

Borůvka, Otakar: About Otakar Borůvka

Petra Šarmanová

Čtyřrozměrný model života a Otakar Borůvka

Informace MVS 48, 1996, 29-36

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/500397>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1996

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

v textu opraveny všechny chyby, které našel při první korektuře. Budiž M počet všech chyb v textu před zahájením korektur a p pravděpodobnost nalezení dané chyby. Nechť X_1 je počet chyb nalezených při první korektuře a X_2 počet chyb nalezených při druhé korektuře. Je-li nalezení chyb při obou korekturách na sobě nezávislé, máme $X_1 \sim Bi(M, p)$ a $X_2 \sim Bi(M - X_1, p)$. Momentovou metodou dostaneme rovnice

$$Mp = X_1, \quad (M - X_1)p = X_2.$$

Řešením je

$$\hat{M} = \frac{X_1^2}{X_1 - X_2}, \quad \hat{p} = \frac{X_1 - X_2}{X_1}.$$

Řada článků je věnována případu, kdy korektor může kontrolovat text stále znovu až do omrzení. Každá kontrola však něco stojí. Rovněž každá neobjevená chyba něco stojí. Po jediné korektuře může v textu ještě zůstat hodně chyb. Naproti tomu velký počet korektur může stát mnohem víc, než je škoda způsobená zbylými chybami. Byla proto odvozena pravidla, kdy je optimální s korekturami přestat. Tato problematika je velmi aktuální zejména z toho důvodu, že těsně souvisí s otázkou odladění počítačových programů.

Čtyřrozměrný model života a Otakar Borůvka

Petra Šarmanová

Jestliže někdo zasvětil celý svůj život geometrii čtyřrozměrného prostoru, dovede si snad posléze čtyřrozměrný prostor i představit.

H. Poincaré

Jméno Otakara Borůvky si většina z nás spojuje s teorií transformací lineárních diferenciálních rovnic, teorií grupoidů, grup a rozkladů, diferenciální geometrií a případně s pionýrskými výsledky z teorie grafů. Ti jemu bližší vzpomínají na jeho pečlivost, ochotu kdykoliv poradit, a ti nejbližší mohli

žasnout nad projevy jeho nezdolné vůle, báječné paměti i skvělého úsudku, který si zachoval až do posledních dní svého života. Je však jen málo těch, kteří vědí, že se O. Borůvka zabýval také otázkami modelů života a snažil se přispět k objasnění podstaty živých bytostí matematickými metodami. V této souvislosti interpretoval živé bytosti jakožto průniky čtyřrozměrných organismů naším trojrozměrným prostorem.

Kořeny těchto úvah sahají do raných let jeho vědeckého života, kdy se zabýval geometrií. Kromě velké řady vědeckých prací s geometrickou tematikou, z nichž první je z roku 1924, publikoval v letech 1935 a 1936 také několik populárních článků o geometrii euklidovské, analytické a neeuklidovské ([3–5]). Jeho cílem v nich bylo jasně a přístupně vyložit obsah a metodu těchto geometrií v dvojrozměrném prostoru, přičemž závěrem se zmiňuje o rozšíření těchto geometrií do vícerozměrných prostorů. Na podobné téma vykonal již roku 1934 dvě přednášky v cyklu populárních přednášek pořádaných Přírodovědeckou fakultou Masarykovy univerzity (dále PřF MU) s názvem *Od Euklída k Einsteinovi*.

Z dalších popularizačních přednášek a publikací z následujících dvou let jmenujme např. přednášku v Českém rozhlasu *Matematika a matematikové* (9. 1. 1936), jejíž text pod stejným názvem vyšel roku 1939 v časopise *Věda a život* ([6]), dvě přednášky opět v cyklu populárních přednášek pořádaných PřF MU *O některých slavných problémech matematických* (1. a 8. února 1936), přednášku v Českém rozhlasu *Zanechte veškeré naděje (Neřešitelné problémy matematické)* (24. 4. 1936), článek *O klasických matematických problémech*, který vyšel roku 1939 v časopise *Věda a život* ([7]), nebo přednášky s názvem *Ukázky metod a výsledků novější matematiky* v cyklu populárních přednášek pořádaných PřF MU (23. a 30. ledna 1937).

