Též nalézáme značky

$$C = 1{\cdot}128\ldots = \frac{2}{\sqrt{\pi}},\quad C1 = 3{\cdot}568\ldots = 2\sqrt{\frac{10}{\pi}}.$$

Poznámka. Užitím logarithmického pravítka a tužky počítáme rychle výrazy $\sqrt{a^2 \pm b^2}$, $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$, $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2$ atd.

Logarithmického pravítka užijeme též při přibližném vyčíslování výrazů dle vzorců

$$\sqrt[n]{(1 \pm \delta)^p} = 1 \pm \frac{p}{n}\delta,\quad \sqrt{a^2 \pm b} = a \pm \frac{b}{2a},\ \text{je-li}\ (b < a);$$

$$\frac{a}{b \pm \delta} = \frac{a}{b} \mp \frac{a\delta}{b^2}\ \text{(je-li δ vůči b velmi malé) atd.}$$

(Pokračování.)

Příspěvek ke kuželosečkám.

Podává **Václav Hübner**, školní rada na Král. Vinohradech.

Rovnice elipsy má též tvar $x = a \cos\varphi$, $y = b \sin\varphi$ (a, b jsou poloosy a φ úhel, který svírá paprsek procházející počátkem s kladným směrem osy x-ové). Elipsu možno z těchto rovnic — jak známo — sestrojiti užitím soustředných kružnic o poloměrech a, b, nebo provésti kladením proužku papíru, na který přenesen buď součet nebo rozdíl poloos.

Ježto $\quad \dfrac{x}{a} = \cos\varphi,\quad \dfrac{y}{b} = \sin\varphi,$

jest
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1.$$

K bodu $m\,(x, y)$ lze sestrojiti příslušný úhel φ, jak z obr. 1. jest zřejmo.

Ježto se hodnoty $\cos\varphi$ a $\sin\varphi$ pohybují v mezích od 0 až do ± 1, není na křivce bodu, jehož x a y by bylo nekonečně veliké, t. j. elipsa nemá bodů v nekonečnosti.

Směrnice tečny A_T příslušná bodu $m\,(x, y)$ jest

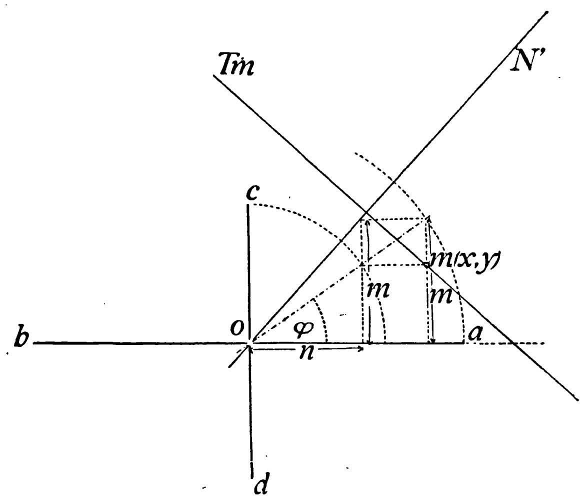
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a}\cot\varphi = -\frac{b^2x}{a^2y}$$

a směrnice normály

$$A_N = \frac{a}{b}\,tg\,\varphi = \frac{a \sin\varphi}{b \cos\varphi} = \frac{a^2y}{b^2x}.$$

Sestrojíme-li $a \sin \varphi = m$, $b \cos \varphi = n$, jest poměr $\frac{m}{n} = A_N$; přímka N' udává směr normály a přímka T_m k ní kolmá jest tečna (obr. 1.).

Rovnice hyperboly jest $x = \frac{a}{\cos \varphi}$, $y = b\, tg\, \varphi$. Jednotlivé body sestrojujeme tu obdobně jakožto průsečíky přímek, z nichž



Obr. 1.

jedna jest rovnoběžná s osou x ve vzdálenosti $b\, tg\, \varphi$ a druhá rovnoběžná s osou y ve vzdálenosti $\frac{a}{\cos \varphi}$. V obr. 2. sestrojen tímto návodem bod m.

Ježto $\sec \varphi = \frac{x}{a}$, $tg\, \varphi = \frac{y}{b}$, jest

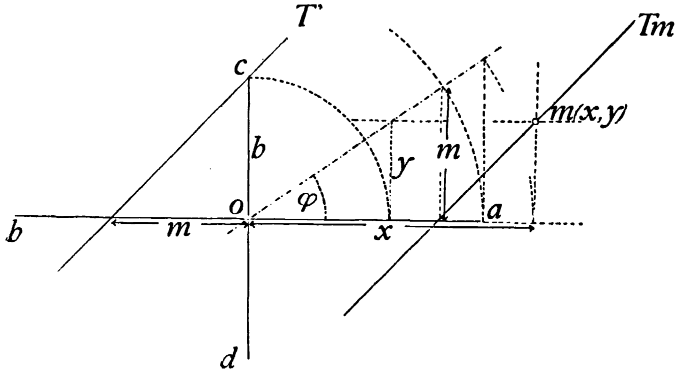
$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = \sec^2 \varphi - tg^2 \varphi = 1.$$

