František Josef Studnička

Poznámka o řadách nekonečných

*Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 16 (1887), No. 2, 81--82

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109306

# Poznámka o řadách nekonečných.

Napsal

prof. Dr. F. J. Studnička.

V arithmetice se učí, že *úkon sčítání jest záměnným* čili *kommutativním*, že tedy součet nezávisí na pořádku, v němž sčítanci se objevují. Ale zjev tento není bez výminky, jakož známo; dokázánoť, že tomu není tak, jestli počet sčítanců nekonečně veliký a jich označení nestejné, z části tedy positivní a z části negativní. V tomto zvláštním případě řídí se velikost součtu pořádkem, v jakém střídají se členové positivní s členy negativními.

V analysi vyšší se na př. dokazuje o řadě harmonické

$$s = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+2b} - \frac{1}{a+3b} + \ldots, \tag{1}$$

že promění se v řadu $\sigma$, změníme-li pořádek, v němž sčítanci po sobě jdou, tak aby na $p$ positivních členů následovalo $q$ členů negativních, o níž pak platí

$$\sigma = s + \frac{1}{2b}\, l\, \frac{p}{q}. \tag{2}$$

Jest-li tedy

$$s = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots = l2,$$

a učiníme-li změnou pořádku, v němž tu sčítanci po sobě jdou,

$$\sigma = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots,$$

bude patrně ve vzorci (2) $b = 1$, $p = 2$, $q = 1$ a tedy

$$\sigma = l2 + \frac{1}{2}\, l2 = \frac{3}{2}\, l2 = \frac{3}{2} s. \tag{3}$$

Jak vedl tu důkaz *Lejeune-Dirichlet*, známo.*)

Možná však i přímo k témuž výsledku přijíti a sice, jak *Thomae* uvádí, takto:

Jestiť především

$$l(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots, \tag{4}$$

*) Viz „Abhandlungen der Berliner Akademie vom J. 1837", pag. 48 nebo *Studnička* „Algeb. tvarosloví" pag. 136.

$$l(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots, \qquad (5)$$

a spojíme-li obě řady,

$$\frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots;$$

píšeme-li pak v řadě (5) $x^4$ místo $x$, vznikne

$$l(1-x^4) = -x^4 - \frac{x^8}{2} - \frac{x^{12}}{3} - \ldots.$$

I bude tedy

$$\frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} l(1-x^4) = x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} - \ldots$$

$$= \frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} \cdot (1-x^4)$$

$$= \frac{1}{2} l(1+x)(1+x+x^2+x^3). \qquad (6)$$

Pro $x=1$ plyne pak ze vzorce (4)

$$l2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \ldots = s$$

ze vzorce (6) však

$$\frac{1}{2} l8 = \frac{3}{2} l2 = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots = \sigma,$$

z čehož opět vzorec (3) jde na jevo, aniž by třeba bylo přihlížeti k nějaké vlastnosti řad nekonečných a konvergentních.

---

# Poznámka k vytvoření plochy třetího stupně se čtyřmi body dvojnými.

Podává

F. Machovec,

professor v Karlíně.

Ve článku „Sur la génération des surfaces et des courbes à double courbure de tous les degrès", uveřejněném v Comptes rendus, užívá p. M. Vaněček této transformace:

Jest dán prostorový čtyřúhelník $A_1A_2A_3A_4$. Přímky spo-