Časopis pro pěstování matematiky

Václav Havel

К понятию директрисы Вильчинского и ребра Грина в точке поверхности с проективной связностью

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 90 (1965), No. 1, 87--94

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117527`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 90 (1965), Praha

К ПОНЯТИЮ ДИРЕКТРИСЫ ВИЛЬЧИНСКОГО И РЕБРА ГРИНА В ТОЧКЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПРОЕКТИВНОЙ СВЯЗНОСТЬЮ

ВАЦЛАВ ГАВЕЛ (Václav Havel), Брно

(Поступило в редакцию 6/III 1964)

ВВЕДЕНИЕ

А. Швец и Б. Ценкл исследовали при изучении поверхности с проективной связностью различные типы прямых, внутренне связанных с поверхностью. Исходя из трех определений директрис Вильчинского и двух определений ребер Грина для поверхности проективного пространства ([3], стр. 39–41, 95–99, 105–106), эти авторы получают три типа директрис Вильчинского и два типа ребер Грина для поверхности с проективной связностью, в некоторых случаях с кручением общего типа, а в других – с нулевым кручением. Результаты Швеца и Ценкла мы здесь в некоторых деталях дополним; далее мы используем еще третье определение ребер Грина ([4], стр. 142–143), которое приводит к третьему типу ребер Грина относительно поверхностей с проективной связностью, но которое остается в силе только при нулевом кручении. Мы воспользуемся методом „кажущегося погружения в плоское пространство" ([5], стр. 427 и стр. 430).

1. НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ

Для поверхности $\boldsymbol{P}$ с проективной связностью мы будем пользоваться специальным репером $A_0A_1A_2A_3$, для которого имеют место соотношения

$$\begin{aligned} \mathrm{d}A_0 &= \omega_0^0 A_0 + \mathrm{d}u\, A_1 + \mathrm{d}v\, A_2\,, \\ \mathrm{d}A_1 &= \omega_1^0 A_0 + \omega_1^1 A_1 + \beta\, \mathrm{d}u\, A_2 + (1-h)\, \mathrm{d}v\, A_3\,, \\ \mathrm{d}A_2 &= \omega_2^0 A_0 + \gamma\, \mathrm{d}v\, A_1 + \omega_2^2 A_2 + (1+h)\, \mathrm{d}u\, A_3\,, \\ \mathrm{d}A_3 &= \omega_3^0 A_0 + \omega_3^1 A_1 + \omega_3^2 A_2 + \omega_3^3 A_3\,; \end{aligned} \tag{1}$$

u, v – асимптотические параметры, $\omega_i^j = a_i^j\, \mathrm{d}u + b_i^j\, \mathrm{d}v$ суть соответственные формы Пфаффа, β, γ – обобщенные коэффициенты Фубини, а h – кручение поверхности. Далее мы положим

$$a = a_0^0 - a_1^1 - a_2^2 + a_3^3\,, \quad b = b_0^0 - b_2^2 - b_1^1 + b_3^3 \tag{2}$$

и будем все время предполагать, что

$$\beta \neq 0\,; \quad \gamma \neq 0\,; \quad h \neq \pm 1, \pm 2, \pm 4\,. \tag{3}$$

Поверхность второго порядка, содержащую тройку последовательных асимптотических касательных в точке A_0, мы обозначим через Q_v, соотв. Q_u. После выкладок, аналогичных к [3], стр. 35–37, мы получим уравнения этих двух квадрик

(4)

$$(1 + h)\, x^1x^2 - x^0x^3 + \tfrac{1}{2}(a + h_u/(1 + h))\, x^1x^3 - \tfrac{1}{2}(a_3^1 - a_2^0/(1 + h))\, (x^3)^2 = 0\,,$$

$$(1 - h)\, x^1x^2 - x^0x^3 + \tfrac{1}{2}(b - h_v/(1 - h))\, x^2x^3 - \tfrac{1}{2}(b_3^2 - b_1^0/(1 - h))\, (x^3)^2 = 0\,,$$

сложив которые, получим уравнение

$$(5)\qquad 2x^1x^2 - 2x^0x^3 + \tfrac{1}{2}(a + h_u/(1 + h))\, x^1x^3 + \\ + \tfrac{1}{2}(b - h_v/(1 - h))\, x^2x^3 - \tfrac{1}{2}(a_3^1 - a_2^0/(1 + h) + b_3^2 - b_1^0/(1 - h))\, (x^3)^2 = 0$$

