

Jarník, Vojtěch: Scholarly works

Vojtěch Jarník

Zum Theorie der diophantischen Approximationen

Comptes Rendus du Congrès International des Mathématiciens, Oslo 1936, II, p. 11

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/500759>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ZUR THEORIE DER DIOPHANTISCHEN APPROXIMATIONEN

VON VOJTECH JARNÍK, Praha.

Kleine lateinische Buchstaben bedeuten ganze Zahlen, griechische Buchstaben — reelle Zahlen.

I. Sind $\theta_1, \dots, \theta_n$ vorgegeben, so definiere man $\beta(\theta_1, \dots, \theta_n)$ bzw. $\gamma(\theta_1, \dots, \theta_n)$ als die obere Grenze derjenigen Zahlen α , für welche die Ungleichungen

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} \right| < \frac{1}{x^{n+\alpha}}, \quad 0 < x = \text{Max}_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

bzw. die Ungleichungen

$$q > 0, \quad |q \theta_i - p_i| < q^{-\frac{1+\alpha}{n}} \quad (1 \leq i \leq n)$$

unendlichviele Lösungen (in x_1, \dots, x_n, x_{n+1} bzw. in q, p_1, \dots, p_n) besitzen.

1) Es läßt sich zeigen, daß die durch den Khintchineschen Übertragungssatz

$$\beta \geq \gamma \geq \frac{\beta}{(n-1)\beta + n^2}$$

gegebenen Schranken für γ für jeden vorgegebenen Wert von β scharf sind.

2) Ist $\beta(\theta_1), \beta(\theta_2)$ vorgegeben, so kann man scharfe Schranken für $\beta(\theta_1, \theta_2)$ und $\gamma(\theta_1, \theta_2)$ angeben.

II. Wenn $1 < k \leq n$ ist und wenn aus $\sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} = 0$ folgt $x_1 = x_2 = \dots = x_{n+1} = 0$, so hat man folgende Sätze:

1) Für jedes hinreichend große $t > 0$ kann man Zahlen x_1, \dots, x_{n+1} mit

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} \right| < t^{-n+k-1}, \quad |x_i| \leq t \quad \text{für } 1 \leq i \leq n$$

finden, wobei mindestens k von den Zahlen x_1, \dots, x_n von Null verschieden sind.

2) Für unendlichviele $t > 0$ kann man Zahlen x_1, \dots, x_{n+1} mit

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \theta_i + x_{n+1} \right| < c(n) t^{-n+k-2}, \quad |x_i| \leq t \quad \text{für } 1 \leq i \leq n$$

finden, wobei mindestens k von den Zahlen x_1, \dots, x_n von Null verschieden sind.

3) Die Exponenten $-n+k-1, -n+k-2$ sind scharf.