Zájem O. Borůvky o problematiku vícerozměrných prostorů, zejména čtyřrozměrného, s postupem času vzrůstá. Ve dnech 15. a 22. ledna 1938 přednesl v cyklu populárních přednášek pořádaných PřF MU dvě přednášky s názvem *O čtyřrozměrném prostoru*. Dva roky poté, 8. 10. 1940 od 15.20 do 15.35 hod.,¹⁾ proslvil v Českém rozhlasu přednášku se stejným názvem a za další rok, v roce 1941, byl v časopise *Věda a život* uveřejněn článek *O čtyřrozměrném prostoru* ([8]). Všem výše zmíněným pracím týkajícím se problematiky čtyřrozměrného prostoru jsou společně následující úvahy.

Základem všeho poznání je zkušenost, jak nám ji podávají naše smysly. Z pozorování vznikla dvojrozměrná a trojrozměrná geometrie. V geometrii dvojrozměrné se studují vztahy mezi útvary bezrozměrnými a jednorozměrnými čili mezi body a přímkami, v geometrii trojrozměrné vztahy mezi

¹⁾ Tak detailní informaci lze uvést díky neuvěřitelné pečlivosti, s jakou pan profesor zachoval ve svém archivu nejen rukopisy svých přednášek včetně informací o realizaci, ale i např. pracovní smlouvu s Českým rozhlasem.

body, přímkami a rovinami. Na základě a podle vzoru těchto geometrií vznikla geometrie čtyřrozměrná, která zkoumá vztahy mezi body, přímkami, rovinami a nadrovinami. O. Borůvka zdůrazňuje především to, že na útvary v prostoru trojrozměrném se díváme jako na průměty vhodných útvarů v prostoru čtyřrozměrném do prostoru trojrozměrného. Tyto úvahy samozřejmě vedou k otázce, zda vůbec čtvrtý rozměr existuje. Citujme z článku [8] *O čtyřrozměrném prostoru*.

Abychom na tuto otázku odpověděli, uvažme především, z čeho by bytosti dvojrozměrné, které si můžeme představit jako stíny na př. v rovině stolu, mohly souditi na existenci třetího rozměru, který chápeme my. Dvojrozměrné bytosti svými předpokládanými dvojrozměrnými smyslovými orgány mohly by patrně vnímati jenom takové děje, které se odehrávají v jejich světě, tedy v rovině stolu. Jim by se na př. čtverec jevil tak, že by neviděly do té části roviny, kterou nazýváme vnitřkem čtverce. Aby se do té části dostaly, musely by projítí otvorem v některé straně čtverce, podobně, jako my nevidíme skrze stěny dovnitř domu a chceme-li se tam dostat, musíme projítí otvorem ve stěně. Pro nás, trojrozměrné, jest však zcela pochopitelné, že by se dvojrozměrná bytost mohla dostat z vnějšku čtverce do jeho vnitřku, aniž by prošla otvorem v jeho straně. Prostě tak, že by se vně čtverce zvedla do třetího rozměru nad rovinu svého světa a uvnitř čtverce se zase do této roviny spustila. Pro každou dvojrozměrnou bytost, chápající jenom děje odehrávající se v té rovině a nechápající existenci třetího rozměru, vypadala by ovšem taková věc zázračně a to jako zmizení bytosti se světa vně čtverce anebo — řekněme — vně jejího příbytku a opětné náhlé objevení bytosti uvnitř příbytku. Představme si, abych uvedl jiný příklad, že by dvojrozměrné bytosti měly ruce ve tvaru stínů našich rukou. Rukavice pro takové ruce by měly tvar obrysů těchto stínů a nebylo by možno nějakým pohybem v dvojrozměrném světě, bez obrácení na ruby, změnití levou rukavici tak, aby přiléhala na pravou ruku a obráceně pravou rukavici tak, aby přiléhala na ruku levou. Docela podobně, jako my nemůžeme nějakým pohybem, bez obrácení na ruby, změnití levou rukavici v pravou a naopak. Avšak pro nás, bytosti trojrozměrné, jest zase pochopitelné, že by se dvojrozměrná rukavice levá mohla změnití v pravou a pravá v levou bez obrácení na ruby. A to tak, že by se nad rovinou stolu překlopila a opět vrátila do té roviny. Taková věc by se opět jevila dvojrozměrné bytosti zázračně jako zmizení levé rukavice se světa a za okamžik objevení rukavice pravé, a naopak. Nuže z těchto a řady jiných zázračných jevů mohl by dvojrozměrný matematik souditi na existenci třetího rozměru. A podobně se věci mají, postupíme-li o jeden rozměr výše. Kdyby se na našem světě vyskytovaly děje jako zmizení a opětné objevení předmětů a lidí, změny podobné jako přeměna levé rukavice v pravou a naopak, rozvázání uzlů na šňůře,

jejíž konce jsou zapečetěny a to bez porušení pečeti a šňůry a pod., mohli bychom k vysvětlení těchto jevů předpokládati existenci čtvrtého rozměru.

