Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Jan Sobotka
Poznámka o jisté vlastnosti křivek prostorových

*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 43 (1914), No. 3-4, 359--363

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109237

má 3 roviny symetrie, pak stačí ovšem, aby rovina $(a a')$ obalovala plochu.

Není nám známo, zda tento pozoruhodný theorém Cosseratův jest někde tímto nanejvýš elementárním způsobem odvozen.

---

# Poznámka o jisté vlastnosti křivek prostorových.

Napsal J. Sobotka.

Poznámka tato vztahuje se k pojednání pana B. Hostinského „Sur une propriété des courbes gauches“, uveřejněnému ve sv. VIII. (1913) časopisu „Annaes da academia polytechnica do Porto“.

Jde tu především o určení charakteristiky pro rovinu (P) pevně spojenou s pravoúhlým trojhranem $U(x, y, z)$, který se pohybuje tak, že $U$ popisuje křivku prostorovou $c$ a že v každé jeho poloze splývají hrany trojhranu s kladnou částí tečny, hlavní normály resp. binormály křivky $c$.

Jest známo, že lze trojhran ten z polohy $U(x, y, z)$ převésti do nekonečně blízké polohy $U'(x', y', z')$ šroubovým pohybem daným křivkou šroubovou $\check{s}$, která má v bodě $U$ s křivkou $c$ společný poloměr křivosti $r$ a poloměr torse $\varrho$. Kladná část osy $Z$ křivky $\check{s}$ utíná na hlavní normále úsečku

$$UO = y_0 = \frac{r\varrho^2}{r^2 + \varrho^2}$$

a uzavírá s binormálou $z$ úhel $\omega$ daný relací $tg\,\omega = \frac{r}{\varrho}$. Parametr křivky $\check{s}$ jest $q = - r \sin\omega \cos\omega$.*)

Dán-li jest okamžitý šroubový pohyb trojhranu $U(x, y, z)$, dána jest tím také charakteristika hybné roviny P, čímž vytčený úkol jest řešen; jde tedy pouze o analytické vyjádření této konstrukce, které z uvedeného geometrického určení jest přímo patrné.

Považujeme-li $O$ za počátek soustavy souřadné, orientovanou osu křivky $\check{s}$ za osu $Z$, zápornou část hlavní normály $y$

*) Cf. G. Scheffers: Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie, I. sv., 2. vyd., str. 262 a n., aneb též lithogr. přednášky české university o differenciální geometrii z r. 1910.

za $+Y$, a je-li smysl osy $X$ zvolen tak, že pravý úhel

$$(+Z, +X) \text{ rovná se úhlu } (+z, +x),$$

jest náš šroubový pohyb dán rovnicemi

$$X = R \sin \frac{s}{p}, \quad Y = R \cos \frac{s}{p}, \quad Z = \frac{q}{p} s, \tag{1}$$

značí-li $s$ délku oblouku některé křivky pohybu tomu příslušné a má-li $p$ známý význam.

Pro libovolnou rovinu

$$LX + MY + NZ + P = 0 \tag{2'}$$

obdržíme charakteristiku, když derivujeme její rovnici podle $s$ se zřetelem na (1), čímž obdržíme

$$LR \cos \frac{s}{p} - MR \sin \frac{s}{p} + Nq = 0$$

čili

$$MX - LY - Nq = 0. \tag{3'}$$

Abychom od soustavy $O$ $(X, Y, Z)$ přešli k naší soustavě $U$ $(x, y, z)$, provedeme nejprve otočení kolem $y$ o úhel

$$XUx = -\omega$$

a pak klademe

$$Y = y_0 - y.$$

Vedle tohoto transformačního vzorce máme tedy ještě vzorce

$$X = x \cos \omega + z \sin \omega$$
$$Z = -x \sin \omega + z \cos \omega.$$

Použijeme-li těchto vzorců, přejde (2') v

$$(L \cos \omega - N \sin \omega)\, x - My + (L \sin \omega + N \cos \omega)\, z + My_0 + P = 0 \tag{2''}$$

a (3') přejde v rovnici

$$M \cos \omega \,.\, x + M \sin \omega \,.\, z + Ly - (Ly_0 + Nq) = 0. \tag{3''}$$

