Ivan Hlaváček; Mircea Predeleanu

Sur l'existence et l'unicité de la solution dans la théorie du fluage linéaire. I. Premier problème aux limites.

Aplikace matematiky, Vol. 9 (1964), No. 5, 321–327

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102910

SUR L'EXISTENCE ET L'UNICITÉ DE LA SOLUTION DANS LA THÉORIE DU FLUAGE LINÉAIRE I. PREMIER PROBLÈME AUX LIMITES

IVAN HLAVÁČEK et MIRCEA PREDELEANU

(Reçu le 11 décembre 1963.)

L'existence et l'unicité de la solution du premier problème aux limites (problème du type Dirichlet-Poisson) est prouvée dans la théorie du fluage linéaire tridimensionnal. On suppose l'homogénéité et l'isotropie des matériaux, l'invariance par rapport au temps du coefficient de contraction latérale. On considère non seulement les phénomènes héréditaires, mais aussi l'âge des matériaux.

L'étude de l'unicité des solutions des équations des corps viscoélastiques linéaires définis à l'aide des opérateurs intégrales de type convolutif est marqué par le travail de V. V. VOLTERRA [1] en 1909. BREUER et ONAT [2] en 1962 ont démontré aussi, en utilisant une autre voie, un théorème d'unicité en conditions un peu differentes de celles utilisées dans [1].

Un traitement élégant et systématique du problème d'unicité dans la théorie de la viscoélasticité linéaire a été donné par GURTIN et STERNBERG [3].

La théorie de la viscoélasticité linéaire définie par les opérateurs intégrales convolutifs ou par les opérateurs diférentiels caractérise seulemént les phénomènes hérééitaires, et non pas ceux, dans lesquels on tient compte de l'âge des matériaux. Une théorie complète de ces phénomènes dans le cadre de linéairité introduit des opérateurs de type Volterra nonconvolutifs [4].

Ainsi, si s_{ik} et e_{ik} sont respectivement les déviateurs du tenseur de tension σ_{ik} et du tenseur de déformation ε_{ik}, définis par

$$s_{ik} = \sigma_{ik} - \tfrac{1}{3}\delta_{ik}\sum_{i=1}^{3}\sigma_{ii}\,, \quad e_{ik} = \varepsilon_{ik} - \tfrac{1}{3}\delta_{ik}\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_{ii}$$

où $\delta_{ik} = 1$ pour $i = k$, $\delta_{ik} = 0$ pour $i \neq k$, $i, k = 1, 2, 3$, l'équation rhéologique d'état pour un corps homogène et isotrope est donnée par

$$(1) \qquad s_{ik}(X, t) = 2\left[G(t)\, e_{ik}(X, t) - \int_0^t \left(\frac{\partial}{\partial \tau}\,\mathscr{G}(t, \tau)\right) e_{ik}(X, \tau)\,\mathrm{d}\tau\right],$$

$$(2) \qquad \sum_{i=1}^{3}\sigma_{ii}(X, t) = 3\left[K(t)\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_{ii}(X, t) - \int_0^t \left(\frac{\partial}{\partial \tau}\,\mathscr{K}(t, \tau)\right)\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_{ii}(X, \tau)\,\mathrm{d}\tau\right],$$

où $\mathscr{G}(t, \tau)$, $\mathscr{K}(t, \tau)$ sont les fonctions de relaxation pour le cisaillement pur et pour la déformation volumétrique,

$$G(t) = \mathscr{G}(t, t) \quad \text{et} \quad K(t) = \mathscr{K}(t, t)$$

désignent respectivement les modules d'élasticité, instantanée.

Du problème de l'unicité dans la théorie de ces corps s'est occupé M. PREDELEANU [5], qui a donné un théorème d'unicité de la solution du premier problème aux limites (problème du type Dirichlet) pour une classe des corps de type (1)–(2), définie par la relation

$$\mathscr{K}(t, \tau) = c_0\, \mathscr{G}(t, \tau) \tag{3}$$

(c_0 constante positive)

La classe des corps définie par la relation (3), qui implique l'invariance par rapport au temps du coefficient de contraction latérale (coefficient de Poisson) est remarquable tant du point de vue expérimental – cette propriété étant caractéristique pour quelques matériaux – que du point de vue analytique par la possibilité d'employer l'analogue élastique pour construire les solutions des problèmes aux limites.

Dans cette note nous nous occuperons de l'existence et de l'unicité de la solution du premier problème aux limites pour la classe des corps définis par (1)–(3).