Že to není myšlenka zcela nová, o tom svědčí i v této práci uvedená zmínka, že již Platón okolo roku 400 před Kr. připouští možnost, že my, trojrozměrní lidé, jsme stíny nějakých vyšších bytostí.

I další článek nazvaný *Prostorový model života* ze Sborníku lékařského z roku 1943 ([9]), který napsal Otakar Borůvka spolu s Ferdinandem Herčíkem,²⁾ se nese v podobném duchu. Zde je patrná snaha o přesnější a detailnější vysvětlení úvah, které spočívají na předpokladu, že organismy jsou čtyřrozměrné útvary zasahující do našeho trojrozměrného prostoru. Celý výklad začíná vysvětlením a definováním prostoru trojrozměrného: Vyjděme od trojrozměrného prostoru, v němž žijeme a označme ho R_3 . Trojrozměrným prostorem v matematickém smyslu rozumíme množinu, jejímiž prvky jsou všechny možné trojice reálných čísel x_1, x_2, x_3 . Tento prostor označme A_3 . Na rozdíl od prostoru R_3 , který chápeme jako množinu míst, jež vnímáme našimi smysly a jehož bližší popis je nesnadný, prostor A_3 je definován pomocí čísel a naprosto přesně. Existuje zobrazení prostoru R_3 na prostor A_3 . Říkáme, že prostor A_3 je číselným modelem prostoru R_3 .

Nyní lze přejít k prostoru čtyřrozměrnému. Čtyřrozměrným prostorem v matematickém smyslu, označme ho A_4 , rozumíme množinu, jejímiž prvky jsou všechny možné čtveřice reálných čísel x_1, x_2, x_3, x_4 . Lze dokázat, že trojrozměrný prostor A_3 rozděluje prostor A_4 na dvě části, konkrétně např. na část $+$ a část $-$. Dále předpokládáme, že náš prostor R_3 je vnořen do nějakého většího prostoru R_4 a že prostor R_4 je v podobném vztahu k prostoru A_4 , jako je R_3 k A_3 . Stejně jako v matematickém modelu, můžeme říci, že prostor R_3 rozděluje prostor R_4 na dvě části, na část $+$ a část $-$. Tento poznatek, jak zdůrazňuje O. Borůvka, byl hlavním cílem předchozích úvah a má pro další výklad základní význam.

A dále citujeme opět přesně:

Na počátku biologických úvah, k nimž nyní můžeme přistoupiti, stojí dva základní předpoklady:

1. *Organismy jsou čtyřrozměrné útvary v prostoru R_4 , které zasahují do našeho trojrozměrného prostoru R_3 a jakýmsi diffusním dějem prostorem R_3 pronikají.*

2. *Trojrozměrné organismy v našem prostoru R_3 jsou průniky těchto čtyřrozměrných organismů s prostorem R_3 .*

²⁾ Prof. MUDr. RNDr. Ferdinand Herčík, DrSc. (7. 5. 1905–20. 1. 1966) působil na lékařské a přírodovědecké fakultě v Brně, věnoval se biofyzice, radiobiologii a molekulární biologii. Byl vedoucím katedry biofyziky, ředitelem Biofyzikálního ústavu ČSAV, předsedou Vědeckého výboru OSN pro zkoumání účinků záření, poradcem Světové zdravotnické organizace a UNESCO.