Klademe-li tu

$$L = A \cos \omega + C \sin \omega, \quad M = -B,$$
$$N = -A \sin \omega + C \cos \omega,$$

pak přecházejí rovnice (2''), (3'') v

$$Ax + By + Cz + D = 0 \tag{2}$$

resp.

$$Bx + Bz\, tg\,\omega - (A + C\, tg\,\omega)\, y + (A + C\, tg\,\omega)\, y_0 \\ - (A\, tg\,\omega - C)\, q = 0.$$

Dosadíme-li do poslední rovnice za $q$ a $y_0$ hodnoty

$$q = -r\, sin\,\omega\, cos\,\omega, \quad y_0 = \frac{r\varrho^2}{r^2 + \varrho^2} = r\, cos^2\,\omega,$$

nabude tím tvaru

$$Bx + Bz\, tg\,\omega - (A + C\, tg\,\omega)\, y + Ar = 0$$

aneb konečně, klademe-li za $tg\,\omega$ příslušnou hodnotu,

$$B\varrho x - (A\varrho + Cr)\, y + Brz + Ar\varrho = 0. \tag{3}$$

Tím jsme dospěli ku žádané charakteristice $u$ libovolné roviny P dané rovnicí (2), jakožto její průsečnici s rovinou (3) k ní normálnou.

Rovina (3) seče normálu $y$ v bodě $V$, pro nějž

$$y_1 = \frac{Ar\varrho}{A\varrho + Cr}. \tag{4}$$

Protneme li rovinu (3) rovinou rovnoběžnou k $(xz)$, vedenou bodem $V$, v přímce $v$, seznáme, že tato přímka leží též v rovině

$$\varrho x + rz = 0,$$

čili

$$\frac{x}{z} = -\frac{r}{\varrho},$$

tedy v rovině splývající s $(yZ)$. Jest proto $v \parallel Z$.

Vidíme, že každé rovině P jest vzorcem (4) přiřazena přímka $v$, jejíž orthogonální průmět do P jest charakteristika této roviny.

Charakteristiky $u_1, u_2, \ldots$ všech rovin $P_1, P_2 \ldots$, které jsou rovnoběžny k libovolné přímce ku $y$ normálné, jsou orthogonální průměty jedné a téže přímky $v$, přímku $y$ protínající a ku ose $Z$ rovnoběžné do rovin těch.

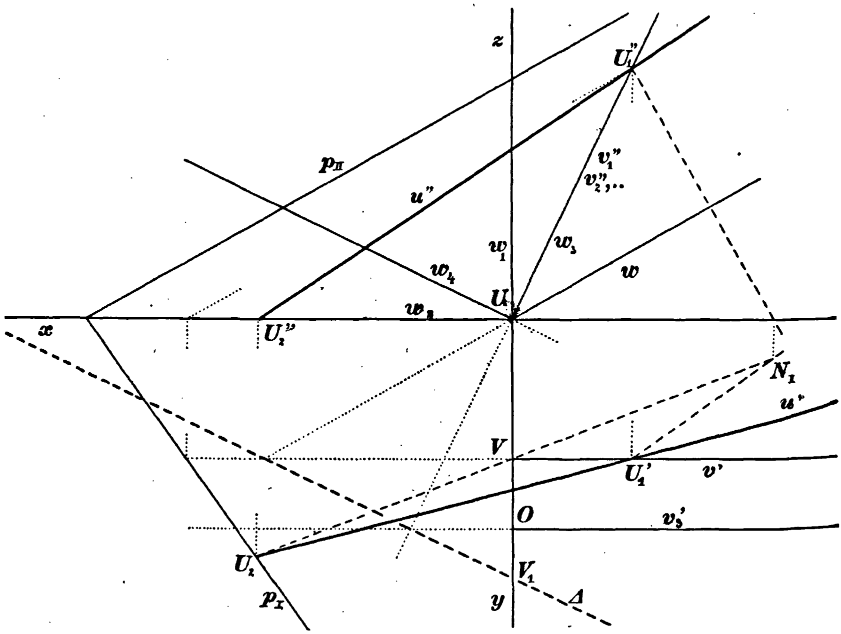
Seče-li rovina $P_u$, vedená bodem $U$ rovnoběžně ku P, rovinu $(xz)$ v přímce $w$, která s osou $+z$ uzavírá úhel $\varphi$, jest