En tenant compte des équations d'équilibre

$$\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = F_i \quad (i = 1, 2, 3)\,, \tag{4}$$

où $-F_i$ sont les forces massiques et des relations (1)–(3), les équations en déplacements sont données par

$$G_t\, L_i \mathbf{u} \equiv G(t)\;\; L_i\, \mathbf{u}(X, t) - \int_0^t \frac{\partial \mathscr{G}(t, \tau)}{\partial \tau}\, L_i\, \mathbf{u}(X, t)\, \mathrm{d}\tau = F_i(X, t) \tag{5}$$

pour $X \in \Omega$, $t \in J$,

$$u_i(X, t) = f_i(X, t) \quad \text{pour} \quad X \in \Gamma,\ t \in J\,, \qquad i = 1, 2, 3\,, \tag{6}$$

où

$$L_i \mathbf{u} = \nabla^2 u_i + \left(c_0 + \tfrac{1}{3}\right) \sum_{i,k=1}^{3} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i\, \partial x_k}\,, \tag{7}$$

J est l'interval $\langle 0, T \rangle$,
Ω le domaine borné, occupé par le corps,
Γ sa frontière.

Considérons d'abord le problème élastique correspondant, défini par les équations

$$L_i\, \mathbf{u}(X, t) = \mathscr{F}_i^*(X, t) \quad \text{pour} \quad X \in \Omega\,, \tag{8}$$

$$u_i(X, t) = f_i(X, t) \quad \text{pour} \quad X \in \Gamma\,, \tag{9}$$

$$i = 1, 2, 3,\ t \in J \text{ arbitraire}\,.$$

On peut écrire les équations (8)–(9) à l'aide des vecteurs

(8') $$\boldsymbol{L}\boldsymbol{u} = \mathscr{F}^* ,$$

(9') $$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{f} .$$

Das la suite, on emploie les symboles: $X \equiv (x_1, x_2, x_3)$ est un point en coordonnées orthogonales, $W_2^{(1)}(\Omega)$ est l'espace des fonctions qui ont le carré sommable dans Ω et qui possèdent toutes les dérivées partielles premières généralisées, le carré de ces dérivées étant sommable dans Ω.

Avec le produit scalaire

$$(u, v)_{W_2^{(1)}(\Omega)} = \int_\Omega uv \,\mathrm{d}X + \int_\Omega \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial v}{\partial x_i} \,\mathrm{d}X$$

$W_2^{(1)}(\Omega)$ devient espace hilbertion.

$\mathscr{D}(\Omega)$ signifie l'espace des fonctions, qui possèdent les dérivées de tous les ordres continues et sont même à support compact dans Ω;

$\mathring{W}_2^{(1)}(\Omega)$ est la fermeture de $\mathscr{D}(\Omega)$ dans la norme d'espace $W_2^{(1)}(\Omega)$. Avec le produit scalaire

$$(u, v)_{\mathring{W}_2^{(1)}(\Omega)} = \int_\Omega \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial v}{\partial x_i} \,\mathrm{d}X$$

$\mathring{W}_2^{(1)}(\Omega)$ devient espace hilbertien.

Nous emploierons les espaces des vecteur-fonctions, resp. l'espace des fonctionelles linéaires continues $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)$, $\mathring{\mathbf{W}}_2^{(1)}(\Omega)$, resp. $\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega)$, avec les normes suivantes

(10) $$|\boldsymbol{u}|^2_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)} = \sum_{i=1}^{3} |u_i|^2_{W_2^{(1)}(\Omega)}$$

et pareillement pour $\mathring{\mathbf{W}}_1^{(2)}(\Omega)$,

$$|\boldsymbol{F}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega)} = \sup_{|\boldsymbol{u}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(1)}(\Omega)}=1} |(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{u})| \quad \text{où} \quad (\boldsymbol{F}, \boldsymbol{u}) = \sum_{i=1}^{3} (F_i, u_i)$$

et (F_i, u_i) est la valeur de la fonctionelle $F_i \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)$ pour $u_i \in \mathring{W}_2^{(1)}(\Omega)$.

Parce que dans (7) $c_0 > 0$, l'opérateur $-\boldsymbol{L}$ est elliptique „par rapport au problème de Poisson" (cf. par ex. [6]). Ceci résulte de l'inégalité de Korn pour des matériaux homogènes et isotropiques (à voir [7], § 41).

