

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Bohumil Kučera

O zjevech resonance u parníků a železnic

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 36 (1907), No. 1, 91--100

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109262>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1907

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

mnohouhelníka dotyčnými souřadnicemi, načež užitím věty (2) přicházíme k uvedené relaci. Ještě jednodušeji vede k cíli základní věta (3).  
(Dokoně.)

## O zjevech resonance u parníků a železnic.

Kapitola z technické fysiky.

Podává s. doc. Dr. B. Kučera.

Vysoký stupeň vývoje, k němuž dospěly v posledních dobách vědy technické, je organicky podmíněn intenzivním upotřebením poznatků „čistých“ věd, v první řadě ovšem fysiky a chemie. Když *Faraday* r. 1831 objevil elektrický proud indukci vzbuzený, dobře tušil, že nalezl nejvýhodnější cestu, jak lze mechanickou práci — pohyb magnetů — proměňovati v el. proud, leč ponechal velkomyslně zužitkování svého tak důležitého objevu technice. Jak veliký však rozdíl mezi prvním magnetoelektrickým strojem *Pixiovým* (1832), jehož model leckde ještě ve sbírkách fysikálních straší, u něhož nemotorně otáčely se póly permanentního podkovovitého magnetu pod dvěma cívkami, z nichž proud odváděn, a mezi dnešními, tak grandiósní obnosy mechanické práce v elektrickou energii přeměňujícími stroji dynamoelektrickými. Teprve technik *Werner von Siemens* r. 1866 umožnil tento převrat aplikací tak všeobecně známého zjevu, že železo, i měkké, když jednou bylo zmagnetisováno, neztrácí magnetismus svůj úplně, nýbrž zůstává alespoň v malé míře remanentně magnetickým. Tento remanentní magnetismus v elektromagnetech dynama stačí k tomu, aby, uvedeme-li dynamo v chod, vzbudil slabý proud elektrický ve vinutí kotvy, který zase zesiluje magnetismus v elektromagnetech, takže po několika málo vteřinách dynamo počne pracovati normálně.

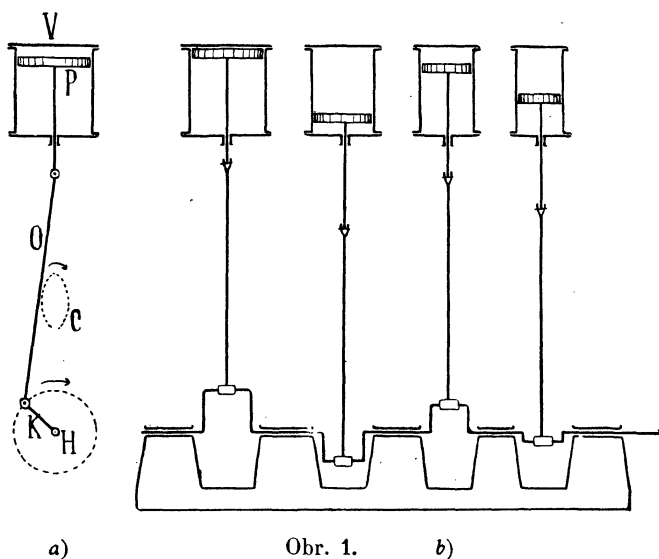
Jak dlouhou dobu potřebovala technika k využití *Faradayova* objevu! Dnes je tomu jinak. Hned ve šlepějích badatele fysikálního, nebo ještě spíše ruku v ruce s ním jdou muži technicky školení, aby výzkumů vědeckých využívali pro průmysl a tím i pro život obecný. Před očima nám vzrůstá nové odvětví vědy, fysika technická neboli aplikovaná, a v čilém Německu,

kde tak dobře pochopili význam čisté vědy jakožto základu pro vývoj industrie, v Gottinkách na universitě zařízeníy první stolice učitelské i ústavy pro mladou tuto nauku, vlastní sestru vyspělé již elektrotechniky. Prvý oficiální zástupce její byl profesor *H. Lorenz*. Zabýval se mnoho zjevem, o němž v následujících řádcích chceme pojednat.