$$tg\,\varphi = -\frac{C}{A},$$

takže (4) lze psáti též

$$ry_1 \, tg\, \varphi - \varrho y_1 + r\varrho = 0. \qquad (4')$$

Jsou tedy svazky přímek $v$ a $w$ promětné; a sice přímce $w_1 \equiv z$ přísluší přímka $v_1$, pro niž $y_1 = r$, přímce $w_2 \equiv x$ přímka $v_2$, pro kterou $y_1 = 0$, přímce $w_3 \| Z$ přímka $v_3$ bodem, pro nějž $y = y_0$, tedy osa $Z$ sama a přímce $w_4 \perp w_3$, tedy rovnoběžné s $X$, přímka nekonečně vzdálená roviny $yv$.




Tím máme následující konstrukci, vyjádříme-li uvažované útvary sdruženými orthogonálními průměty do rovin $xy$ a $xz$. Ve sdružených průmětech jest svazek přímek $w$ se svazkem přímek $v'$ v poloze perspektivní; osa perspektivity $\Delta$ prochází bodem $V_1$ na $y$, pro nějž $OV_1 = r$, a jest rovnoběžná ku $w_4$.

Je-li rovina P vyjádřena v sdružených průmětech stopami $p_I$, $p_{II}$, vedeme bodem $U$ přímku $w \| p_{II}$, jejímž průsečíkem s $\Delta$ již prochází přímka $v'$ protínající $y$ v bodě $V$. Tím jest přímka $v$, rovině P příslušná, stanovena; její orthogonální průmět do P jest hledaná charakteristika $u$. Stanovme průsečík $U_1$ přímky $v$ s rovinou P, bodem tím veďme kolmici ku P a sestrojme její stopu $N_I$ do $xy$. Stopa $VN_I$ roviny $vN_I$ seče $p_I$ v bodě $U_2$ a hledaná přímka $u$ jest spojnicí bodů $U_1$, $U_2$.

Vedeme-li bodem $V$ přímku $p_0$ rovnoběžnou ku $p_{II}$, seznáváme, že charakteristiky všech rovin přímkou $p_0$ vedených tvoří orthogonální kužel 2. stupně a charakteristika libovolné roviny rovnoběžné ku $p_0$ jest rovnoběžna s jednou povrchovou přímkou tohoto kužele.

---

# O principu relativnosti*).

Napsal s. doc. Dr. **Frant. Záviška.**

Účelem těchto řádků jest vylíčiti, jak se k principu relativnosti dospělo. Možno s bezpečností říci, že sotva kdy setkalo se theoretické badání fysikální s problémy nejen zajímavějšími, ale i obtížnějšími, než jsou ty, za jichž definitivní řešení pokládá dnes valná část fysiků princip relativnosti v té formulaci, již mu dali *Einstein* a *Minkovski*; mimo to soudím, že z pragmatického vylíčení vývoje celé otázky nejlépe vysvitne, proč zdálo se nutným uchýliti se k představám tak překvapujícím, ba přímo revolučním, jež u jedněch vzbudily nejživější souhlas, u druhých však setkaly se s nejpříkřejším odporem.

Původ principu relativnosti jest podobný jako principu o zachování energie nebo druhé hlavní věty thermodynamické; jeho formulace jest výsledkem a do jisté míry i zakončením veliké řady pokusů, jichž účelem v tomto případě bylo dokázati vliv zemského pohybu na zákony optiky a elektromagnetického pole vůbec, a jež také skončily s výsledkem naprosto negativním. Byly totiž zbudovány theorie, dle nichž onen vliv existovati měl, dle nichž se očekávalo, že zákony, jimiž se řídí elektromagnetické děje, i když jde o zjevy probíhající *úplně* na zemi, závisejí na orientaci pozorovacích přístrojů, resp. drah paprsků vůči směru, jímž se země pohybuje. Kdybychom tedy na př. měřili index lomu nějaké látky nebo stočení polarisační

*) V podstatě předneseno na týdenní schůzi J. Č. M. dne 21. června 1913.