

# Aplikace matematiky

---

Fritz Krückeberg

Bemerkungen zur Intervall-Analysis

*Aplikace matematiky*, Vol. 13 (1968), No. 2, 152–153

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103147>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1968

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

BEMERKUNGEN ZUR INTERVALL-ANALYSIS

F. KRÜCKEBERG

Durch die Veröffentlichungen von MOORE [1], NICKEL [2] und deren Mitarbeitern wurden grosse Erfolge auf dem Gebiet der Intervall-Analysis erreicht. Auch in Bonn wurden vielfältige Untersuchungen [3], [4], [5] angestellt, die die Bedeutung, Tragfähigkeit und Anwendungsbreite der Intervall-Analysis sehr deutlich bestätigten. Von den in Bonn durchgeführten Arbeiten sollen hier einige ausgewählte Resultate genannt werden:

1. Analog zu dem von Nickel eingeführten „Triplex-Algol“ wurde in Bonn FORTRAN so erweitert, daß arithmetische Ausdrücke in FORTRAN unmittelbar nach den Vorschriften der Intervall-Arithmetik ausgeführt werden, wie z. B.

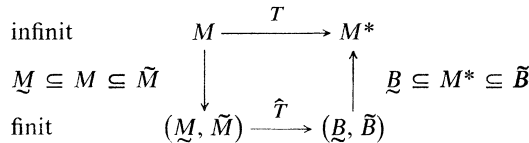
$$Y = A + B/\sin F(X + C*D).$$

Ein neu programmierter Eingabe- und Ausgabeabschnitt gestattet die völlig sichere Einbeziehung sämtlicher Konversionsfehler im Sinne einer „Aussenrundung“.

2. Ein 3-Körper-Problem der Himmelsmechanik wurde mit hoher Genauigkeit integriert.

3. Der Kalkül zur Handhabung von Intervallpolynomen wurde um folgende Begriffe und Operationen erweitert: „Vergrößerung“, „Ableitungsverträglichkeit“, „Ableitungsverträgliche Vergrößerung“. Dadurch ist es unter anderem möglich, höhere Ableitungen gegebener Funktionen numerisch sehr genau einzuschließen.

4. Die Situation der Intervall-Analysis lässt sich allgemein durch folgendes Diagramm kennzeichnen:



Dabei ist  $M$  eine vorgelegte (im allgemeinen nicht finit darstellbare) Menge, deren Bild  $M^*$  bezüglich der Abbildung  $T$  gesucht wird. Konstruiert werden müssen in Datenverarbeitungsanlagen finit darstellbare Mengen  $\underline{M}, \tilde{M}$  sowie ein endliches

System  $\hat{T}$  von *finiten* Operatoren, sodaß für die finiten Bildmengen  $\underline{B}, \bar{B}$  gilt  $\underline{B} \subseteq \subseteq M^* \subseteq \bar{B}$ .

5. Eine Erweiterung dieses Diagramms ergibt sich durch die Forderung, die lineare Abhängigkeit von  $M^*$  von  $M$  explizit und numerisch völlig gesichert anzugeben. Ein Beispiel hierzu ist die Inversion von Matrizen-Mengen:

$$M^* = (A + HE)^{-1} \subseteq A^{-1} + \sum_{i,j=1}^n h_{ij} R_{ij} + \mathbf{S}$$

Dabei ist  $A$  eine vorgelegte Matrix,  $H$  deren „Störung“, wobei  $H \subseteq \mathbf{H}$  und  $\mathbf{H}$  eine fest vorgegebene Intervallmatrix bedeutet.  $E$  ist die Einheitsmatrix. Die lineare Komponente der Störung von  $A^{-1}$  wird durch die Matrizen  $R_{ij}$  explizit angegeben, während die Intervallmatrix  $\mathbf{S}$  alle Störungen höherer Ordnung enthält. Diese Aufgabe wurde nach den Methoden der Intervall-Analyse auf der IBM7090 in Bonn numerisch völlig durchgeführt.

#### *Literaturverzeichnis:*

- [1] *R. E. Moore:* Practical Aspects of Interval Computation, Tagung Liblice 1967 über Grundlegende Probleme der Numerischen Mathematik.
- [2] *K. Nickel:* Bericht über neue Karlsruher Ergebnisse bei der Fehlererfassung von Numerischen Prozessen, Tagung Liblice 1967 über Grundlegende Probleme der Numerischen Mathematik.
- [3] *F. Krückeberg:* Zur numerischen Integration und Fehlererfassung bei Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen, Schriften des Rheinischen-Westfälischen Institutes für Instrumentelle Mathematik an der Universität Bonn, Heft 1, 1961.
- [4] *F. Krückeberg:* Inversion von Matrizen mit Fehlererfassung, Sonderheft der ZAMM zur GAMM-Tagung 1966.
- [5] *F. Krückeberg:* Einige Operationen für Intervallpolynome, In Vorbereitung.

*F. Krückeberg, 5301 Röttgen bei Bonn, Reichstrasse 54, BRD.*