

Jarník, Vojtěch: Scholarly works

Vojtěch Jarník

Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Kugeln

Sprawozdanie z I. Kongresu Matematyków Krajów Słowiańskich,
Warszawa 1929, pp. 244--245

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/500721>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://project.dml.cz>

Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Kugeln.

Von

Vojtěch Jarník (Praha).

Es sei $k \geq 8$, k gerade, $x > 0$, x ganz. Der Inhalt der k -dimensionalen Kugel $u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_k^2 \leq x$ werde mit $I_k(x)$, die Anzahl der Gitterpunkte in dieser abgeschlossenen Kugel mit $A_k(x)$ bezeichnet. Wir fragen: inwieweit lässt sich $A_k(x)$ für grosse x durch $I_k(x)$ approximieren? Das heisst: Wir setzen $P_k(x) = A_k(x) - I_k(x)$ und untersuchen die Eigenschaften der Folge

$$P_k(1), P_k(2), P_k(3), \dots;$$

oder — was sachlich dasselbe bedeutet, formal aber einfacher ist —

wir setzen $q_k(x) = \frac{P_k(x)}{x^{\frac{k}{2}-1}}$ und untersuchen die Eigenschaften der

Folge

$$(1) \quad q_k(1), q_k(2), q_k(3), \dots$$

Bekanntlich ist diese Folge beschränkt, aber divergent. Es entstehen also ganz natürlich die beiden folgenden Fragen:

Erstens. Wie sieht die Menge N_k aller Häufungswerte der Folge (1) aus? Offenbar ist N_k beschränkt und abgeschlossen. Weiter kann man noch zeigen, dass die Menge N_k *perfekt* ist.

Zweitens. Wie sehen die konvergenten Teilfolgen der Folge (1) aus? Diese Frage wird in einer gewissen Hinsicht vollständig durch die beiden folgenden Sätze beantwortet:

Satz 1. *Es sei $0 < x_1 < x_2 < x_3 < \dots$, x_n ganz, $x_n - x_{n-1}$ beschränkt.*

Dann ist die Folge

$$q_k(x_1), q_k(x_2), q_k(x_3), \dots$$

divergent.

Und dieser Satz lässt sich nicht verschärfen, denn es gilt noch der

Satz 2. *Es sei ξ ein Punkt von N_k ; es sei $f(x) > 0$ für $x > 0$, $f(x) \rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow +\infty$. Dann gibt es eine Folge $0 < x_1 < x_2 < x_3 < \dots$, so dass*

$$x_n \text{ ganz, } x_n - x_{n-1} = O(f(n)), \lim_{n \rightarrow \infty} q_k(x_n) = \xi.$$

Wegen der Einzelheiten verweise ich auf meine Abhandlung, die sich in der Mathematischen Zeitschrift im Druck befindet (inzwischen erschienen im Band 30 (1929): V. Jarník, Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Kugeln, S. 768—786).
