Čech, Eduard: About Eduard Čech

A. V. Černavskij

Эдуард Чех (к десятилетию со дня смерти)

Usp. Mat. Nauk 26, No.3 (159), 161-164 (1971)

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501162

Terms of use:

© Russian Academy of Sciences, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

1971 г. май—июнь *т. XXVI, вып. 3 (159)*
УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

УДК 92:51

ЭДУАРД ЧЕХ

(к десятилетию со дня смерти)

Замечательный чешский геометр и тополог Эдуард Чех родился в 1893 г. в Страчове на северо-западе Чехии. С 1912 г., еще будучи студентом Карловского университета, он начал систематическое изучение математической литературы по собственному выбору, отдавая предпочтение различным ветвям геометрии. В 1915 г. его призвали в армию и он участвовал в первой мировой войне. В 1920 г. он защищает дипломную работу и начинает заниматься дифференциальной проективной геометрией. Познакомившись с работами Фубини, он едет к нему в Турин и становится его лучшим учеником. Результатом этой поездки явились две книги, написанные Фубини и Чехом, в которых заложены основы дифференциальной проективной геометрии. В этой области Чех работает до 1930 г., после чего надолго оставляет дифференциальную геометрию и начинает изучать топологию. Первая публикация по топологии относится к 1930 г., последняя (не считая одной послевоенной заметки) к 1938 г. За этот восьмилетний период Чех получил блестящие результаты по самым актуальным вопросам топологии того времени.

Тридцати лет Чех становится экстраординарным профессором университета Брно. В оккупацию, когда были закрыты чешские университеты, он продолжает вести вместе с учениками Б. Поспишилом и Ж. Новаком на квартире у Поспишила (до ареста Поспишила гестапо) свой семинар, который оказал решающее влияние на развитие послевоенной чехословацкой математики. После войны развертывается кипучая организационная деятельность Чеха: он становится последовательно директором и организатором трех математических институтов Академии и Карлова университета, избирается членом Академии (в 1952 г.), много занимается вопросами университетского и школьного преподавания, ведет, в частности, семинар по элементарной математике, пишет учебники и т. д.

Чех много трудился для развития математики в Чехословакии; созданная им школа, к которой принадлежат такие яркие его ученики разных поколений, как погибший в застенках гестапо Поспишил, Новак, Катетов, Фролик, Вопенка, пользуется широкой международной известностью.

С 1949 г. начинается новый период творческой активности Чеха, он снова возвращается к дифференциальной геометрии и публикует до своей смерти в 1960 г. еще 20 работ. Последние из них опубликованы его учениками уже посмертно.

В области топологии Чех был одним из выдающихся представителей так называемого брауэровского периода развития этой науки, периода, когда произошло слияние гомологических методов топологии полиэдров, основанной Пуанкаре, и теории общих топологических пространств, развитой Фреше и Хаусдорфом. Начало этого периода относится к 1912 г., к работе Брауэра «Об n-мерной теореме Жордана» и введению Брауэром симплициальной аппроксимации произвольных непрерывных отображений. Решающим образом стимулировал этот процесс семинар Брауэра, участниками которого были П. С. Александров и Л. Вьеторис. Они вместе с С. Лефшецем и решили тремя разными способами в 1927—1928 г. основную задачу: определение гомологий для достаточно широкого класса пространств, прежде всего для компактов. После этого наступило десятилетие бурного проникновения гомологических методов в изучение топологических пространств, когда были переведены на гомологический язык фундаментальные понятия топологии: размерность, многообразие, в большой общности были доказаны теоремы двойственности и т. д. В этой работе приняли участие лучшие топологические силы того времени, в первую очередь П. С. Александров, С. Лефшец, Л. С. Понтрягин и Чех. Об интенсивности работы свидетельствует тот факт, что многие результаты получались двумя-тремя математиками почти одновременно. Чех включился в эту работу как последователь московской школы. Он пишет: «...Я пришел к мысли распространить теорию гомологий на некомпактные пространства после внимательного изучения мемуара П. С. Александрова „Untersuchungen über Gestalt und Lage...“» [1]). Главная заслуга основной работы Чеха в этом вопросе: «Théorie générale de l'homologie dans un espace quelconque» [2]) — необычайная широта, какую он придал подходу, данному П. С. Александровым, состоящему, как известно, во введении понятия нерва и в аппроксимации компактов комплексами, а именно, нервами все более мелких покрытий; это дало возможность получить гомологии в компакте посредством предельного перехода. Чех применяет этот метод П. С. Александрова не только к топологическим пространствам, а просто к множествам с выделенной системой «сетей»— конечных наборов подмножеств с соответствующими условиями вписанности и т. д. Впрочем, конечные покрытия, использованные Чехом, не дают здесь нужных результатов — уже гомологии прямой линии, как показал Даукер, изоморфны аддитивной группе функций, приведенных по модулю ограниченных функций. Вообще на этом пути получаются гомологии максимального бикомпактного расширения (см. С. Лефшец, «Алгебраическая топология», 1949 г., стр. 331). Правильный подход заключается в применении покрытий с условиями типа локальной конечности; он был осуществлен только в конце 40-х годов. Однако разработанная Чехом техника, например, понятие существенного цикла и др., сохранила все свое значение, а его статья оказала большое влияние на последующее развитие алгебраической топологии. Для самого Чеха эта статья послужила исходной точкой для всех его последующих работ по теории гомологий. Его основные результаты в этой области: созда-

[1]) Сборник «Topological papers of Eduard Čech», Prague, 1968, стр. 361.
[2]) Fund. Math. 19 (1932), 149.

