František Hromádko

O mocnění některých čísel

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 23 (1894), No. 2, 140--141

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109313

b) *Dán jest poloměr r* a *úhly α* a *β*.
Použijeme-li horních vzorců, najdeme:

$$c_1 = \frac{2r}{\sin\alpha}, \quad c_2 = \frac{2r}{\sin\beta};$$

$$a = \frac{r \sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}}, \quad b = \frac{r \sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}};$$

$$p = \frac{r^2\left(\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}} \cdot \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$= 4r^2 \frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\alpha\sin\beta}.$$

(Dokončení.)

O mocnění některých čísel.

Pro žáky středních škol napsal

Fr. Hromádko,
professor v Praze.

V jednom ročníku tohoto Časopisu podáno a odůvodněno jest pravidlo, kterak lze rychle zdvojmocňovati čísla celistvá, zvláště dvouciferná, mající na místě jednotek číslici 5. Pravidlo toto zní: Násob první číslici (desítky) daného čísla číslem o 1 větším a připiš k součinu tomu v pravo 25 na př.:

$$75^2 = (7 \times 8) . 100 + 25 = 5625.$$

Výhodné toto pravidlo doplňuji jiným pobočným případem, když totiž *číslo počíná pětkou*, kterak je rychle můžeme povýšiti na mocnost druhou.

Pravidlo: Povyš 5^2 a přičti ku 25 číslici na druhém místě stojící (jednotky); k součtu tomu připiš čtverec jednotek. Na př. 57^2 čtěme: $25 + 7 = 32$, $7^2 = 49$ a pišme hned souvisle $57^2 = 3249$.

Důvod: $(5 \,.\, 10 + a)^2 = 2500 + 100a + a^2$
$= (25 + a) \,.\, 100 + a^2.$

Ježto stem se násobí, když k číslu dvě nully připíšeme, můžeme na místě těchto null psáti hned čtverec jednotek; není-li tento čtverec dvouciferný, vyplní se druhé místo nullou.

Na př. $53^2 = (25 + 3) \,.\, 100 + 9 = 2809.$

Úlohy.

Úloha 22.

Rozdíl čtverců kterýchkoli dvou čísel trojúhelníkových 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, ... rovná se součtu trojmocí vycházejících z rozdílů jednotlivých po sobě jdoucích mezičlenů, na př. $36^2 - 10^2 = 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3$. Podati obecný důkaz.

Prof. *Fr. Hromádko.*

Úloha 23.

Kterak lze ku každému celému číslu rychle udati dvě jiná čísla tak, aby čtverec jednoho z nich rovnal se součtu čtverců obou ostatních?

Týž.

Úloha 24.

Řešiti soustavu rovnic

$$\sqrt{\frac{x+y}{2a}} - \sqrt{\frac{x-y}{2b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{2b}} + \sqrt{\frac{x-y}{2b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}}$$

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 25.

Řešiti soustavu rovnic

$$x(2x^2 + 3) + y(2y^2 + 3) = 287$$
$$x(3x^2 - 2) + y(3y^2 - 2) = 385.$$

Týž.