поверхности второго порядка Q, имеющей также геометрический смысл: Если P_v, P_u, P – точки пересечения (отличные от A_0) поверхностей второго порядка Q_v, Q_u, Q с прямой A_0A_3, то пары P_v, P_u; A_0, P гармонически разделяют друг друга. Непосредственным вычислением мы, действительно, получаем $P_v = (a_3^1 - a_2^0/(1 + h), 0, 0, -2)$, $P_u = (b_3^2 - b_1^0/(1 - h), 0, 0, -2)$; $A_0 = (1, 0, 0, 0)$,

$$P = (a_3^1 - a_2^0/(1 + h) + b_3^1 - b_1^0/(1 - h)\,, 0, 0, -4)$$

а эти точки образуют гармоническую четверку. Если $P_v = P_u$ то и $P_v = P_u = P$.

Частный случай характеризуется соотношением

$$(6)\qquad a_3^1 + b_3^2 - a_2^0/(1 - h) - b_1^0/(1 + h) = 0\,.$$

Прямая p_v, p_u, p, полярно сопряженная с прямой A_0A_3 по отношению к поверхности Q_v, Q_u, Q, дана уравнением

$$(7)\qquad \begin{aligned} &- x^0 + \tfrac{1}{2}(a + h_u/(1 + h))\, x^1 = 0\,,\\ &- x^0 + \tfrac{1}{2}(b - h_v/(1 - h))\, x^2 = 0\,,\\ &- x^0 + \tfrac{1}{4}(a + h_u/(1 + h))\, x^1 + \tfrac{1}{4}(b - h_v/(1 - h))\, x^2 = 0\,. \end{aligned}$$

Отсюда следует геометрический смысл точек A_2, A_1: имеем $A_2 = p_v \cap A_0A_2$, $A_1 = p_u \cap A_0A_1$, так что это точки касания касательных плоскостей $A_0A_2A_3$, $A_0A_1A_3$ относительно поверхности Q_v, Q_u; см. [6], стр. 394.

При переменной прямой A_0A_3 и фиксированной точке A_0 прямые A_0A_3, A_1A_2 полярно сопряжены относительно однозначно определенной связки соприкасающихся поверхностей второго порядка $\mathcal{D}(\lambda)$, данных уравнениями

$$(8)\qquad x^0x^3 - x^1x^2 + \lambda(x^3)^2 = 0\,;$$

см. [2], стр. 597. Положим еще $D(0) = D$.

Первый тип директрис Вильчинского определяется для поверхности без кручения в работе [6], стр. 394–395; это оси специальных линейных комплексов в связке, определенной двумя соприкасающимися линейными комплексами в точке поверхности. Пару таких директрис Вильчинского образуют прямые, проходящие через точки

$$(9)\qquad \begin{gathered} A_0,\ -\tfrac{1}{2}(\alpha_1(0)/\beta + \tfrac{1}{2}b)\,A_1 - \tfrac{1}{2}(\alpha_2(0)/\gamma + \tfrac{1}{2}a)\,A_2 + A_3\,;\\ A_1 - \tfrac{1}{2}(\alpha_2(0)/\gamma - \tfrac{1}{2}a)\,A_0,\ A_2 - \tfrac{1}{2}(\alpha_1(0)/\beta - \tfrac{1}{2}b)\,A_0\,;\\ (\alpha_1(0) = a_3^2 - a_1^0 - \tfrac{1}{2}a_u + \tfrac{1}{2}a(a_3^3 - a_2^2) - \tfrac{1}{4}a^2\,,\\ \alpha_2(0) = b_3^1 - b_2^0 - \tfrac{1}{2}b_v + \tfrac{1}{2}b(b_3^3 - b_1^1) - \tfrac{1}{4}b^2)\,. \end{gathered}$$

Первый тип ребра Грина для поверхности с кручением приведен в работе [2], стр. 602. Такого рода ребро Грина полярно сопряжено относительно поверхности D с прямой, соединяющей полюсы асимптотических касательных относительно конических сечений, имеющих касание третьего порядка с проекциями асимптотических линий на касательную плоскость из произвольной точки ребра Грина; оно определяется точками

$$(10)\qquad A_0,\ (q/(4 + h))\,A_1 + (p/(4 - h))\,A_2\,;$$

притом соединительная прямая упомянутых полюсов есть прямая, проходящая через точки $A_1 + (p/(4 + h))\,A_0$, $A_2 + (q/(4-h))\,A_0$, где

$$(11)\qquad p = (\ln|\beta|)_u + a_0^0 - 2a_1^1 + a_2^2\,,\quad q = (\ln|\gamma|)_v + b_0^0 + b_1^1 - 2b_2^2\,.$$