ние (одновременно с С. Лефшецем, П. С. Александровым и Л. С. Понтрягиным) теории обобщенных гомологических многообразий, которые в дальнейшем оказались наиболее естественным полем для приложения гомологических методов в теории компактных групп преобразований, исследование (почти одновременно с П. С. Александровым) локальных гомологических свойств пространств, открытие (одновременно с Н. Стинродом) важной формулы универсальных коэффициентов в ее первоначальной форме.

Период преимущественного развития гомологической топологии быстро привел к выяснению границ применимости этих методов. После открытия Хопфом в 1931 г. алгебраически (т. е. гомологически) тривиального, но все же существенного отображения трехмерной сферы на двумерную, стало настоятельной необходимостью создание того, что позже получило название гомотопической топологии. Начало нового периода относится к 1935 г., когда А. Н. Колмогоровым и Дж. Александером было открыто кольцо когомологий, а Гуревич ввел и изучил понятие гомотопического типа.

Чех сделал два важных вклада в это новое направление. Он одновременно с Х. Уитни определил по-новому когомологическое умножение (так, как это делается теперь), установив попутно изоморфизм кольца когомологий многообразия с кольцом Лефшеца. Главное же, он впервые определил гомотопические группы! Это было сделано еще в 1932 г. и сообщено на Цюрихском математическом конгрессе за три года до работ В. Гуревича. Однако, к сожалению, достижение Чеха не получило признания по той причине, что группы оказались коммутативными и, следовательно, не давали при коммутировании гомологий, что полагалось по тогдашним понятиям ожидать от «правильного» обобщения группы Пуанкаре. Чех не оставил никакого изложения своих результатов, кроме маленькой заметки в трудах конгресса в шесть строк, где не дано даже определения групповой операции. Однако Гуревич указывает, что его определение эквивалентно определению Чеха (впрочем, иначе и не могло быть).

Характерной чертой работ Чеха было его стремление к единству различных методов. В теоретико-множественной топологии его привлекала в особенности «ее способность пропитаться всем, что по-настоящему существенно и плодотворно в других методах». Особенное значение он придавал «тому факту, что наиболее выдвинувшейся части комбинаторной топологии, именно, теории гомологий, оказалось возможным придать форму, основанную исключительно на общей теории множеств». Вообще «теоретико-множественный подход немецких геометров» занимает в топологических исследованиях Чеха основное место; в этом он видел отличие своей точки зрения от московской, где делался акцент на применение комбинаторных методов в общей топологии. Естественно, что работы Чеха, посвященные собственно теоретико-множественной топологии, занимают в его творчестве столь же, если не более, значительное место.

Чех много занимался теорией размерности. Он далеко продвинул изучение так называемой большой индуктивной размерности Ind. Само определение было уже дано в частном случае Брауэром, что, видимо, было Чеху неизвестно. По существу, именно это определение (между непересекающимися замкнутыми множествами имеется ($n-1$)-мерная перегородка) является адекватным математическим оформлением известной идеи Пуанкаре. Но Чех дал новому понятию права гражданства, доказав для Ind основные свойства размерности: теорему суммы, монотонность и т. д. Отметим, что в самое последнее время молодой советский тополог В. В. Филиппов решил возникшую тогда же задачу, доказав, что в случае бикомпактов Ind может не совпадать с основной размерностной функцией — размерностью dim.

Но наибольшую славу принесла Чеху работа 1937 г. «О бикомпактных пространствах»— славу первого, кто понял все значение в топологии понятия бикомпактного расширения топологического пространства. Как и всякое фундаментальное математическое понятие, понятие максимального бикомпактного расширения появлялось неявно задолго до того, как было осознано математиками. Сам Чех вплотную подошел к нему уже в своем мемуаре по теории гомологий — как мы сказали, его метод приводил к гомологиям не данного пространства, а его максимального расширения. В 1930 г. А. Н. Тихонов рассматривал бикомпактное расширение пространства на основе известной урысоновской конструкции. Но только в 1937 г. Чех выяснил значение этого построения, доказав максимальность получаемого расширения, т. е. что каждое непрерывное отображение данного вполне регулярного пространства в бикомпакт продолжается на это расширение. Одновременно с Чехом, но с двойственной алгебраической точки зрения свойства максимального бикомпактного расширения были изучены М. Стоуном. В настоящее время расширение Чеха — Стоуна — одна из самых крепких нитей, связывающих общую топологию с современным анализом и другими ветвями математики. В той же работе Чех ввел и изучил важное понятие топологической полноты — свойства быть множеством типа G_δ в чеховском расширении, что для метризуемых пространств равносильно возможности ввести полную метрику. Отметим, что внутренний критерий этой «полноты в смысле Чеха» был дан А. В. Архангельским [1]).

Творчеством Чеха установлены крепкие связи между чехословацкой и советской математическими школами. Если в своих гомологических исследованиях он отправлялся от работ П. С. Александрова, а в исследованиях по общей топологии от работ П. С. Урысона и А. Н. Тихонова, если руководимый им семинар начинал свою работу, как это свидетельствуют его участники, с изучения статей П. С. Александрова и П. С. Урысона, а в работах по дифференциальной геометрии он часто был близок по направлению работам С. П. Финикова и его школы, то в свою очередь идеи Чеха, такие введенные им понятия, как топологическая полнота, большая индуктивная размерность или чеховское расширение, оказались стимулом для плодотворной работы многих советских топологов послевоенного поколения.

Советские математики отдают дань своего глубокого уважения памяти выдающегося чешского ученого.

А. В. Чернавский

[1]) Вестник МГУ 2 (1961), 37—40.