V poslední době stavby lodní jevila a jeví se neustále tendence stavěti transatlantické parníky rozměrů nebývale velikých, neboť tím snižují se ceny jízdní. Lodě takovéto potřebují však k docílení velikých rychlostí ohromných parních strojů, takže u některých rychlolodí indikují 30.000 ba i více koňských sil. Největší rychlolodí „Císař Vilém II.“ ve Štětíně vystavěná a r. 1902 na moře spuštěná má na př. délku 215 *m*, šířku 21 *m*, ponor 8·4 *m* a při 40.000 koňských silách docíljuje rychlosti 23·5 mořských mil. Se zvětšením dimensí pohyblivých částí strojových jest však spojena velmi nemilá okolnost, že totiž zvláště při jistých rychlostech nastávají značné kolmé vibrace lodi, periodické kolísání, jež jednak činí pobyt na lodi velmi nepříjemným, jednak ohrožuje i pevnost spojení různých částí, z nichž loď se skládá. Příčinu těchto vibraací snadno nahlédneme:

V parním válci *V* (obr. 1. *a*) pohybuje pára pístem *P*, jehož pohyb se ojnici *O* a klikou *K* mění v otáčení hřídele *H*, jenž na svém konci nese lodní šroub. Pára vystupující z parního válce nevstupuje u velikých lodních strojů do kondensatoru, aby se opět ve vodu proměnila, nýbrž majíc ještě značné napětí vede se do druhého válce s nižším napětím pracujícího, odtud do třetího, po případě do čtvrtého, takže celé zařízení schematicky vypadá asi tak, jak v obr. 1. *b*) jest znázorněno. Dle toho slují pak takové parní stroje o „dvojitě“, „trojitě“, nebo „čtveré expansi“. Písty, ojnice a kliky jsou ovšem velice massivní, jak odpovídá velikému efektu pracovnímu, jež stroje mají produkovati. Také zdvih pístu je značný, obnášeje u velikých strojů přes 1·5 metru. Když považujeme píst, ojnici a kliku za jeden celek, tu když stroj běží, pohybuje se těžiště tohoto celku periodicky po jisté křivce, na př. *C*, jak v obraze 1. *a*) je schematicky naznačeno, a to nikoli rovnoměrně. Těžiště celého stroje

tedy neustále se mění v pravidelném sledu. Tato změna je právě příčinou toho, že vznikají vertikální kmity celé lodi a mimo to i houpavý pohyb lodi z předu do zadu. Když nenachází se stroj právě v podélné ose lodi (jako je tomu u lodí jednošroubových), když loď má — a to je u velikých parolodí transatlantických pravidlem — šrouby dva, každý po jedné straně kormidla, musí mít také dva stroje, po obou stranách lodi symmetricky umístěné. V tom případě však vzniká neustálým pohybem těžišť obou strojů



Obr. 1.

ještě také kymácení lodi se strany na stranu. V malém můžeme napodobiti vznik těchto různých pohybů, když postavíme se na loďku kloníme se v před a v zad, se strany na stranu, a postupně se skrčíme v dřep a opět se narovnáme.

Fysikální příčina tím vznikajícího kymácení lodi leží v tom, že těleso hmoty  $m$ , jehož těžiště se pohybuje s urychlením  $\gamma$  svisle nahoru nebo dolů, netlačí na svůj podklad nebo nenapíná svůj závěs silou  $mg$  ( $g =$  urychlení tíže), jako kdyby setrvalo v klidu nebo v rovnoměrném pohybu, nýbrž silou  $m(g + \gamma)$ , resp.  $m(g - \gamma)$ . Tento zjev demonstruje se t. zv. padostrojem

*Poggendorffovým*, \*) ale dá se také kvalitativně ukázati jednoduchým, snadno proveditelným pokusem následujícím: Zavěsme na pružné kaučukové vlákno nějaké závaží, na př. 1 kilogramm, jímž se vlákno o značnou délku prodlouží a držíme konce vlákna v pravé ruce před sebou, tak aby závaží klidně ve vzduchu viselo. Když nyní prudkým pohybem ruky svisle dolů povolíme závaží, aby dle zákona o tíži urychleně padalo, pozorujeme hned v prvním okamžiku, kdy padati počne, že se pružné vlákno zkrátilo, že závaží bylo zdánlivě lehčím, než když klidně viselo. Naopak při pohybu ruky vzhůru, jímž udělujeme závaží urychlení svisle vzhůru, se vlákno napne více, než v klidu, závaží je zdánlivě těžší.