Второй тип директрисы Вильчинского и ребра Грина для поверхности без кручения исследуется в работе [2], стр. 594. Для определения были использованы известные инвариантные формы и соответственные экстремальные свойства. Эти две замечательные прямые определяются точками

$$(12)\quad A_0,\ \tfrac{1}{2}(b_1^1 - b_2^2 + (\ln|\beta^{2\lambda-1}\gamma^{\lambda}|)_v)\,A_1 + \tfrac{1}{2}(a_2^2 - a_1^1 + (\ln|\beta^{\lambda}\gamma^{2\lambda-1}|)_u)\,A_2 + A_3\,,$$

где $\lambda = 0$, соотв. $\lambda = \tfrac{1}{2}$.

В работе [2], стр. 600–601, были рассуждения из [3], стр. 91–95, распространены на поверхность с проективной связностью. Исследовалась возможность перенесения определения директрис Вильчинского поверхности проективного пространства, при котором используется пара „сорпяженных" конгруэнций в развертывающемся соответствии. Можно показать, что уравнения (6), (7) развертывающихся поверхностей обеих конгруэнций из [3], стр. 93–94, нужно при переходе к поверхности с проективной связностью и без кручения заменить уравнениями

$$(13)\qquad \begin{gathered} (y_u + (a_2^2 - a_3^3)\,y - y^2 + \beta x + a_3^2)\,\mathrm{d}u^2 -\\ - (x_v + (b_1^1 - b_3^3)\,x - x^2 + \gamma y + b_3^1)\,\mathrm{d}v^2 +\\ + (y_v - x_u + (b_2^2 - b_3^3)\,y - (a_1^1 - a_3^3)\,x + b_3^2 - a_3^1)\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v = 0\,,\\ (y_u + (a_0^0 - a_1^1)\,y - y^2 - \beta x + a_1^0)\,\mathrm{d}u^2 -\\ - (x_v + (b_0^0 - b_2^2)\,x - x^2 - \gamma y + b_2^0)\,\mathrm{d}v^2 +\\ + (y_v - x_u + (b_0^0 - b_1^1)\,y - (a_0^0 - a_2^2)\,x + b_1^0 - a_2^0)\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v = 0\,, \end{gathered}$$

где прямая исходной конгруэнции определяется точками A_0, $xA_1 + yA_2 + A_3$. Из этих уравнений следует, что определение из [3], стр. 95, вообще говоря, теряет для поверхности с проективной связностью и без кручения свой исходный смысл и не приводит к определению единственной пары замечательных прямых в точке поверхности; [2], стр. 601.

2. ДИРЕКТРИСЫ ВИЛЬЧИНСКОГО

а) Предположим, что для поверхности без кручения выполняется условие

$$a = b = 0\,. \tag{14}$$

Известно, что это условие имеет геометрический смысл, напр., оно выражает совпадение уравнений (7). Коэффициенты при $\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$ в уравнениях (13) тождественны, если и только если выполняется условие (14). Итак, оба уравнения (13) будут при условии (14) эквивалентны, если и только если

$$2\beta x - a_1^0 + a_3^2 = 0\,, \quad 2\gamma y - b_2^0 + b_3^1 = 0\,. \tag{15}$$

Мы получили следующий результат: Пусть для поверхности P без кручения выполняется (14). Тогда существует точно одна конгруэнция Γ прямых, проходящих через точки $A_0, xA_1 + yA_2 + A_3$ такая, что полярные соответствия относительно поверхностей второго порядка D переводят ее в конгруэнцию Γ^*, причем развертывающимся поверхностям из Γ отвечают также развертывающиеся поверхности из Γ^*. Лучи конгруэнции Γ определяются условиями (15) и мы их назовем директрисами Вильчинского третьего типа.