On peut en déduire ([6]) le

Lemme 1. *Si*

(11) $$\mathscr{F}_i^*(X, t) \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega) ,$$

(12) $$f_i(X, t) \in W_2^{(1)}(\Omega) ,$$

$$i = 1, 2, 3, \; t \in J ,$$

alors il-y-a dans l'espace $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)$ *pour chaque* $t \in J$ *une solution unique* $\mathbf{u}(X, t)$ *du problème* (8)–(9) *au sens faible suivant: pour toutes les vecteur – fonctions* $\varphi_i \in \in \mathscr{D}(\Omega)$ *est*

$$(13) \qquad -\int_\Omega \sum_{i,k=1}^{3} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i}\left[\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \left(c_0 + \tfrac{1}{3}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right] \mathrm{d}X = \sum_{i=1}^{3} (\mathscr{F}_i^*, \varphi_i)\,,$$

$$(14) \qquad u_i - f_i \in \mathring{W}_2^{(1)}(\Omega)\,,$$

$$i = 1, 2, 3\,.$$

Introduisons maintenant des espaces $W_2^{(1)}(\Omega, J)$, $\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)$ resp. $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$, $\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega, J)$ des transformations de l'intervalle J dans les espaces $W_2^{(1)}(\Omega)$, $\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)$ resp. $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)$, $\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega)$, definis pour chaque $t \in J$ et avec les normes

$$|u_i|_{W_2^{(1)}(\Omega,J)} = \sup_{t\in J} |u_i(t)|_{W_2^{(1)}(\Omega)}\,, \quad |\mathscr{F}_i|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega,J)} = \sup_{t\in J} |\mathscr{F}_i(t)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)}\,,$$

$$|\mathbf{u}|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega,J)} = \sup_{t\in J} |\mathbf{u}(t)|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)}\,, \quad |\mathscr{F}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega,J)} = \sup_{t\in J} |\mathscr{F}(t)|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega)}\,.$$

Evidemment, si par ex. $u_i \in W_2^{(1)}(\Omega, J)$ pour $i = 1, 2, 3$, alors de (10) résulte $\mathbf{u} \in \in \mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$. Il en va de même pour $\mathscr{F}_i$, $\mathscr{F}$.

Lemme 2. *Supposons, que*

$$\mathscr{F}_i^*(X, t) \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)\,,$$

$$f_i(X, t) \in W_2^{(1)}(\Omega, J)\,, \quad (i = 1, 2, 3)$$

alors il résulte qu'il existe aussi une solution $\mathbf{u}(X, t) \in \mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$ *du problème* (8)–(9) *au sens* (13)–(14) *et cette solution est unique dans* $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$.

Cette affirmation est conséquence du lemme 1 et de l'inégalité

$$(15) \qquad |\mathbf{u}(t)|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)} \leqq c\left[|\mathscr{F}^*(t)|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(1)}(\Omega)} + |\mathbf{f}(t)|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega)}\right]\,, \quad t \in J$$

(voir [6]), où c ne dépend pas de t.

En revenant au problème défini par (5)–(6), nous démontrerons le

Lemme 3. *Soit dans l'équation intégrale* (5): *la fonction* $\partial\mathscr{G}(t, \tau)/\partial\tau$ *mesurable, bornée dans le carré* $J \times J$, $G(t)$ *mésurable et* $|G(t)| \geqq \gamma > 0$ *pour* $t \in J$, $F_i(X, t) \in \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)$. *Alors il-y-a précisément une solution* $L_i\mathbf{u}$ *de l'équation* (5) *dans l'espace* $\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)$ *pour chaque* $i = 1, 2, 3$ *et l'on a*

$$(16) \qquad L_i\,\mathbf{u}(X, t) = \mathscr{F}_i(X, t) - \int_0^t H(t, \tau)\,\mathscr{F}_i(X, t)\,\mathrm{d}\tau\,,$$

où

$$\mathscr{F}_i(X, t) = \frac{F_i(X, t)}{G(t)} \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)\,,$$

et la résolvente est donnée par la somme de la série absolument et uniformément convergente des noyaux itérés

$$H(t, \tau) = -\sum_{n=1}^{\infty} \mathscr{I}_n(t, \tau)\,, \quad \mathscr{I}_1(t, \tau) = \frac{1}{G(t)} \frac{\partial \mathscr{G}(t, \tau)}{\partial \tau}\,.$$