... Představme si, že nějaký čtyřrozměrný organismus v prostoru R_4 zasahuje do našeho prostoru R_3 a proniká jakýmsi diffusním dějem na př. z části + prostoru R_4 do části -. Při tom vytvořuje v místě průniku s prostorem R_3 stopu, kterou my chápeme jako trojrozměrný organismus. Podle této představy vznikají tedy živé organismy našeho prostoru R_3 průnikem čtyřrozměrných organismů s atomy a molekulami našeho prostoru R_3 . Při této diffusi dochází podle našeho názoru ku vzájemnému působení mezi prostorem R_3 a pronikajícím organismem. Výsledkem tohoto působení není jen vznik trojrozměrného organismu, nýbrž i interakce mezi vnějšími podmínkami prostoru R_3 a rychlostí anebo celkovým charakterem diffusního děje. To jest v soulase s běžnou biologickou zkušeností, že vnější podmínky mohou dalekosáhle měniti tvar i funkční schopnosti organismů. Vedle toho se zdá přirozené, že na sebe působí korelativně i části čtyřrozměrného organismu, takže může docházeti ku změnám, které se projevují sekundárně v trojrozměrném organismu, jež si však nedovedeme vysvětliti na podkladě našich vědomostí o prostoru R_3 , a to proto, že se tyto změny zčásti odehrávají v prostoru R_4 , který nevnímáme.

Po vysvětlení základní myšlenky se autoři snaží objasnit na tomto základě všechny životní pochody a děje, např. změnu organismu v čase, růst, stárnutí, nemoci, zrození a smrt, ale také mimosmyslové vnímání a jiné parapsychologické jevy. Velmi jednoduše vysvětlují např. telepatii, neboť dva čtyřrozměrné organismy se mohou dotýkati, i když jejich viditelná těla jsou od sebe libovolně vzdálena. Nalézají velké množství aplikací předchozích úvah v biologii a fyziologii a tvrdí, že je tak možno objasnit mnoho dosud nepřesně definovaných jevů fyziologických (např. v embryologii pojem zárodečného pole). A jak v závěru uvádí autoři:

Úkolem tohoto článku bylo upozorniti na možnost plynoucí z aplikace pojmu čtyřrozměrného prostoru v biologii. Nechceme ovšem tvrditi, a ostatně jsme to již dříve naznačili, že naše úvahy popisují skutečný stav věcí, a v tom smyslu mluvíme v nadpisu našeho článku jenom o modelu života.

... V matematice patří pojem čtyřrozměrného prostoru k elementárním pojmům vyšší geometrie. Literatura o čtyřrozměrném prostoru je velmi rozsáhlá a týká se též fyziky, astronomie a metafyziky, nehledíc k různým románovým fantasiím. Informativním spisem v tomto směru jest knížka R. Weitzenböck, *Der vierdimensionale Raum (Die Wissenschaft, Bd. 80, 1929)*, v níž je i seznam literatury. O tom, že by člověk mohl býti částí čtyřrozměrných bytostí, uvažoval již Hinton, Boucher a Ouspensky (literatura jest uvedena u Weitzenböcka).

Článek o prostorovém modelu života vzbudil značný zájem v kruzích odborných i laických, a proto se O. Borůvka a F. Herčík rozhodli pojednat

o tomto tématu i před širší veřejností. K jejich rozhodnutí přispělo i to, že se v té době objevilo několik podobných pokusů vyložit život v souvislosti s vícerozměrnými prostory. A tak roku 1944 vznikl článek *Čtyřrozměrný model života* ([10]), který je stručnějším pojednáním na stejné téma. V jeho závěru čteme:

Chceme-li po právu zařadit do vědy o životě i všechny jevy duševní, pak nevystačíme s dosavadní metafysikou primitivního materialismu a jest třeba hledati novou metafysickou základnu, která by lépe vyhovovala spirituální povaze života.

Nahlédneme-li do rukopisu tohoto článku, tak na stejném místě nalezneme poněkud ostřejší formulaci:

Ostatně se zdá, že doby skalního materialismu v přírodních vědách nenávratně minuly, neboť metafysické prvky, jako jsou životní síla nebo entelechie, patří dnes v biologii k běžným věcem.

A v této souvislosti si lze položit otázku, zda výše uvedené formulace i tematika sama nebyly důvodem toho, že O. Borůvka tyto práce, jež napsal spolu s F. Herčíkem, nikdy neuvedl v seznamu svých publikací.