Leč vraťme se zase ku kymácení lodi, jehož fysikální příčinu v periodickém pohybu těžiště strojů jsme byli poznali. Toto kymácení bude zvláště tehdy značné a součástkám lodi nebezpečné, když kmitová doba lodi nebo některé její součásti je táz jako čas jednoho cyklu pohybu těžiště, či když jak říkáme loď na pohyb těžiště rezonuje. Každý z nás ví, mnohý i z vlastní zkušenosti, že i malý hoch dovede rozhoupati veliký zvon kostelní věže, když ve vhodném tempu tahá za provaz, zatahuje, když provaz jde dolů, povoluje, když se pohybuje nahoru, jinými slovy, když perioda působení síly souhlasí s periodou kmitu zvonu, či když oba periodické tyto děje jsou *v resonanci*. Mimo tuto resonanci základní v poměru 1 : 1 může se jednati o resonance vyššího řádu dle poměru 1 :  $n$ , kde  $n$  jest malé celé číslo, 2, 3, 4; v našem příkladě o rozhoupání zvonu odpovídala by takováto resonance případu, kdy zvoník teprve při každém druhém nebo třetím atd. kyvu zvonu směrem dolů spolupůsobí taháním provazu. Ovšem, čím vyššího řádu resonance jest, tím slabší její účinek. U lodi mohou účinkovati kmity pohybem těžiště způsobené na loď jakožto celek nebo také na jednotlivé její části, na př. stožár, komín a pod., které jakožto útvary kmitání schopné (tyče, membrány) mají jistou vlastní kmitovou dobu. Ovšem mohli bychom se alespoň nejhorsích účinků vyvarovati, kdybychom pilně dbali toho, aby rychlost, kterou stroj

---

\*) Popis i výklad viz na př. v *Strouhalově* »Mechanice« str. 317. a násl.

pracuje, neboli počet obrátek šroubových za minutu vždy byl regulován tak, aby nenastala resonance. (Návrh *Kleenův*.) Leč tento prostředek je málo radikální, omezuje značně manévrovací schopnost lodí. Bylo ho užito na př. při anglické rychloloďi *Campania* (o 30.000 koň. sil), kde k zamezení resonance bylo nutno snížit počet obrátek, čehož při stejné rychlosti bylo docíleno tím, že vyměněny šrouby lodní za jiné, o prudším stoupání. Prostředek nejlepší, z poznání fyzikální příčiny vibrační lodních plynouců, jest, uspořádati váhu a relativní polohu pístů, ojnic a klik tak, aby při běhu stroje jeho těžiště pokud možno zůstávalo stále v téže poloze vzhledem k těžišti lodě jako celku. Tím jest tento eminentně praktický problém převeden na čistou mathematickou úlohu, která beze zvláštních obtíží řešiti se dá. Za řešení toto vděčí technika inženýru *O. Schlickovi*, nyní řediteli Německého Lloyd v Hamburce, který je v r. 1893 provedl a patentovati si dal jakožto „Schlickův systém k vyrovnání hmot u strojů o několika klikách“. U strojů jednoklikových ovšem vyrovnání není možno. Počet ukázal, že k vyrovnání pro praktickou potřebu dostačující je třeba nejméně čtyř klik a proto zavedeny lodní stroje parní o čtyřnásobné expansi. Jen k takovýmto strojům vztahují se také práce *Schlickovy*, jakož i jiných badatelů o tomto problému, hlavně *Lorenzovy* a *Schubertovy*. *Schlick* sám sestrojil si přístroj, jež nazval *pallografem*, který graficky vibrace lodí zaznamenává a mnohými pokusy na modelích i lodích ukázal vskutku překvapující účinnost svého systému. Mimochodem jen poznamenáváme, že za konstrukci pallografu byl odměněn zlatou medailí britické „Institution of Naval Architects“. Vskutku se také v poslední době veškeré rychloloďe, u nichž dbáno na nejvyšší bezpečnost provozu, opatřují stroji dle systému *Schlickova* „vyrovnanými“.

