Borůvka, Otakar: Scholarly works

Otakar Borůvka

Géométrie projective des correspondences analytiques entre deux plans

C. R. Acad. Sci. Paris t. 184, 1927, 1518-1520

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/500162

Terms of use:

© Académie des sciences, France, 1927

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

GÉOMÉTRIE. — *Géométrie projective des correspondances analytiques entre deux plans.* Note de M. **Otakar Borůvka.**

1. Dans un récent Mémoire ([1]) j'ai développé la géométrie projective des correspondances analytiques entre deux plans, en appliquant la méthode générale du repère mobile sous la forme donnée par M. E. Cartan ([2]). Dans la Note présente je résume les résultats auxquels j'étais arrivé. Cependant, je me propose de revenir sur plusieurs questions qui se posent au sujet des résultats obtenus.

2. Les correspondances que j'étudie sont des correspondances analytiques entre deux plans projectifs. On les peut définir en établissant une correspondance analytique biunivoque entre les paramètres dont dépend la position d'un point dans un et l'autre plan. Une correspondance analytique entre deux plans projectifs étant donnée, on peut, en se servant de la méthode générale du repère mobile, former un système d'équations de Pfaff à deux variables indépendantes qui définissent la correspondance à un couple de transformations projectives près. La formation de tels systèmes d'équations différentielles conduit à une forme cubique différentielle binaire Ψ dont la signification géométrique est intrinsèque. Pour chaque valeur des paramètres qui réalisent la correspondance entre les deux plans ([3]), l'équation $\Psi = 0$ définit certains rapports des différentielles de ces paramètres; je les appelle les *directions caractéristiques* de la correspondance donnée. Leur interprétation géométrique est la suivante : *Pour qu'à un point d'inflexion d'une courbe quelconque d'un plan corresponde un point d'inflexion dans l'autre, il faut et il suffit que la direction de cette courbe,*

([1]) *Sur les correspondances analytiques entre deux plans projectifs.* Première partie (*Publications de la Faculté des Sciences de l'Université Masaryk*, n° 72; Brno, 1926). La deuxième partie se trouve actuellement sous presse et paraîtra prochainement dans les mêmes Publications.

([2]) Voir des nombreux Mémoires de M. E. Cartan, surtout *Sur les variétés de courbure constante d'un espace euclidien ou non euclidien* (*Bull. de la Soc. math. de France*, 47, 1919; 48, 1920, p. 132-208); *Sur la déformation projective des surfaces* (*Annales scient. de l'École Norm. sup.*, 3e série, 27, 1920, p. 259-356).

([3]) On se borne à un domaine suffisamment petit.

au point considéré, soit caractéristique. On est donc amené à classer les correspondances suivant le nombre de leurs directions caractéristiques. En laissant de côté quelques cas singuliers, je divise les correspondances en quatre espèces : Une correspondance est dite de la *première espèce* si elle admet au point considéré *trois directions caractéristiques et trois seulement;* elle est dite de la deuxième espèce si l'on a, au point considéré et dans un voisinage de ce point, *deux directions caractéristiques et deux seulement;* elle est dite de la *troisième espèce* s'il en existe *une et une seule;* enfin, une correspondance admettant au point considéré et dans un voisinage de ce point *une infinité de directions caractéristiques* est dite de la *quatrième espèce*.

3. Voici les résultats que j'ai obtenus au sujet des *correspondances de la première espèce*. Les correspondances *générales* de cette espèce, représentant les correspondances les plus générales entre deux plans, dépendent de deux fonctions arbitraires de deux arguments.

On peut trouver des correspondances de la première espèce dont *un système complet d'invariants différentiels* (par rapport au groupe projectif) *ne contient que des différentielles exactes* et ces correspondances dépendent *au moins d'une fonction arbitraire d'un argument;* je donne les équations finies d'un type de telles correspondances qui admettent cette généralité.

Il existe des correspondances de la première espèce *dont les courbes caractéristiques* (c'est-à-dire les courbes dont la direction à chaque point est caractéristique) *sont des droites*. La recherche de telles correspondances revient à la recherche des correspondances qui jouissent de la propriété de faire correspondre à trois droites (et trois seulement) passant par un point quelconque, trois droites passant par le point correspondant. Je trouve une famille générale de telles correspondances dépendant effectivement de *cinq constantes arbitraires* et caractérisées par la propriété que *les droites correspondantes dans les deux plans enveloppent des courbes algébriques de la troisième classe*. Mais les calculs que j'ai faits n'excluent pas encore la possibilité d'existence d'autres correspondances du type considéré; seulement, pour se convaincre s'il en existe, il faudrait faire (au moins par la méthode que j'applique) des calculs très longs que je n'ai pas pu effectuer à cause de leur longueur.

4. Quant aux *correspondances de la deuxième espèce*, les correspondances *générales* dépendent *d'une fonction arbitraire de deux arguments*.

Il existe des correspondances de la deuxième espèce *dont les courbes caractéristiques sont des droites*. Les correspondances de cette espèce qui admettent la plus grande généralité dépendent de *deux fonctions arbitraires* *d'un argument;* elles sont déterminées par une courbe et un faisceau de droites prises dans chacun des deux plans et par une correspondance projective entre les deux faisceaux.

5. Dans le cas de *correspondances de la troisième espèce* les correspondances *générales* dépendent *de quatre fonctions arbitraires d'un argument.*

Il existe des correspondances de la troisième espèce *dont les courbes caractéristiques sont des droites* et elles dépendent, en général, de *trois fonctions arbitraires d'un argument.* On déduit leur construction géométrique en établissant une correspondance ponctuelle entre deux courbes prises arbitrairement dans les deux plans et en considérant la transformation projective qui réalise le contact analytique du troisième ordre entre ces deux courbes.

6. Chaque correspondance de la *quatrième espèce* est une correspondance *projective.*

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. 184, p. 1518, séance du 20 juin 1927.)

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
81610-27 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.