

D. V. Dimitrov

О векторных интегралах мерах

In: Zdeněk Frolík (ed.): *Abstracta. 4th Winter School on Abstract Analysis.*
Czechoslovak Academy of Sciences, Praha, 1976. pp. 81–82.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/701048>

Terms of use:

© Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic,
1976

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to
digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this
document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic
delivery and stamped with digital signature within the project
DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

FOURTH WINTER SCHOOL (1976)

О ВЕКТОРНЫХ ИНТЕГРАЛАХ МЕРАХ

Д.Б. ДИМИТРОВ

1. Основной аппарат в рассматриваемых вопросах это со значением в В-пр-вах или ЛВТП, не содержащих подпространства изоморфного C_0 . ($X \not\cong C_0$)

Теорема 1. Если ЛВТП $X \not\cong C_0$, то из слабой абсолютной сходимости ряда следует его безусловная сходимость.

Теорема 2. Если ЛВТП $X^* \not\cong C_0$ и симметрически полно, то из сходимости ряда $\sum | \langle x^*, x \rangle | < \infty \quad \forall x \in X \Rightarrow$ безусловная сходимость ряда $\sum x_n^*$.

Теорема 3. Если $X \not\cong C_0$ и является сепарабельным пространством Фреше, то интеграл Гельфанда принадлежит самому пространству. Более того, он аппроксимируется конечными лебеговыми суммами в исходной топологии пр-ва.

Теорема 3 при определенных условиях распространяется на ЛВТП.

Интеграл Петиса является абсолютно непрерывной функцией множества. Это следует из следующей теоремы.

Теорема 4. Пусть X ЛВТП. Любая слабо λ -абсолютно непрерывная мера $\mu: S \rightarrow X$ является λ -абсолютно непрерывной в исходной топологии пр-ва.

Теорема 5. Любая конечно-аддитивная, слабо λ -абсолютно непрерывная функция множества $\mu: R \rightarrow X$ может быть продолжена до счетно аддитивной, λ -абсолютно непрерывной

функции, заданной на S тогда и только тогда, когда пространство X не содержит подпространства, изоморфного c_0 , R - кольцо плотно в кольце S , $c S$.

Теорема 6. Пусть X сепарабельное, пр-во Банаха и $m: \Sigma \rightarrow X$ векторная мера. Мера m может быть представлена в виде

$$m(E) = \int_E f(t) d\lambda \quad (\text{интеграл Петиса})$$

тогда и можно тогда, когда

а) мера m λ -абсолютно непрерывная

б) $S = \bigcup_{i=1}^{\infty} S_i$, $S_i \cap S_j = \emptyset$, $S_i = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_{in}$, $E_{in} \cap E_{im} = \emptyset$

$\lambda m(E_{ij}) < \infty$ (сильная вариация ограниченная на E_{ij})

в) для любого $E \in \Sigma$ с конечной мерой и для $\forall \epsilon > 0 \exists F \subset E$, $F \in \Sigma$, $\lambda(F) > 0$, $\lambda(E \setminus F) < \epsilon$ и такое, что

$$A_F(m) = \left\{ \frac{m(F')}{\lambda(F')} : F' \subset F, \lambda(F') > 0 \right\}$$

относительно компактно.