б) Исследуем теперь поверхность P с кручением (ненулевым) и найдем уравнения обоих соприкасающихся линейных комплексов (каждый из которых содержит пятерку последовательных касательных в точке A_0 поверхности P). Если уравнение линейного комплекса записать в виде $[X, Y] = 0$, то соприкасающийся комплекс в точке A_0 при $v = \mathrm{konst}$ определяется условиями $\partial^l/\partial u^l$ . . $[A_0, A_1] = 0$ для $l = 0, 1, 2, 3, 4$. Непосредственным вычислением отсюда следует $[A_0, A_1] = 0$, $[A_0, A_2] = 0$, $[A_1, A_2] + [A_0, A_3] = 0$, $(2 + h)[A_1, A_3] - a[A_1, A_2] = 0$, $\beta[A_2, A_3] + \alpha_1(h)[A_1, A_2] = 0$, где

(16)
$$\alpha_1(h) = \frac{1}{2+h}\left(- a_u + \frac{h_u}{2+h}\, a - (a_2^2 - a_3^3)\, a + (2+h)(a_3^2 - a_1^0) - \frac{1+h}{2+h}\, a^2\right).$$

Для $A_0 = (1, 0, 0, 0)$, $A_1 = (0, 1, 0, 0)$, $A_2 = (0, 0, 1, 0)$, $A_3 = (0, 0, 0, 1)$ мы тогда получим уравнение искомого соприкасающегося комплекса в виде

$$q^{03} - q^{12} - \frac{a}{2+h}\, q^{13} + \frac{\alpha_1(h)}{\beta}\, q^{23} = 0\,. \tag{17}$$

Положив

(18)
$$\alpha_2(h) = \frac{1}{2-h}\left(-b_u - \frac{h_v}{2-h}b - (b_1^1 - b_3^3)b + (2-h)(b_3^3 - b_2^0) - \frac{1-h}{2-h}b^2\right),$$

мы аналогично получаем уравнение второго соприкасающегося комплекса

(19)
$$q^{03} + q^{12} - \frac{b}{2-h}q^{23} + \frac{\alpha_2(h)}{\gamma}q^{13} = 0\,.$$

В связке линейных комплексов, определяемой этими двумя соприкасающимися комплексами, имеются два специальных комплекса; они даны уравнениями

(20)
$$q^{12} + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2(h)}{\gamma} + \frac{a}{2+h}\right)q^{13} - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\beta} + \frac{b}{2-h}\right)q^{23} = 0\,,$$
$$q^{03} + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2(h)}{\gamma} - \frac{a}{2+h}\right)q^{13} + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\beta} - \frac{b}{2-h}\right)q^{23} = 0\,.$$

Координаты осей этих специальных комплексов имеют вид

(21)
$$p_{03} = 1\,,\quad p_{02} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2(h)}{\gamma} + \frac{a}{2+h}\right),\quad p_{01} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\beta} + \frac{b}{2-h}\right),$$
$$p_{12} = p_{13} = p_{23} = 0\,,$$
$$p_{12} = 1\,,\quad p_{02} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2(h)}{\gamma} - \frac{a}{2+h}\right),\quad p_{01} = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\beta} - \frac{b}{2-h}\right),$$
$$p_{03} = p_{13} = p_{23} = 0\,,$$

так что это — прямые, проходящие через точки

(22)
$$A_0,\ W_0 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\beta} + \frac{b}{2-h}\right)A_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\gamma} + \frac{a}{2+h}\right)A_2 + A_3\,,$$
$$W_1 = A_1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_2(h)}{\gamma} - \frac{a}{2+h}\right)A_0\,,\quad W_2 = A_2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_1(h)}{\beta} - \frac{b}{2-h}\right)A_0\,.$$

Эти прямые мы назовем директрисами Вильчинского первого типа для поверхности $\boldsymbol{P}$ с ненулевым кручением.

Частный случай $A_3 = W_0$ характеризуется соотношениями

(23)
$$\frac{\alpha_1(h)}{\beta} + \frac{b}{2-h} = 0\,,\quad \frac{\alpha_2(h)}{\gamma} + \frac{a}{2+h} = 0\,,$$

частный же случай $A_1 = W_1$, $A_2 = W_2$ — соотношениями

(24)
$$\frac{\alpha_2(h)}{\gamma} - \frac{a}{2+h} = 0\,,\quad \frac{\alpha_1(h)}{\beta} - \frac{b}{2-h} = 0\,.$$

Соотношения (23), (24) выполняются одновременно, если и только если справедливо (14); мы получаем дальнейший геометрический смысл соотношения (14) при кручении общего вида.