Některé kritické ohlasy na zmíněné články a následné odpovědi O. Borůvky a F. Herčíka lze nalézt opět v časopise *Věda a život* ([11]). Za zajímavou lze považovat tam publikovanou námitku anonymního p. K., který tvrdí, že na tomto modelu přestává existovat pojem svobodné vůle. O. Borůvka a F. Herčík odpovídají takto:

Podle naší představy jsou duševní děje funkcemi čtyřrozměrného organismu a mohou na ně míti vliv podmínky v našem prostoru R_3 a děje v prostoru R_4 . To jest v souhlase s běžnou zkušeností, že svobodná vůle člověka není skutečně svobodná, nýbrž že jest vždycky pod vlivem vnějších podmínek a může býti i odstraněna psychickým působením jiných lidí.

Společná práce O. Borůvky a F. Herčíka je též citována v monografii F. Herčíka *Od atomu k životu* ([12]). Tato více než čtyřsetstránková kniha je výkladem tzv. kvantové biologie, která byla v té době začínajícím oborem. V poslední kapitole této monografie s názvem *Nový pohled na život* a podtitulem *Filosofické důsledky kvantové biologie* se F. Herčík zabývá i otázkami života a dimenze a v té souvislosti právě cituje (str. 416) výše zmíněnou publikaci. Za zmínku stojí i to, že F. Herčík v předmluvě své knihy děkuje O. Borůvkovi za pomoc po stránce matematické.

Zájem o tematiku čtyřrozměrného modelu života projevil i spolek posluchačů přírodních věd v Bratislavě, o čemž svědčí i přednáška O. Borůvky na toto téma proslavená 5. 5. 1947 v Bratislavě. V ní se O. Borůvka zmiňuje mj. o tom, že tento model vznikl z pravidelných schůzek a rozhovorů s přítelem F. Herčíkem a ... *že toto téma je blízké právě matematikům,*

vysvítá také z toho, že jsem po uveřejnění tohoto modelu dostal dopisy od dvou profesorů matematiky z Karlovy university a to od prof. Hlavatého a prof. Kösslera, kteří mně sdělili, že se sami také podobnými myšlenkami zabývali a dospěli k úsudkům podobným, jaké jsem uvedl ve svém modelu.

Citujme z dopisu M. Kösslera³⁾ z 25. 2. 1944:

Problémy toho druhu mne už dlouhá léta zajímají a jsem skutečně překvapen, že v naší literatuře se náhle objevili autoři, kteří otázkami toho druhu se zabývají. Rojí se zde sice různé názory založené na intuici, avšak pokus o racionální výklad jsem dosud aspoň u nás nečetl.

Dopis V. Hlavatého⁴⁾ má v záhlaví *Praha, Špitál, datum vůbec nezjistitelné* (ono nezjistitelné datum je zřejmě září nebo říjen 1944, kdy se podrobil operaci ucha). Citujme:

Před tím, než mne tady mlátili majzlíkem do hlavy, jsem četl v Životě a Vědě Tvůj a Herčíkův článek. Před několika roky jsem měl podobný nápad, ale neměl jsem partnera. Schwálně Ti napiši, o co v mém nápadě šlo, mohli byste to s Herčíkem zpracovati: Předpokládal jsem probíhání života ve čtyřrozměrném prostoru, přičemž čas byl rovnocenným s ostatními. Tak jako ve Vašem článku, byl i u mne okamžitý stav průnikem s nadplochou, jejíž tečný prostor byl $t = t_0$. Protože jsem pokládal čas za rovnocenný s ostatními rozměry a uvažoval jen o čase biologickém, vlastním tomu kterému individuu, nebyla nadplocha nahoře zmíněná lineární, nýbrž zakřivená (u objektů s individuálním časem) a nebylo její postavení v čas-prostoru privilegované. Tím se dosáhlo, že příslušné průniky pro dvě individua nebylo možno srovnávat (= každé individuum má svůj biologický čas), to jest nebyl v tomto čas-prostoru žádný „parallelismus“. Další výhodou tohoto ponurého obrázku bylo, že odstranil možnost otázky po „konečnosti, nebo nekonečnosti“ onoho čtyřrozm. prostoru v němž probíhá život: Protože čtvrtým rozměrem je (biologický) čas a protože my nedovedeme chápati čas jako rovnocenný ostatním rozměrům, nemůžeme vůbec čtyřrozměrný prostor života si představit. Nejvýše může každé individuum pro sebe zjistiti stav při $t = t_0$, přičemž v tomto okamžiku ovšem čas není rovnocenný s ostatními rozměry. To znamená, že každé individuum si dělá zcela subjektivní názor

³⁾ Prof. dr. Miloš Kössler (19. 6. 1884–8. 2. 1961) působil na přírodovědecké fakultě Karlovy univerzity, věnoval se teorii analytických funkcí a teorii čísel, byl děkanem přírodovědecké fakulty Karlovy univerzity, předsedou JČMF, členem korespondentem ČSAV.

