úhlopříčky u a délky jeho jedné strany s se rovná délce úsečky XY ($|XY| = u + s$) a grafický rozdíl délky úhlopříčky u a délky strany s se rovná délce úsečky ZT ($|ZT| = u - s$).

MOZ 7 - II - 3

Čtyři kamarádi Anička, Bohouš, Cilka a Dana mají každý jedno ze zvířátek: pejsek, kočka, kanárek, papoušek. Zjistěte, kdo má které zvířátko, když víte:

1. Dvě z děvčat mají ptáčky.
2. Cilka je sousedka kamarádky, která má papouška.
3. Maminka Aničky nesouhlasí s chováním ptáčků v klecích.
4. Anička se bojí psů.

MOZ 7 - II - 4

Za 3 velké a 5 malých čokolád zaplatila maminka 72 Kčs. Kolik korun stála 1 velká čokoláda a 1 malá čokoláda, jestliže jejich ceny jsou v celých korunách?