Časopis pro pěstování matematiky

Václav Havel

O rozkladu neafinní singulární kolineace ve shodnost a projekci

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 84 (1959), No. 2, 202--203

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108537`

Vzhledem k větě 1 a 3 se nabízí vyšetřovat přímé součiny množiny, na níž je definována neúplná operace (splňující první dva Brandtovy axiomy případně ještě vhodně doplněné) s útvarem obecnějším než je grupa, např. s kvasigrupou, semigrupou, pologrupou atd.

LITERATURA

[1] *H. Brandt:* Über eine Verallgemeinerung des Gruppenbegriffes, Math. Annalen *96* (1927), 360—366.

[2] *A. Loewy:* Über abstrakt definierte Transmutationssysteme oder Mischgruppen. Jour. f. d. reine und angew. Math. *157* (1927), 239—254.

[3] *A. Nijenhuis:* Theory of geometric object, Amsterdam 1952.

Karel Čulík, Brno

O PARALELNÍM PRŮMĚTU ORTONORMÁLNÍ BASE

(Referát V. Havla o přednášce konané v „Diskusích o nových pracích brněnských matematiků" dne 3. února 1958 v Brně)

V referátu byly dokázány tyto tři věty:

1. *Soustava vektorů* $\mathfrak{a}_1, \ldots, \mathfrak{a}_n$, *vytvářejících v* E_n *m-rovinu, kde* $n \geqq 2m - 1$, *je v* E_n *vždy paralelním průmětem ortonormální base.*

2. *Soustava vektorů* $\mathfrak{a}_1, \ldots, \mathfrak{a}_n$, *vytvářejících v* E_n *m-rovinu, kde* $n \leqq 2m - 1$, *je v* E_n *paralelním průmětem ortonormální base právě tehdy, když charakteristická čísla matice* $(\mathfrak{a}_i \cdot \mathfrak{a}_j)_{j=1,\ldots,n}^{i=1,\ldots,n}$ *splňují při vhodném uspořádání relace* $g_1 \geqq \ldots \geqq g_{n-m} \geqq g_{n-m+1} = \ldots = g_m > g_{m+1} = \ldots = g_n = 0$.

3. *Soustava vektorů* $\mathfrak{a}_1, \ldots, \mathfrak{a}_n$ *vytvářejících v* E_n *m-rovinu je v* E_n *kolmým průmětem ortonormální base právě tehdy, když pro charakteristická čísla matice* $(\mathfrak{a}_i \cdot \mathfrak{a}_j)_{j=1,\ldots,n}^{i=1,\ldots,n}$ *platí relace* $g_1 = \ldots = g_m > g_{m+1} = \ldots = g_n = 0$.

Tyto tři věty zobecňují předchozí výsledky E. Stiefela (1937), H. Hadwigera (1940) a H. Naumanna (1957). Důkaz těchto vět byl proveden metodami lineární algebry užitím transformací symetrických matic na diagonální tvar. První dvě věty jsou přirozeným zobecněním klasické věty Pohlkeovy, věta 3 je analogií klasické věty Gaussovy-Weissbachovy.

Václav Havel, Brno

O ROZKLADU NEAFINNÍ SINGULÁRNÍ KOLINEACE VE SHODNOST A PROJEKCI

(Referát V. Havla o přednášce původně nazvané „Sdružené desarguesovské konfigurace" konané v „Diskusích o nových pracích brněnských matematiků" dne 10. března 1958 v Brně)

V rozšířeném referátu byl formulován problém, za jakých podmínek lze danou neafinní singulární kolineaci $\varkappa$ rozšířeného prostoru E_n na vlastní m-rovinu A rozložit ve shodnost a centrální projekci. Formulace je volena tak, aby neužívala souřadnicového systému.

Nutno rozlišovat případy $n = m + 1$, $n > m + 1$, které vedou ke zcela odlišnému řešení:

1. Je-li $n = m + 1$, pak označme S singulární bod kolineace $\varkappa$ a N nadrovinu, která je úplným vzorem nevlastního útvaru nadroviny A v kolineaci $\varkappa$. Rozklad kolineace $\varkappa$ ve shodnost a projekci existuje právě tehdy, když kolineace $\varkappa$ převádí aspoň jednu nadrovinu $R \parallel N$ v nadrovinu podobnou.

