D. V. Dimitrov

О векторных интегралах мерах

In: Zdeněk Frolík (ed.): Abstracta. 4th Winter School on Abstract Analysis. Czechoslovak Academy of Sciences, Praha, 1976. pp. 81–82.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/701048

FOURTH W'NTER SCHOOL (1976)

О ВЕКТОРНЫХ ИНТЕГРАЛАХ МЕРАХ

Д.Б. ДИМИТРОВ

1. Основной аппарат в рассматриваемых вопросах это со значением в B-пр-вах или ЛВТП, не содержащих подпространства изоморфного c_0. ($X \not\ni c_0$)

Теорма 1. Если ЛВТП $X \not\ni c_0$, то из слабой абсолютной сходимости ряда следует его безусловная сходимость.

Теорема 2. Если ЛВТП $X^*_\beta \not\ni c_0$ и секвенциально полно, то из сходимости ряда $\sum |\langle x^* , x \rangle| < \infty$ $\forall x \in X \Longrightarrow$ безусловная сходимость ряда $\sum x^*_n$.

Теорема 3. Если $X \not\ni c_0$ и является сепарабельным пространством Фреше, то интеграл Гельфанда принадлежит самому пространству. Более того, он аппроксимируется конечными лебеговыми суммами в исходной топологии пр-ва.

Теорема 3 при определенных условиях распространяется на ЛВТП.

Интеграл Петиса является абсолютно непрерывной функцией множества. Это следует из следующей теоремы.

Теорема 4. Пусть X ЛВТП. Любая слабо λ-абсолютно непрерывная мера $\mu : S \to X$ является λ-абсолютно непрерывной в исходной топологии пр-ва.

Теорема 5. Любая конечно-аддитивная, слабо λ-абсолютная непрерывная функция множества $\mu : R \to X$ может быть продолжена до счетно аддитивной, λ-абсолютно непрерывной функции, заданной на S тогда и только тогда, когда пространство X не содержит подпространства , изоморфного c_0

R - кольцо плотно в кольце S, $\subset S$.

Теорема 6. Пусть X сепарабельное, пр-во Банаха и $m: \Sigma \to X$ векторная мера. Мера m может быть представленной в виде

$$m(E) = \int_E f(t) d\lambda \quad \text{(интеграл Петиса)}$$

тогда и можно тогда, когда

а) мера m λ -абсолютно непрерывная

б) $S = \bigcup_{i=1}^{\infty} S_i$, $S_i \cap S_j = \emptyset$, $S_i = \bigcup_{=1}^{\infty} E_{im}$ $E_{in} \cap E_{im} = \emptyset$

$|m|(E_{ij}) < \infty$ (сильная вариация онграниченная на E_{ij})

в) для любого $E \in \Sigma$ с конечной мерой и для $\forall \varepsilon > 0$ $\exists$ $F \subset E$, $F \in \Sigma$, $\lambda(F) > 0$, $\lambda(E \setminus F) < \varepsilon$ и такое, что

$$A_F(m) = \left\{ \frac{m(F')}{\lambda(F')} : F' \subset F, \ \lambda(F') > 0 \right\}$$

относительно компактно.