Poněkud obdobné vibracím lodí jsou vibrace železničních vozů. Hlavní příčina jich jest ovšem zcela jiná, každému z nás známá, totiž periodické nárazy kol běžícího vozu na místech stykových kolejnic \*). Podobně jako u parníků i zde nastávají

---

\*) Změříme-li kapesními hodinkami čas mezi dvěma po sobě jdoucími nárazy lze ze známé (konstantní) délky kolejnice snadno určit skutečnou rychlost vlaku při jízdě.

vibrace, zvláště tehdy pro cestujícího nepříjemné, pro materiál kolejnic i kol škodlivé, ba i možností vyšínutí vlaku z kolejí nebezpečné, když mezi periodou nárazů a kmitovou periodou vozu na elastických perech spočívajícího nastane resonance. Při nynější tendenci zrychlití osobní dopravu železniční, čímž také tyto nepříjemné zjevy se sesilují, je přirozeno, že tyto vibrace se staly předmětem studia mnohých znamenitých badatelů technických. Nejnověji zabýval se touto otázkou pan *M. G. Marić*, jenž v roce 1905 uveřejnil výsledky své několikaleté práce v „Comptes Rendus“ pařížské akademie věd. Ukázal, že není dobře možno vystříci se jízdých rychlostí kritických, to jest takových, při nichž nastává resonance. Podmínku pokud možno klidného chodu vozů vyjádřil vzorcem

$$h \leq 2f \cdot a,$$

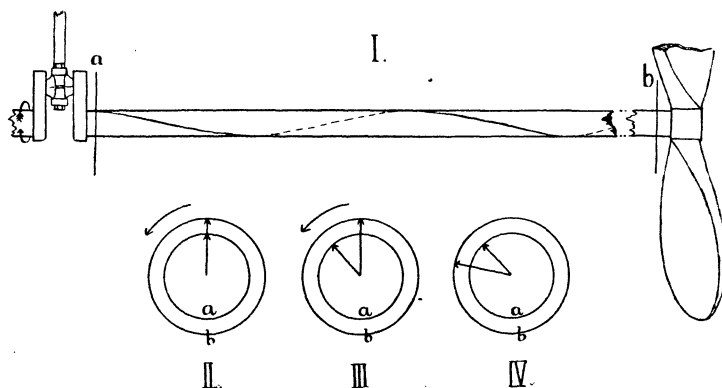
kde  $h$  jest počet maximálních periodických nárazů,  $f$  prohnutí pera, na němž vůz spočívá (obnáší asi 3—25 cm) a  $a$  relativní tření per. Z tohoto vzorce je patrné, že je nutno užití značné pružných per, aby jejich prohnutí bylo veliké, ale zároveň takových, aby značné tření jich tlumilo vznikající výchvěje.

Vzorec *Marićův* se v praxi dobře osvědčil. Ostatně v průmyslu automobilovém byla záhy empiricky poznána výhodnost pružných per opatřených zvláštním umělým třením. V Německu při pokusech s velikými jízdými rychlostmi — až 210 km za hodinu — již dříve se ukázalo, že nenastávají vibrace vozbě nebezpečné, jsou-li vozy účelně stavěny; vskutku potom se prokázalo, že pokusné vozy vyhovovaly *Marićovu* vzorci.

Ještě o jednom zjevu se chceme zmíniti, který rovněž spočívá na resonanci a ohrožuje bezpečnost strojního zařízení lodí. U šroubových parníků převádí se práce parního stroje na šroub (propeller) ocelovými hřídeli, které mají značnou délku, ježto stroj nemůže býti umístěn na konci lodí, nýbrž nalézá se za kotly blíže středu lodního.\*) Již několikrát se stalo, že u trans-

\*) Příkladem: Dvoušroubová rychloloď »Deutschland« v loděnici Vulkanu u Štětína vystavěná a 10. ledna 1900 na moře spuštěná má dva hlavní stroje o čtyřnásobné expansi, dohromady o 37.000 koňských sil. Zdvih pístů je 1·85 m; hřídele stroje s propellery spojující mají po 66 m délky a každý jest složen z 11 kusů. Každý z obou čtyřkřídlových šroubů má průměr 6·8 m a podléhá v plné jízdě tlaku 90.000 kg. Při normální rychlosti konají 77 otoček za minutu.

atlantických parníků se zlomil hřídel, při úplně klidném moři, ač bylo vyloučeno, že by šroub byl někde narazil na př. na plovoucí překážku, a ač materiál hřídele byl bezvadný. Příčina zlomení byla tudíž úplně záhadnou. Struktura lomu poukazovala někdy k překroucení, ač by k takovému byly nutny ohromné tordující síly, které nemohly direktně od stroje pocházeti. Jediná zbývající domněnka o původu těchto sil byla ta, že pochází od kmitů v hřídeli v případě resonance. Mathematicky zpracoval tento případ prof. Lorenz ve svém znamenitém spise „Dynamik der Kurbelgetriebe“, leč prvá skutečná měření vykonal inženýr H. Frahm v loděnici firmy Blohm a Voss v Hamburce.