Tuto podmínku lze vyjádřit konstruktivně užitím podobných simplexů anebo užitím ortogonální polarity.

Pro $n = 3$ provedl toto první konstruktivní vyjádření E. A. Mčedlišvili (1949), kdežto druhé E. Kruppa (1923), avšak závisle na souřadnicovém systému.

2. Je-li $n > m + 1$, pak označme S $(n - m - 1)$-rovinu singulárních bodů a N úplný vzor nevlastního útvaru m-roviny A v kolineaci $\varkappa$; dále volme kteroukoliv nadrovinu $R \parallel N$ a položme $\tilde{S} = R \cap S$. Rozklad dané kolineace $\varkappa$ ve shodnost a projekci existuje právě tehdy, jestliže v R lze nalézt m-rovinu B tak, že kolineace převádí B v m-rovinu podobnou.

Tuto podmínku lze převést na jinou, konstruktivně výhodnější, použijeme-li m-rovinu B' kolmou v R k $\tilde{S}$. Podrobná formulace této podmínky vyžaduje však řady dalších pojmů a přesahuje rámec stručného résumé. Speciálně pro $n \geqq 2m$ lze kolineaci $\varkappa$ vždy rozložit ve shodnost a projekci. Výsledky ad 2 zdají se být nové.

Václav Havel, Brno

O GEOMETRICKÉM VÝZNAMU NEASOCIATIVNÍCH TĚLES

(Referát V. Havla o přednášce konané v „Diskusích o nových pracích brněnských matematiků" dne 6. října 1958 v Brně)

Kvasitěleso je algebraická struktura[1]) s binárním sečítáním a násobením, přičemž aditivní systém[2]) je abelovskou grupou, multiplikativní systém[2]) je kvasigrupou s jednotkou, platí identity $a0 = 0$, $a(b + c) = ab + ac$ a rovnice $ax = bx + c$ je při $a \neq b$ jednoznačně řešitelná. V distributivním kvasitělese platí navíc identita $(b + c)\,a = ba + ca$.

Geometrický význam distributivních kvasitěles s asociativním násobením, tj. komutativních a nekomutativních těles, je od dob Hilbertových dobře znám: Souřadnicemi z takovýchto těles lze opatřit právě ty geometrie, v nichž platí Desarguesova věta; při dimensi větší než 2 je předpoklad o Desarguesově větě nadbytečný.

Větu o geometrickém významu distributivních kvasitěles objevil v r. 1945 H. F. Gingenrich a uveřejnil ji bez důkazu ve výtahu své disertační práce.[3]) Důkaz uveřejnili v r. 1954 1954 H. Lenz,[4]) v r. 1955 G. Pickert[5]) a v r. 1957 R. Lingenberg.[6])

V tomto referátu je podán nový důkaz Gingenrichovy věty, jímž má být problém osvětlen z dalšího hlediska.

Nejprve budiž upozorněno na některé pojmy, jichž bude v dalším užito.

Projektivní rovina je bodová množina s význačnými podmnožinami, tzv. přímkami, přičemž dva různé body jsou obsaženy vždy v jediné přímce, dvě různé přímky mají vždy jediný společný bod a existují čtyři body, z nichž žádné tři nejsou obsaženy v téže přímce.

Vybereme-li v projektivní rovině pevnou přímku, tzv. nevlastní přímku, jejíž všecky body prohlásíme opět za nevlastní, dostáváme se k afinní rovině.

V afinní rovině zvolme vlastní body O, E a nevlastní body U, V tak, aby žádné tři z nich neležely na téže přímce. Body O, E, U, V tvoří tzv. souřadnicový reper, přímky OU, OV jsou souřadnicovými osami x, y. Souřadnicový obor $\mathfrak{S}$ je potom množina vlastních bodů přímky OE.[7]) Bod O prohlásíme za nulu, bod E za jednotku. Každému vlastnímu bodu A přísluší x-ová souřadnice $VA \cap OE$ a y-ová souřadnice $UA \cap OE$. Naopak, uspořádanému páru prvků a, b z $\mathfrak{S}$ přísluší vlastní bod $Ub \cap Va$. Vlastní body identifi-