Parce que $H(t, \tau)$ est la fonction bornée, mesurable dans $J \times J$, il résulte de l'équation (16), que

$$|L_i\, \boldsymbol{u}(t)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)} \leqq |\mathscr{F}_i(t)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)} + H \int_0^t |\mathscr{F}_i(\tau)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)}\, \mathrm{d}\tau\,,$$

où $|H(t, \tau)| \leqq H$ pour $(t, \tau) \in J \times J$ et enfin

$$(17) \qquad |L_i\, \boldsymbol{u}|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)} \leqq (1 + HT)\, |\mathscr{F}_i|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)}\,.$$

En démontrant que (16) représente la solution de l'équation de Volterra (5), il faut changer l'ordre de l'intégration

$$\int_0^t \mathscr{I}_1(t, \tau)\, \mathrm{d}\tau \int_0^\tau H(\tau, v)\, \mathscr{F}_i(v)\, \mathrm{d}v = \int_0^t \mathscr{F}_i(v)\, \mathrm{d}v \int_v^t \mathscr{I}_1(t, \tau)\, H(\tau, v)\, \mathrm{d}\tau\,.$$

La légitimité de ce changement est conséquence des theorèmes de Fubini et Tonelli pour les intégrales de fonctions abstraites (à comparer [8] III.11.15 et III.11.9), car pour $t \in I$ est

$$\int_0^t \mathrm{d}\tau \int_0^\tau |\mathscr{I}_1(t, \tau)\, H(\tau, v)\, \mathscr{F}_i(v)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)}\, \mathrm{d}v < \infty\,.$$

On peut conduire semblablement les autres parties de la démonstration de l'existence et de l'unicité de la solution, comme par ex. dans [9], si l'on prend au lieu des valeurs absolues les normes dans l'espace $\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)$.

Remarque. Notre lemme 3 subsiste même si la fonction $\partial \mathscr{G}(t, \tau)/\partial \tau$ n'est pas bornée, mais qu'elle possède une singularité faible, c'est-à-dire que

$$\left|\frac{\partial \mathscr{G}(t, \tau)}{\partial \tau}\right| \leqq \frac{C_1}{(t - \tau)^\alpha}\,,$$

où C_1 est une constante et $0 < \alpha < 1$.

La série pour la résolvente converge de nouveau absolument est uniformément vers la fonction bornée $H(t, \tau)$ (cf. par ex. [10]), également nous dérivons aussi l'appréciation (17) et de même, comme d'abord, nous démontrons, que (16) définit la solution de l'équation (5). L'unicité résulte par ex. de la conséquence du paragraphe 1.12 du livre [9] et du lemme 3.

On peut énoncer le

Théorème. *Le premier problème aux limites pour un corps défini par les relations* (1)–(3), *en tenant compte des suppositions de lemme 3* (*évent. de la remarque*), *soumis aux forces massiques* $F_i(X, t) \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J)$ *et avec les déplacements sur* Γ *égaux à* $f_i(X, t) \in W_2^{(1)}(\Omega, J)$ *a une solution faible* $\mathbf{u}$, *qui est unique dans* $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$ *et*

$$(18) \qquad |\mathbf{u}|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega,J)} \leqq c\left[|\mathbf{F}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega,J)} + |\mathbf{f}|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega,J)}\right].$$

Démonstration. Il résulte du lemme 3, que les équations (5), possédant la forme $G_t L_i \mathbf{u} = \mathscr{F}_i$, sont équivalentes aux équations

$$L_i\mathbf{u} = G_t^{-1}\mathscr{F}_i = \mathscr{F}_i^*(t) \in \mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega, J), \quad i = 1, 2, 3.$$

Ainsi nous avons transformé le problème (5)–(6) dans le problème du type (8)–(9), (avec t variable dans l'intervalle J), qui a suivant le lemme 2 précisément une solution dans l'espace $\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega, J)$.

Nous démontrerons la relation (18) succesivement. Suivant (17) nous recevons d'abord

$$|\mathscr{F}_i^*|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega,J)} \leqq c_2|\mathscr{F}_i|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega,J)} \leqq c_2\,\gamma|F_i|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega,J)}.$$