⁴⁾ Václav Hlavatý (27. 1. 1894–11. 1. 1969) profesor geometrie a filozofie matematiky Karlovy univerzity, od roku 1948 působil na matematickém institutu na Indiana University v Bloomingtonu, věnoval se diferenciální a algebraické geometrii a obecné teorii relativity (spolupracoval s A. Einsteinem). Byl prezidentem Československé společnosti pro vědu a umění v USA.

o čas-prostoru, uvažujíc o okamžiku $t = t_0$ svého biologického času. — *Pa-měť individua je v úzké souvislosti se zakřivením prostor-časového modelu jeho života. — Mohou existovati také individua, jejichž modely lze vzájemně srovnávati (parallelismus), čímž by se vysvětlovalo působení dvou individuí na sebe. — Také lze vysvětliti snadno možnost jasnovidectví a podobných volovinek.*

A nám dávají tyto řádky možnost nejen obdivovat široké spektrum zá-jmů matematiků a způsob jejich uvažování, ale také srovnávat své před-stavy o prostor-časovém modelu života s výše uvedeným Borůvkovým-Herčíkovým modelem.

Literatura:

- [1] O. Borůvka, *O jistém typu minimálních ploch ve čtyřrozměrném prostoru o kon-stantní křivosti*. Rozpravy II. tř. České akademie XXXVII, 1928, č. 37.
- [2] O. Borůvka, *O jistém typu minimálních ploch ve čtyřrozměrném prostoru*. Věstník VI. sjezdu čsl. přírodopytců, lékařů a inženýrů v Praze 1928; III. díl, 1, 15.
- [3] O. Borůvka, *O euklidovské geometrii*. Věda a život II, 1935, 64–70.
- [4] O. Borůvka, *O analytické geometrii*. Věda a život II, 1936, 171–177.
- [5] O. Borůvka, *O neeuklidovské geometrii*. Věda a život II, 1936, 244–250.
- [6] O. Borůvka, *Matematika a matematikové*. Věda a život VI, 1939, 490–492.
- [7] O. Borůvka, *O klasických matematických problémech*. Věda a život VI, 1939, 98–101.
- [8] O. Borůvka, *O čtyřrozměrném prostoru*. Věda a život VIII, 1941, 142–146.
- [9] O. Borůvka, F. Herčík, *Prostorový model života*. Sborník lékařský 1943, sv. XLV (LXIX), 164–170, 171–175.
- [10] O. Borůvka, F. Herčík, *Čtyřrozměrný model života*. Věda a život X, 1944, 481–484.
- [11] O. Borůvka, F. Herčík, *Odpověď*. Věda a život XI, 1945, 177–178.
- [12] F. Herčík, *Od atomu k životu*. Nová Osvěta, Praha, 1946.

Materiály z archivu O. Borůvky:

- [1] *Od Euklida k Einsteinovi*. Přednáška v cyklu populárních přednášek pořádaných PŘF MU, 15. 12. 1934.
- [2] *O některých slavných problémech matematických*. Přednáška v cyklu populárních přednášek pořádaných PŘF MU, 1. 2. (první část) a 8. 2. (druhá část) 1936.
- [3] *Matematika a matematikové*. Přednáška proslovená v Českém rozhlasu, 9. 1. 1936.
- [4] *Zanechte veškeré naděje. Neřešitelné problémy matematické*. Přednáška proslovená v Českém rozhlasu, 24. 4. 1936.
- [5] *Ukázky metod a výsledků novější matematiky*. Přednáška v cyklu populárních před-nášek pořádaných PŘF MU, 23. 1. (první část) a 30. 1. (druhá část) 1937.
- [6] *O čtyřrozměrném prostoru*. Přednáška v cyklu populárních přednášek pořádaných PŘF MU, 15. 1. (první část) a 22. 1. (druhá část) 1938.
- [7] *O čtyřrozměrném prostoru*. Přednáška proslovená v Českém rozhlasu, 8. 10. 1940.
- [8] *Čtyřrozměrný model života*. Přednáška ve spolku posluchačů přírodních věd v Bra-tislavě, 5. 5. 1947.