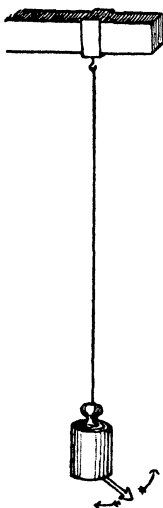
Obr. 2.

Představme si takový velmi dlouhý hřídel, jenž na jedné straně jest klikou  $K$  otáčen a na druhé straně nese propeller (obr. 2.). Mysleme si jej zatím v klidu a vytkněme si na dvou průřezech  $a$  a  $b$ , jednom blízko kliky, druhém blízko šroubu dva v prostoru stejně položené směry (na př. vertikální) osou hřídele jdoucí, jak to znázorňují šipky na obr. 2. II. Když stroj pracuje a u kliky působí síla, hřídelem otáčející („moment otáčivý“), která musí přemáhati odpor vody, do níž se propeller, právě tak jako šroub do matice, zařezává, nebudou obě šipky, díváme-li se směrem od kliky k šroubu, spadat v jedno, nýbrž šipka v průřezu  $b$  bude zůstávati vzhledem k směru otáčení zpět, tak, jak



to znázorňuje diagramm III. obr. 2., a to tím více, čím je působící otáčivý moment větší, hřídel delší a materiál, z něhož je zhotoven, pružnější. Vždyť hřídel, ač je z ocele zhotoven a má značnou tloušťku, přece jen alespoň poněkud se kroucení poddá, alespoň poněkud se zkroutí, ztorduje, jak to naznačuje na obr. 2. I., ovšem přehnaně, křivka na hřídeli nakreslená, šroubovice, ve kterou se zkroucením změní přímka, kterou bychom na hřídeli v klidu se nacházejícím rovnoběžně s osou nakreslili. Právě pro velikou svoji délku působí hřídel do jisté míry stejně jako drát se zavěšeným závažím (obr. 3.), opatřeným šípkou, který také můžeme do značné míry ztordovati. Ovšem jest ke zkroucení, torsi hřídele zapotřebí ohromných torsních momentů, jaké nám právě jen silné parní stroje lodní mohou poskytnouti, neboť jak se v theorii pružnosti ukazuje, roste k těmúž zkroucení potřebný moment se čtvrtou mocností průměru tyče o kruhovitém průřezu. Když při provádění pokusu v obr. 3. znázorněného vychýlíme otočením kolem svislé osy závaží z rovnovážné polohy, počne, jak lze na šípce dobře pozorovati, kývati, nikoli však jako obyčejné kyvadlo, nýbrž kolem osy drátu, tak že tento se rozkroucí, zkroutí ve druhém směru, opět rozkroucí a stejně dále. Tyto kyvy nebo kmity torsní mají zcela určitou periodu, závislou na velikosti hmoty a geometrickém tvaru zavěšeného závaží (kmitová doba je úměrna druhé odmocnině z jeho „momentu setrvačnosti“). Mají-li různá závaží též tvar, můžeme říci, že kmitová doba vzrůstá, užije-li se závaží většího. Pokusy podobné jako s naším zařízením obr. 3. bychom mohli také konati s hřídelem lodním. Představme si na př., že bychom nějakým způsobem kliku běžícího stroje něčím zachytili, tak že by průřez  $a$  hřídele na obr. 2. náhle byl v pohybu zadržen. Tu by konec hřídele u šroubu pokračoval ve svém pohybu, z polohy III. (obr. 2.) by přešel do polohy IV., odtud zase zpět atd. — jinými slovy, konal by torsní kmity o zcela určité, váhou a tvarem šroubu a hřídele samého podmíněné periodě, kterou zveme vlastní kmitovou periodou hřídele. Ale k tomu, aby se hřídel rozkmital, není ani potřebí, aby se stroj úplně zastavil; stačí k tomu, jak snadno nahlédneme, jde-li stroj po kratičký okamžik pomaleji nebo rychleji než jest jeho rychlost během větší části jedné otočky, stačí dosti malé nerovnoměrnosti v chodu stroje. Při tom ovšem