Предположим теперь снова, что $h = 0$. Тогда W_1, W_2 являются точками касания касательных плоскостей $A_0W_1W_0$, $A_0W_2W_0$ относительно поверхности второго порядка $\boldsymbol{Q}_v$ соотв. $\boldsymbol{Q}_u$ (обратить внимание на порядок!). Доказательство проводится при выборе $A_3 = W_0$ сравнением соотношений (7), (23), (24). Далее, если имеет место (14), то поверхность $\boldsymbol{P}$ допускает определение всех трех типов директрис Вильчинского. Сравнивая (9), (14), мы видим, что директриса Вильчинского третьего типа совпадает с первой директрисой Вильчинского первого типа; совпадение же директрис Вильчинского второго и третьего типов характеризуется соотношениями

$$(25) \qquad b_1^1 - b_2^2 - (\ln|\beta|)_v = \frac{a_1^0 - a_3^2}{\beta}, \quad a_2^2 - a_1^1 - (\ln|\gamma|)_u = \frac{b_2^0 - b_3^1}{\gamma}.$$

3. РЕБРА ГРИНА

На поверхности $\boldsymbol{P}$ с кручением общего вида мы будем исследовать поверхности второго порядка, имеющие с обеими асимптотическими в точке A_0 касание четвертого порядка. Если $(A, A) = 0$ – уравнение поверхности второго порядка, то мы используем соотношения $\partial^l/\partial u^l\,(A_0, A_0) = 0$ для $l = 0, 1, 2, 3, 4$ при $v = \text{konst}$ и $\partial^l/\partial v^l\,(A_0, A_0) = 0$ для $l = 0, 1, 2, 3, 4$ при $u = \text{konst}$.

Из соотношений $\partial^l/\partial u^l(A_0, A_0) = 0$ $(l = 0, 1, 2, 3)$ следует

$$(26) \qquad \begin{gathered} (A_0, A_0) = (A_0, A_1) = 0\,, \quad (A_1, A_1) + \beta(A_0, A_2) = 0\,, \\ p = (A_0, A_2) + 3(A_1, A_2) + (1 + h)(A_0, A_3) = 0\,, \end{gathered}$$

где p определеяется в (11). Аналогично получаем

$$(27) \qquad \begin{gathered} (A_0, A_0) = (A_0, A_2) = 0\,, \quad (A_2, A_2) + \gamma(A_0, A_1) = 0\,, \\ q(A_0, A_1) + 3(A_1, A_2) + (1 - h)(A_0, A_3) = 0\,, \end{gathered}$$

где q определяется в (11). Из соотношений (26), (27) следует при $h \neq 0$ также $(A_1, A_1) = (A_2, A_2) = (A_0, A_3) = (A_1, A_2) = 0$, и искомая поверхность второго порядка тогда вырождается в две совпадающиеся касательные плоскости.

Итак, пусть $h = 0$. Дальнейшим дифференцированием последних уравнений в (26), (27) получаем с учетом всех соотношение (26), (27)

$$(28) \qquad \begin{gathered} (p + 3(a_1^1 + a_2^2))(A_1, A_2) + (p + a_0^0 + a_3^3)(A_0, A_3) + 3(A_1, A_3) = 0\,, \\ (q + 3(b_1^1 + b_3^3))(A_1, A_2) + (q + b_0^0 + b_3^3)(A_0, A_3) + 3(A_2, A_3) = 0\,. \end{gathered}$$

Если теперь взять точки A_0, A_1, A_2, A_3 в качестве координатных, то для коэффициентов уравнения искомых поверхностей получается

$$(29)\qquad \begin{gathered} a_{00} = a_{01} = a_{02} = a_{11} = a_{22} = 0\,, \quad 3a_{12} + a_{03} = 0\,, \\ \left(p + 3(a_1^1 + a_2^2)\right) a_{12} + \left(p + a_0^0 + a_3^3\right) a_{03} + 4a_{13} = 0\,, \\ \left(q + 3(b_2^2 + b_1^1)\right) a_{12} + \left(q + b_0^0 + b_3^3\right) a_{03} + 4a_{23} = 0\,, \end{gathered}$$

и если положить $a_{12} = 1$, то $a_{03} = -3$, $a_{13} = \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}a$, $a_{23} = \frac{1}{2}q + \frac{1}{4}a$ и уравнение искомых поверхностей примет вид

$$(30)\qquad -6x^0x^3 + 2x^1x^2 + 2\left(\tfrac{1}{2}p + \tfrac{3}{4}a\right) x^1x^3 + 2\left(\tfrac{1}{2}q + \tfrac{3}{4}b\right) x^2x^3 + \lambda(x^3)^2 = 0$$

при параметре λ. Мы получили связку поверхностей второго порядка $\boldsymbol{H}(\lambda)$; положим еще $\boldsymbol{H}(0) = \boldsymbol{H}$. Поляра прямой, проходящей через точки A_0, $G = xA_1 + yA_2 + A_3$ относительно $\boldsymbol{D}$, соотв. $\boldsymbol{H}$, дана уравнением

$$(31)\qquad x^0 - xx^2 - yx^1 = 0\,,$$

соотв.

