Fritz Krückeberg

Bemerkungen zur Intervall-Analysis

Aplikace matematiky, Vol. 13 (1968), No. 2, 152–153

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/103147

BEMERKUNGEN ZUR INTERVALL-ANALYSIS

F. KRÜCKEBERG

Durch die Veröffentlichungen von MOORE [1], NICKEL [2] und deren Mitarbeitern wurden grosse Erfolge auf dem Gebiet der Intervall-Analysis erreicht. Auch in Bonn wurden vielfältige Untersuchungen [3], [4], [5] angestellt, die die Bedeutung, Tragfähigkeit und Anwendungsbreite der Intervall-Analysis sehr deutlich bestätigten. Von den in Bonn durchgeführten Arbeiten sollen hier einige ausgewählte Resultate genannt werden:

1. Analog zu dem von Nickel eingeführten „Triplex-Algol" wurde in Bonn FORTRAN so erweitert, daß arithmetische Ausdrücke in FORTRAN unmittelbar nach den Vorschriften der Intervall-Arithmetik ausgeführt werden, wie z. B.

$$Y = A + B/\sin F(X + C*D)\,.$$

Ein neu programmierter Eingabe- und Ausgabeabschnitt gestattet die völlig sichere Einbeziehung sämtlicher Konversionsfehler im Sinne einer „Aussenrundung".

2. Ein 3-Körper-Problem der Himmelsmechanik wurde mit hoher Genauigkeit integriert.

3. Der Kalkül zur Handhabung von Intervallpolynomen wurde um folgende Begriffe und Operationen erweitert: „Vergröberung", „Ableitungsverträglichkeit", „Ableitungsverträgliche Vergröberung". Dadurch ist es unter anderem möglich, höhere Ableitungen gegebener Funktionen numerisch sehr genau einzuschließen.

4. Die Situation der Intervall-Analysis lässt sich allgemein durch folgendes Diagramm kennzeichnen:

$$\begin{tikzcd}
\text{infinit} & M \arrow[r, "T"] \arrow[dd] & M^* & \\
\underset{\sim}{M} \subseteq M \subseteq \tilde{M} & & & \underset{\sim}{B} \subseteq M^* \subseteq \tilde{B} \\
\text{finit} & (\underset{\sim}{M}, \tilde{M}) \arrow[r, "\hat{T}"] & (\underset{\sim}{B}, \tilde{B}) \arrow[uu] &
\end{tikzcd}$$

Dabei ist M eine vorgelegte (im allgemeinen nicht finit darstellbare) Menge, deren Bild M^* bezüglich der Abbildung T gesucht wird. Konstruiert werden müssen in Datenverarbeitungsanlagen *finit* darstellbare Mengen $\underset{\sim}{M}, \tilde{M}$ sowie ein *endliches*

System $\hat{T}$ von *finiten* Operatoren, sodaß für die finiten Bildmengen $\underset{\sim}{B}, \tilde{B}$ gilt $\underset{\sim}{B} \subseteq$ $\subseteq M^* \subseteq \tilde{B}$.

5. Eine Erweiterung dieses Diagramms ergibt sich durch die Forderung, die lineare Abhängigkeit von M^* von M explizit und numerisch völlig gesichert anzugeben. Ein Beispiel hierzu ist die Inversion von Matrizen-Mengen:

$$M^* = (A + HE)^{-1} \subseteq A^{-1} + \sum_{i,j=1}^{n} h_{ij} R_{ij} + \boldsymbol{S}$$

Dabei ist A eine vorgelegte Matrix, H deren „Störung“, wobei $H \subseteq \boldsymbol{H}$ und $\boldsymbol{H}$ eine fest vorgegebene Intervallmatrix bedeutet. E ist die Einheitsmatrix. Die lineare Komponente der Störung von A^{-1} wird durch die Matrizen R_{ij} explizit angegeben, während die Intervallmatrix $\boldsymbol{S}$ alle Störungen höherer Ordnung enthält. Diese Aufgabe wurde nach den Methoden der Intervall-Analysis auf der IBM7090 in Bonn numerisch völlig durchgeführt.

Literaturverzeichnis:

[1] *R. E. Moore:* Practical Aspects of Interval Computation, Tagung Liblice 1967 über Grundlegende Probleme der Numerischen Mathematik.

[2] *K. Nickel:* Bericht über neue Karlsruher Ergebnisse bei der Fehlererfassung von Numerischen Prozessen, Tagung Liblice 1967 über Grundlegende Probleme der Numerischen Mathematik.

[3] *F. Krückeberg:* Zur numerischen Integration und Fehlererfassung bei Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen, Schriften des Rheinischen-Westfällischen Institutes für Instrumentelle Mathematik an der Universität Bonn, Heft 1, 1961.

[4] *F. Krückeberg:* Inversion von Matrizen mit Fehlererfassung, Sonderheft der ZAMM zur GAMM-Tagung 1966.

[5] *F. Frückeberg:* Einige Operationen für Intervallpolynome, In Vorbereitung.

F. Krückeberg, 5301 Röttgen bei Bonn, Reichstrasse 54, BRD.