rovnovážná poloha, kolem níž kmitání se děje, nezůstává jako v obr. 2. III. a IV. nepohnuté na jednom místě, nýbrž obíhá neustále kolem. Úplně rovnoměrného chodu stroje, či jinými slovy v každém okamžiku téže otáčivé síly dá se docílití pomocí elektromotorů nebo parních turbin, nikoli však stroji se sem tam se pohybujícími písty, u nichž moment otáčecí síly během každé otočky stejným způsobem se mění, kolísá. A právě pouze tento typ strojů jest schopen dodávati tak ohromné pracovní efekty,



Obr. 3.

jakých veliký parník potřebuje. Nemůžeme se tudíž vyhnouti kmitání hřídele vzbuzeného těmito periodickými nerovnoměrnostmi chodu. Stává se však nebezpečným jenom v případě resonance, to jest tehdy, když vlastní kmitová doba hřídele — nebo některý její nízký celistvý násobek (2, 3, 4) — souhlasí s dobou jedné otočky hřídele.

Tyto theoretické spekulace úplně potvrdil pokusy *Frahm*. Na dvou místech hřídele (*a* a *b* v obr. 2.) dal samočinně elektricky v určitých okamžicích zaznamenávati současné postavení průřezů, z něhož podobně jako u obrazců II.—IV. mohl snadno vyčísliti periodu kmitů hřídele i největší výchylky, jež při tom

nastávaly. Z daných fysikálních konstant materiálu hřídelového (jeho „modulu pružnosti v kroucení“ a spec. hmoty) a jeho geometrického tvaru dala se jeho kmitová perioda také počtem, ovšem velmi zdlouhavým a obtížným, stanovití. Souhlas obou byl vždy velmi dobrý. Příkladem buď jednošroubový parník „Besoeiki“. Jeho hřídel konal (dle výpočtu) 252 kmitů za minutu; dělíme-li toto číslo 2, 3 a 4, obdržíme 126, 84, 63. Jsou tedy kritické počty obrátek pro resonanci 84 a 63; 126 a 252 obrátek za minutu u lodi šroub nedělá. Při 84 ot. za min. podporuje se nepravidelným chodem stroje každý třetí, při 63 každý čtvrtý kmit hřídele. *Frahmovi* se podařilo konati pokusy při zkušební jízdě parníku právě za počtu otoček, kritickému velmi blízkého, totiž při 83 ot. za min. A vskutku ukázalo mu svrchu zmíněné elektrické zařízení, že hřídel během každé otočky provedl 3 celé kmity. Jak jsou mohutné, je vidět z toho, že během jedné otočky se hřídel zkroucí asi o trojnásobný obnos, než jest zkroucení normální, a to třikrát v jednom, třikrát v druhém směru. Jest zajímavo, že vlastně třikrát během otočky předbíhá propeller stroji, tedy táhne propeller stroj. Toto tak často a v takové míře proměnlivé zatížení hřídele (ovšem vzhledem ku zkroucení) může ovšem snadno vésti k eventuálním pohromám — k překroucení hřídele. *Frahm* sestrojil také přístroj, který vzhledem ku kmitům hřídele má též význam, jako *Schlickův* pallograf vzhledem k vibracím lodním, zaznamenáváje graficky tyto kmity. Necháme-li stroj znenáhla se rozbíhati (přes všechny možné počty otoček), udají nám maximální vychvěje tímto přístrojem zaznamenané rychlosti kritické. Tímto způsobem bylo zjištěno, že nebezpečné kmity hřídele nenastávají právě jen při rychlostech kritických, ale už i při sousedních, nejbliže větších a menších. Důležitý důsledek, který z praei těchto plyne, jest ten, že při konstrukci hřídelů musí býti k tomu hleděno, aby měl takovou vlastní dobu kmitovou, aby normální počet otoček stroje se lišil od kritického alespoň o 10.

Snad v předchozích řádcích se alespoň poněkud podařilo podati důkaz o důležitosti vzájemného pronikání se exaktní vědy a techniky, alespoň v chatrném obraze vylíčení, jak v moderních závodech průmyslových — loděnicích — ku zdokonalení výroby slouží práce vědecká.

---