Je-li $\sphericalangle\, \varphi = \frac{90^0}{270^0}$, jest $\begin{matrix} x = \infty \\ x = -\infty \end{matrix}$ a $\begin{matrix} y = \pm \infty \\ y = \pm \infty \end{matrix}$; křivka má tudíž 4 body v nekonečnosti. Směrnice tečny A_T příslušná bodu

$m\ (x, y)$, jest $\frac{dy}{dx} = \frac{b}{a \sin\varphi}$ a směrnice normály $A_N = -\frac{a}{b} \sin\varphi$;

sestrojíme-li $a \sin\varphi = m$, jest poměr $\frac{b}{m} = A_T$; $T_m \parallel T'$ (obr. 2.).

Je-li $\begin{cases} \varphi = 90^0, \text{ jest } A_T = \frac{b}{a} \\ \varphi = 270^0, \text{ jest } A_T = -\frac{b}{a} \end{cases}$ (směrnice asymptot).



Obr. 2.

Rovnice paraboly jest $y = 2p\ tg\ \varphi$, $x = 2p\ tg^2\ \varphi$. Řadu bodů sestrojíme opětně jakožto průsečíky přímek, z nichž jedna jest rovnoběžná s osou x ve vzdálenosti $2p\ tg\ \varphi$ a druhá rovnoběžná s osou y ve vzdálenosti $2p\ tg^2\ \varphi = y\ tg\ \varphi$.

Ježto $tg\,\varphi = \frac{y}{2p}$ a $tg^2\varphi = \frac{x}{2p}$, jest $\frac{y^2}{4p^2} = \frac{x}{2p}$, t. j. $y^2 = 2px$.

Sestrojení bodu m provedeno jest v obr. 3.:

Je-li $\sphericalangle\ \varphi = 90^0$, jest $y = \pm\ \infty$ a $x = \infty$; má tudíž křivka 2 body v nekonečnosti.

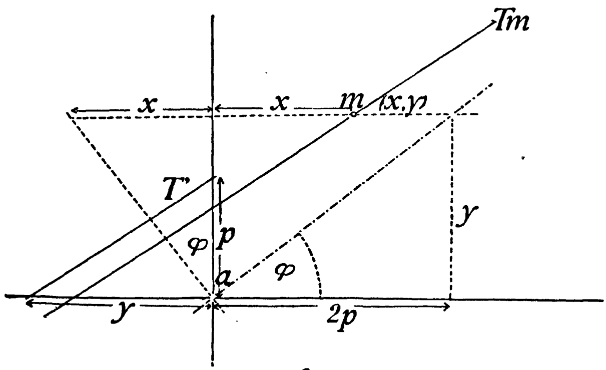
Směrnice tečny A_T příslušící bodu $m\ (x, y)$ jest $A_T = \frac{dy}{dx}$

$= \frac{\frac{2p}{\cos^2\varphi}}{\frac{4p\ tg\ \varphi}{\cos^2\varphi}} = \frac{1}{2} \cot g\ \varphi = \frac{p}{y}$. Směr tečny T' a tečna

$T_m \parallel T'$ jsou v obr. 3. vyznačeny.

Směrnice tečny v bodě (∞, $\pm\infty$), t. j. asymptoty, rovna jest $\frac{1}{2}$ $cotg\ 90^0 = 0$. Jsou tedy asymptoty paraboly rovnoběžné s osou x.

Pro bod společný elipse a parabole (průsečík) jest $tg\,\varphi = \sqrt{\frac{a}{b}}$; platí tudíž vzhledem k elipse rovnice: $x = a\sqrt{\frac{b}{a+b}}$, $y = b\sqrt{\frac{a}{b+a}}$, čili $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ a pro parabolu pak $y = 2p\sqrt{\frac{a}{b}}$, $x = 2p\frac{a}{b}$, t. j. $y^2 = 4p^2\frac{a}{b} = 2px$.



Obr. 3.

Mají-li se obě křivky v tomto bodě protínati pravoúhelně, musí pro směrnice tečen platiti rovnice:

$$\frac{1}{2}\,cotg\,\varphi = \frac{a}{b}\,\frac{1}{cotg\,\varphi}, \quad \text{čili} \quad cotg^2\,\varphi = \frac{2a}{b};$$

$$\text{ježto} \quad tg\,\varphi = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad \text{jest} \quad \frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$$

t. j. $b^2 = 2a^2$ a $b = a\sqrt{2}$.