

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Václav Hübner

Odvození některých vět trigonometrických

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 34 (1905), No. 2, 177--179

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/120945>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1905

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Důsledky.

I. Dopadá-li paprsek v úhlu 30° k průmětně, jest $\sphericalangle \omega = 60^\circ$ a plocha stínu vrženého

$$V = \pi ab = \frac{\pi r^2}{\cos \omega} = 2\pi r^2,$$

t. j. plocha stínu vrženého rovna jest ploše stínu vlastního (polokoule).

II. Dopadne-li paprsek na průmětnu v úhlu 45° , jest i $\sphericalangle \omega = 45^\circ$ a plocha stínu vrženého

$$V = \pi r^2 \sqrt{2}.$$

III. Dopadá-li paprsek kolmo na průmětnu, jest $\sphericalangle \omega = 0$, $a = b = r$, pročež $V = \pi r^2$, t. j. plocha vrženého stínu rovna jest ploše hlavního kruhu na kouli.

Má-li plocha stínu vlastního při osvětlení geometrálním rovna býti obecně $\frac{1}{n}$ plochy stínu vrženého, musí býti

$$2\pi r^2 = \frac{1}{n} \frac{\pi r^2}{\cos \omega}, \quad \text{t. j.} \quad \cos \omega = \frac{1}{2n}$$

a odchylka paprsku od průmětny $= 90^\circ - \omega$.

Odvození některých vět trigonometrických.

Podává

Václav Hübner,
professor na Král. Vinohradech.

V $\triangle abc$ sestrojme na př. osu úhlu γ a promítneme všechny strany jeho do této osy, tu jest z obrazce

$$\overline{ca}_1 + \overline{a_1b}_1 = \overline{cb}_1,$$

nebo učiníme-li $\overline{bd} \parallel \overline{b_1a_1}$

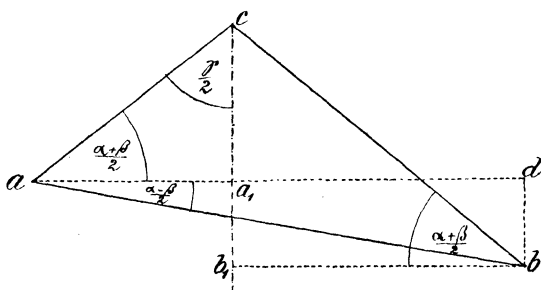
$$\overline{cb_1} - \overline{ca_1} = \overline{db}.$$

Ježto

$$\sphericalangle a_1ac = \sphericalangle cbb_1 = 90^\circ - \frac{\gamma}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2},$$

a

$$\sphericalangle bad = \alpha - \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\alpha - \beta}{2},$$



jest

$$\overline{cb_1} = a \sin \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad \overline{ca_1} = b \sin \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad \overline{db} = c \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

tudíž

$$(a - b) \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = c \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

a proto

$$(a - b) : c = \sin \frac{\alpha - \beta}{2} : \sin \frac{\alpha + \beta}{2}. \quad (\text{I. v\u011bta Mollweidova}).$$

Z rovnice $\overline{aa_1} + \overline{b_1b} = \overline{ad}$ plyne

$$b \cos \frac{\alpha + \beta}{2} + a \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = c \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

nebo

$$(a + b) : c = \cos \frac{\alpha - \beta}{2} : \cos \frac{\alpha + \beta}{2}. \quad (\text{II. v\u011bta Mollweidova}).$$

Z první rovnice $\overline{ca_1} + \overline{bd} = \overline{cb_1}$ obdržíme též

$$\overline{aa_1} \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} + (\overline{aa_1} + \overline{b_1b}) \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \overline{bb_1} \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}$$

nebo

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} : \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = (\overline{aa_1} + \overline{bb_1}) : (\overline{bb_1} - \overline{aa_1}).$$

Z podobnosti $\triangle aca_1$ a $\triangle bcb_1$ plyne

$$\overline{bb_1} : \overline{aa_1} = a : b,$$

pročež

$$(\overline{bb_1} + \overline{aa_1}) : (\overline{bb_1} - \overline{aa_1}) = (a + b) : (a - b),$$

nebo

$$(a + b) : (a - b) = \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} : \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}. \quad (\text{Věta tangentová}).$$

Rovnice této také dospějeme, dělíme-li I. rovnici Mollweidovu II. rovnicí.

Promítneme-li strany $\triangle abc$ do některé jeho výšky, vyvodíme tím větu sinovou a cosinovou.

Jest totiž

$$b \sin \alpha = a \sin \beta = v_c$$

a

$$b^2 - b^2 \cos^2 \alpha = a^2 - (c - b \cos \alpha)^2 = v_c^2,$$

pročež

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

Interference zvuku.

Napsal

Dr. Vladimír Novák,
professor české techniky v Brně.

V učebnicích fyziky předesílá se akustice a optice úvod, jednajíc o pohybu kmitavém a vlnitém. Klade se tudíž oběma