$$-3x^0 + \left(y + \tfrac{1}{2}p + \tfrac{3}{4}a\right) x^1 + \left(x + \tfrac{1}{2}q + \tfrac{3}{4}b\right) x^2 = 0\,.$$

Эти две прямые совпадают точно тогда, когда

$$(32)\qquad 2x = \tfrac{1}{2}q + \tfrac{3}{4}b\,, \quad 2y = \tfrac{1}{2}p + \tfrac{3}{4}a\,.$$

Выбор $A_3 = G$ характеризуется соотношениями

$$(33)\qquad \tfrac{1}{2}q + \tfrac{3}{4}b = 0\,, \quad \tfrac{1}{2}p + \tfrac{3}{4}a = 0\,.$$

Мы получили следующий результат: При $h = 0$ существует точно одна пара прямых, полярно сопряженных как с $\boldsymbol{D}$ так и с $\boldsymbol{H}$; эти замечательные прямые мы назовем ребрами Грина третьего типа.

Пусть поверхность $\boldsymbol{P}$ имеет нулевое кручение. Тогда совпадение ребра Грина первого типа и (первого) ребра Грина третьего типа характеризуется соотношениями (14), совпадение ребра Грина второго типа с ребром Грина третьего типа характеризуется соотношениями

$$(34)\qquad b_1^1 - b_2^2 + \tfrac{1}{2}(\ln|\gamma|)_v = \tfrac{1}{2}q + \tfrac{3}{4}b\,, \quad a_2^2 - a_1^1 + \tfrac{1}{2}(\ln|\beta|)_u = \tfrac{1}{2}p + \tfrac{3}{4}a\,,$$

а совпадение ребра Грина первого типа с ребром Грина второго типа характеризуется соотношениями

$$(35)\qquad b_0^0 = b_1^1\,, \quad a_0^0 = a_2^2\,;$$

последнее совпадение было использовано Б. Ценклом при геометрическом описании уравнений структуры.

Литература

[1] *E. Cartan:* Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective. Paris 1937.
[2] *B. Cenkl:* La normale d'une surface dans l'espace à connexion projective. Czech. Mat. J. *12* (1962), 582–606.
[3] *С. П. Фиников:* Проективно-дифференциальная геометрия. Москва-Ленинград 1937.
[4] *Р. Н. Щербаков:* Курс аффинной и проективной дифференциальной геометрии. Томск 1960.
[5] *A. Švec:* K výkladu teorie prostorů s konexí. Čas. pěst. mat. *86* (1961), 425–432.
[6] *A. Švec:* Sur la géometrie différentielle d'une surface plongée dans l'espace à trois dimensions à connexion projective. Czech. Mat. J. *11* (1961), 386–397.

Résumé

K POJMU WILCZYNSKÉHO DIREKTRICE A GREENOVY HRANY V BODĚ PLOCHY S PROJEKTIVNÍ KONEXÍ

VÁCLAV HAVEL, Brno

Jsou vyšetřeny možnosti přenesení některých definic Wilczynského direktricí a Greenových hran pro plochu s projektivní konexí. Práce navazuje na dřívější výsledky A. ŠVECE a B. CENKLA a připojuje některé další výsledky. Dochází se ke třem typům Wilczynského direktricí a rovněž ke třem typům Greenových hran vzhledem k ploše s projektivní konexí, v některých případech s obecnou torzí, v jiných s nulovou torzí, resp. při dalším omezení.

Zusammenfassung

ZUM BEGRIFF DER WILCZYNSKISCHEN DIRECTRIX UND DER GREENSCHER KANTE IM PUNKTE DER PROJEKTIV ZUSAMMENHÄNGENDEN FLÄCHE

VÁCLAV HAVEL, Brno

Es werden die Möglichkeiten der Übertragung einiger Definitionen der kanonischen Geraden von E. J. Wilczynski und G. Green auf die projektivzusammenhängende Fläche untersucht, indem man aus den früheren Arbeiten von A. ŠVEC und B. CENKL ausgeht und zu ihnen weitere Resultate zufügt. Für die projektiv zusammenhängende Fläche bekommt man drei Typen der Wilczynskischen Geraden und ebenso drei Typen der Greenschen Geraden, in einigen Fällen bei allgemeiner Torsion, in anderen bei Torsion Null oder bei weiteren Bedingungen.