Ensuite, nous en déduisons

$$|\mathscr{F}^*|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega,J)} \leqq \sup_{t\in J}\Big(\sum_{i=1}^{3}|\mathscr{F}_i^*(t)|^2_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)}\Big)^{\frac{1}{2}} \leqq \Big(\sum_{i=1}^{3}\sup_{t\in J}{}^2\,|\mathscr{F}_i^*(t)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)}\Big)^{\frac{1}{2}} \leqq$$

$$\leqq c_2\gamma\sqrt{3}\max_{i=1,2,3}\sup_{t\in J}|F_i(t)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)} = c_3\sup_{t\in J}\max_{i=1,2,3}|F_i(t)|_{\mathring{W}_2^{(-1)}(\Omega)} =$$

$$= c_3\sup_{t\in J}\max_{i=1,2,3}\sup_{|v_i|_{\mathring{W}_2^{(1)}(\Omega)}=1}|(F_i(t), v_i)| \leqq c_3\sup_{t\in J}\sup_{|\mathbf{v}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(1)}(\Omega)}=1}\Big|\sum_{i=1}^{3}(F_i(t), v_i)\Big| =$$

$$= c_3|\mathscr{F}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega,J)}.$$

De (15) et de la dernière appréciation, il résulte

$$|\mathbf{u}|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega,J)} \leqq c\left[|\mathscr{F}^*|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega,J)} + |\mathbf{f}|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega,J)}\right] \leqq$$

$$\leqq c_4\left[|\mathbf{F}|_{\mathring{\mathbf{W}}_2^{(-1)}(\Omega,J)} + |\mathbf{f}|_{\mathbf{W}_2^{(1)}(\Omega,J)}\right].$$

Littérature

[1] *V. Volterra*: Sulle equazioni integro-differenziali della teoria dell'elasticita. Atti della Reale Accademia dei Lincei 18, 2, 295 (1909).

[2] S. Breuer and E. T. Onat: On uniqueness in linear viscoelasticity. Quarterly of Applied Mathematics, 19, 4, 355 (1962).

[3] *M. E. Gurtin* and *E. Sternberg*: On the linear theory of viscoelasticity. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 11, 4, 291 (1962).

[4] *Н. Х. Арутюнян:* Некоторые вопросы теории ползучести. Москва 1952.

[5] *M. Predeleanu*: Sur l'unicité de la solution du système d'équations d'une classe du corps ayant des propriétés rhéologiques linéaires. Comptes Rendus, Acad. des Sciences, Paris, 256, 1, 71 (1963).

[6] *E. Magenes,* G. Stampacchia: I problemi al contorno per le equazioni differenziali di tipo ellittico. Annali della scuola normale superiore di Pisa, ser. III, vol XII, 1958, 247-357.

[7] *С. Г. Михлин:* Проблема минимума квадратичного функционала. Москва 1952.
[8] *Н. Данфорд* и *Дж. Шварц:* Линейные операторы. I. Общая теория. Москва 1962.
[9] *Ф. Трикоми:* Интегральные уравнения. Москва 1960.
[10] *S. G. Michlin:* Integrální rovnice. Praha 1952.

Souhrn

EXISTENCE A JEDNOZNAČNOST ŘEŠENÍ V TEORII LINEÁRNÍ REOLOGIE

I. PRVNÍ OKRAJOVÁ ÚLOHA

IVAN HLAVÁČEK a MIRCEA PREDELEANU

Dokazuje se existence a unicita řešení 1. okrajového problému (Dirichlet-Poissonova) v lineární prostorové reologii, s omezením na homogenní a isotropní materiály a stálý, v čase nepromĕnný koeficient příčné kontrakce. Je započteno jak dotvarování, tak i stárnutí materiálu.

Řešení problému je definováno ve slabém smyslu (viz [6]). Pomocí příslušné Volterrovy integrální rovnice druhého druhu je původní problém převeden na problém v podstatě teorie pružnosti, pro který platí existence a unicita.

Резюме

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ОДНОЗНАЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

I. ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА

ИВАН ГЛАВАЧЕК и МИРЧА ПРЕДЭЛЕАНУ (Ivan Hlaváček et Mircea Predeleanu)

Доказывается существование и однозначность решения 1-ой краевой задачи (Дирихле-Пуассона) в линейной пространственной ползучести, причем ограничиваемся однородными и изотропными материалами и постоянным, не переменным во времени коэффициентом поперечного сжатия. Учитывается наследственность и также старение материала.

Решение задачи определено в слабом смысле (см. [6]). При помощи соответствующего интегрального уравнения Вольтерра второго рода сводится первоначальная проблема, по существу, к проблеме из теории упругости, для которой имеет место утверждение о существовании и однозначности.

Adresse des auteurs: Inž. *Ivan Hlaváček* C. Sc., Matematický ústav ČSAV, Žitná 25, Praha 1. — Dr. *Mircea Predeleanu,* Institut de Mathématiques de l'Académie des Sciences de la R. P. R., M. Eminescu 47, Bucureşti 3.