Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 37 (1908), No. 2, 221--224

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121096

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1908

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

13. Zobrazte pronik a osvětlení kužele $K(v, o, r)$ s koulí $K'(s)$ dotýkající se kužele v předu z leva. [$K : v(0, 4, 9)$, $o(0, 4, 0)$, $r = 3$; $K' : s(0, 3{\cdot}5, 3)$]. (Solnohrad.)

14. Veďte společné tečné roviny kužele $K(v, o, r)$ a koule $K'(s, r_1)$ dotýkající se kužele K. [$v(10, 0, 5)$, $r = 3$. $v = 6$; $s(x, y, 5)$, $r_1 = 3$]. (Litoměřice.)

15. Zobrazte v centrálním osvětlení stíny koule $K(o, r)$ s bodu s tak, aby vržený stín na prvou průmětnu byla větev hyperbolická a na druhou průmětnu parabola. [$o(0, 4{\cdot}1, 3{\cdot}1)$, $r = 2{\cdot}5$; $s(-4{\cdot}3, 0{\cdot}7, ?)$]. (Rymařov.)

16. Dány jsou body a, b a rovina ϱ; najděte body, mající od obou bodů vzdálenost d a od roviny ϱ vzdálenost δ. [$a(12, 4, 3)$, $b(8, 7, 6)$, $\varrho(17, 45^0, 60^0)$, $d = 5$, $\delta = 1{\cdot}5$]. (Bolzano.)

17. Danou přímkou v π se nalézající položte rovinu protínající danou kouli (s, r) v kruhu, jehož plocha rovná se $\frac{2}{3}$ plochy největšího kruhu. [$s(12{\cdot}5, 6{\cdot}7, 6)$, $r = 5{\cdot}5$; $A \equiv op : o(0, 0, 0)$, $p(7, 12, 0)$]. (Vídeň VII.)

18. Dány jsou dva body a, b; najděte přímku k průmětnám 30^0, resp. 45^0 nakloněnou a od obou bodů vzdálenost $d = 2\ cm$ mající. (Vídeň I.)

19. V rovině ϱ stanovte přímky mající od bodu a vzdálenost d a jež jsou rovnoběžny s rovinou σ. [$\varrho(-7, 8, 3)$, $a(0, 3{\cdot}5, 4)$, $d = 3$, $\sigma(5{\cdot}5, 4{\cdot}5, 5)$]. (Solnohrad.)

20. Sestrojte parabolu, k jejímuž určení jsou dány: tečna ik, ohnisko f a bod p na křivce. (Dvě řešení.) [$fi = 2{\cdot}7$, $ik = 3{\cdot}0$, $pk = 9{\cdot}5$, $\measuredangle kfp$ kolmo k tečně.] (Vídeň VII.)

Úlohy.

a) Z mathematiky *).

Úloha 15.

Řešiti rovnici

$$\sqrt[4]{41 + x} - \sqrt[4]{41 - x} = 2.$$

Prof. *J. Ždímal.*

*) V úloze 4. (z mathematiky) v předešlém čísle byla přehlédnuta tisková chyba; výraz v úloze má zníti:

$$\frac{n^3 + (n + 2)^3}{4}.$$

Úloha 16.

Řešiti rovnici

$$x(x+2)(x+4)(x+6)=105.$$

Tý.

Úloha 17.

$$1+3\sin x+6\sin^2 x+10\sin^3 x+15\sin^4 x+\dots \text{ in inf.} = 8.$$

Tý.

Úloha 18.

Řešiti ostrými úhly soustavu

$$\cos x+\sin y=1,$$
$$\sin x+\cos y=\sqrt{3}.$$

Tý.

Úloha 19.

Které racionálné trojúhelníky pravoúhlé mají obvod číselně rovný plošnému obsahu? Které z nich mají délky stran vyjádřeny čísly celými? *Tý.*

Úloha 20.

Ustanoviti hodnotu výrazu

$$\Big[\Big[\Big\{\big[(m!+(m+1)!).(m+1)+(m+3)!\big](m+3)$$
$$+(m+5)!\Big\}(m+5)+\dots\Big](m+2n-1)$$
$$+(m+2n+1)!\Big](m+2n+1).$$

Tý.

Úloha 21.

Setrojiti kružnici, které je daný trojúhelník polárným.

J. Pilnáček.

Úloha 22.

Dutý kužel rotační, jehož strany svírají s rovinou podstavnou úhel α, naplněn jest vodou; o jaký úhel β nutno jej nakloniti ze základní polohy (se svislou osou), aby v něm zbylo $\frac{m}{n}$ původního množství vody?

Prof. *Jar. Doležal.*

Úloha 23.

Ustanoviti sférický poloměr kružnice vepsané do sférického trojúhelníka o daných stranách a, b, c.

Prof. *Ždímal.*

Úloha 24.

Ustanoviti sférický poloměr kružnice opsané trojúhelníku sférickému daných úhlů α, β, γ.

Týž.

Úloha 25.

Které je geometrické místo středů kružnic, jež z bodů $M_1(1, 0)$ a $M_2(-1, 0)$ jsou viditelny v zorných úhlech 2α, 2β (zvláště pro $\alpha = 60^0$, $\beta = 30^0$).

Týž.

Úloha 26.

Nalézti rovnici geometrického místa pólů příslušných normálám paraboly.

Týž.

Úloha 27.

Nalézti geometrické místo bodů, jejichž poláry dle kružnice $x^2 + y^2 = r^2$ a dle paraboly $y^2 = 2px$ jsou k sobě kolmy.

Týž.

Úloha 28.

V srpnovém sešitu čas. The Messenger of Mathematics uveřejňuje Mr. Baxter tuto přibližnou konstrukci kruhu majícího týž obsah jako daný čtverec:

Buď dán čtverec $ABCD$ se středy stran E, F, G, H a průsečíkem úhlopříčen X; zobrazme obdélník $KLOP$, tak aby $KL = EF$, $LO = 2 \,.\, EF$. Rozpolme pak OL, PK body M, N. Opišme pak následující kružnice:

1) *střed O, poloměr OL; protne KP v R; spojí se RO, RL;*
2) *„ R, „ RL; „ KM v S; „ „ RS;*
3) *„ N, „ KS; „ LK v T.*

Pak učiníme $KU = 2 \,.\, KT$.

Na to prodloužíme DA, až $HY = KU$; spojíme YX, jež protne AB v J. Pak jest XY přibližně hledaný poloměr.

Vyhledati chybu konstrukce.

Úloha 29.

Jest odvoditi vztah

$$tg\,\frac{\varepsilon}{2} = +\sqrt{\frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\sin(\lambda + \alpha)} \cdot \frac{tg\,\frac{\delta - \beta}{2}}{tg\,\frac{\delta + \beta}{2}}},$$

v němž značí α rektascensi, δ deklinaci, λ astronomickou délku, β astr. šířku hvězdy a ε sklon ekliptiky k nebeskému rovníku.

Dr. *Jiří Kaván.*

Ostatní úlohy a vypsání cen bude uveřejněno v 3. čísle.

Řešení úloh z 1. čísla buďtež zaslána do 15. března, z 2. čísla do 15. dubna.