František Josef Studnička

O původu a rozvoji počtu differencialního a integralního. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 1, 1--10

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121150

O původu a rozvoji počtu differencialního a integralního.

Sepsal

prof. Dr. **F. J. Studnička.**

Úvod.

K nejznamenitějším a nejužitečnějším výmyslům ducha lidského sluší zajisté počítati tak zvaný *počet infinitesimalní,* zahrnující v sobě přímý počet *differencialní* a obrácením jeho povstávající počet *integralní;* neb co dosud pomocí tohoto vyššího počtu bylo provedeno v té poměrně krátké době, v níž se ho užívá, jest nad míru důležité a velikolepé, ba přímo úžasné, a čeho se duch lidský na této stále se zdokonalující cestě ještě domůže, o tom nemáme snad ani tušení, jelikož neznáme veliký ten exponent geometrické řady, v níž postupuje další rozvoj na poli tomto.

A poněvadž nová tato páka mathematického rozboru jest tak mohútna, jest i zásluha toho, kdo ji první sestrojil a všeobecnému užívání odevzdal, poměrně též nesmírna, takže v zájmu lidské vzdělanosti slušno blahořečiti tomu, jehož důvtip byl s to, aby vymyslil nástroj tak duchaplný a velikolepý. Bohatýři duševní zasluhují aspoň nemenší slávy nežli hrdinové váleční.

Jako vedlo sedm řeckých měst spor o to, kdo byl prvním ošetřovatelem kolébky Homerovy, hlásí se i v této příčině celá řada národů o čest nevšední, že z jejího lůna vyšel veleduch ten, jenž člověčenstvu dal subtilní sice, avšak nepřemožitelnou vyšší analysi. Jsouť to především národové německý a anglický, tento *Newtonem,* onen *Leibnitzem* se honosící, pak národ francouzský, jenž zastává se výzkumů zdárného syna svého *Fermata,* národ vlaský, poukazující ku podstatným v této věci zásluhám

Cavalieriho, a konečně kosmopolitický, i po učeně slávě bažící řád Jesuitů, který se vřele ujímá dotyčných prací člena svého belgického, *Gregorius a St. Vincentio* zvaného.

Zdá se, že by věc ani dvě stě let stará nejsouc neměla býti nejasnou, zejména při té svědomité snaze pragmatických historiků, kteří dosti mají rozmanitých dokladů na ocenění zásluh každého jednotlivce dříve jmenovaného. A přec strhla se již za živobytí Leibnitze a Newtona velmi tuhá půtka o uznání priority s obou stran; co se pak týče ostatních jmen, bylo kolem počátku našeho století podniknuto několik pokusů, aby se původ vyšší analyse dále ještě do minulosti pošinul; byliť v té příčině francouzští mathematikové *Lagrange* a *Laplace* přesvědčeni a veřejně se vyslovili, že krajan jich Fermat jest prvním vynálezcem počtu differencialního, kdežto *Brunacci* se zastal svého krajana Cavaleria a náš vlastimilovný [1]) exjesuita *Vydra* při každé příležitosti poukazoval ke svému předchůdci Gregoriovi a St. Vincentio a jeho geometrickým výzkumům.

Není sice pochybnosti snad více, že *Leibnitz* jest samostatným vynálezcem počtu differencialního a podobně *Newton* samostatným vynálezcem obdobné methody fluxí a že starší mathematikové dříve jmenovaní jen půdu připravovali těmto genialním výmyslům; avšak velmi zajímavo jest stopovati celý průběh věci, k níž se prioritní spory tak dlouho táhly, a to tím více, poněvadž při podrobném historickém rozboru všech příslušných okolností se hloub vnikne i do podivuhodných shod a neshod, jaké spojeny jsou s každým epochalním vynálezem vůbec a tímto zvlášť.

Za tou příčinou budiž zde předveden celý ten postup, jehož jádrem jest objevení počtu infinitesimalního, aby každý na základě původních citatů mohl si učiniti jasnou představu o poměru jednotlivých nároků k sobě a mezi sebou.

I.

O stavu mathematických výzkumů v XVII. století.

Dvojí cestou přecházely ve středověku výsledky starověkého badání mathematického na západ a sice napřed nepřímo

---

[1]) Viz životopis jeho v časop. pro pěst. math. a fys. Roč. I. pag. 1.

přes Araby, zejména do jižní Italie a do Španěl, a později přímo stěhováním se řeckých učenců na západ, hlavně na zkvétající poloostrov apeninský, když návalem Turků nejprvé zmenšována a konečně dobytím Cařihradu (r. 1453) vyvrácena jest říše byzantinská.

První znamenitější ovoce tohoto přechodu jsou spisy *Leonarda Pisanského*, jenž co syn Bonacciho krátce též se zval *Fibonacci,*[2]) kterými roku 1202 zahájena v Italii nová éra mathematického rozvoje; zejmena tu budiž poukázáno k jeho „Practica geometriae“ a „Liber quadratorum“.[3])

Od té doby ujalo se ponenáhle, avšak s rychlostí stále zrůstající, pěstování všech oborů mathematických, takže ku konci XV. století, když poslední uprchlíci řečtí se uchýlili do Italie a tu zároveň slavné tiskárny v Benátkách počaly uveřejňovati staroklassické spisy rozmanité, již značný pokrok byl dále učiněn. Výrazem tohoto vyššího stupně rozvoje jest spis „Summa di arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita,“ jejž roku 1494 v Benátkách vydal *Lucas Pacioli,* po svém rodišti též *Luca di Borgo*[4]) zvaný, jakož i geometrický spis zvláštní, „Libellus in tres partiales tractatus divisus“, 12 let později od téhož minority vydaný.

Následující století XVI. postupovalo pak mnohem rychleji a ještě zdatněji ku předu, zejména co se týče algebry vůbec a rovnic algebraických zvlášť. Provedenoť v Italii konečně řešení rovnic stupně třetího, při čemž zásluhy *Scipiona Ferrea*[5]) přešly přes důvtipného *Tartagliu*[6]) na soběckého *Cardana,*[7]) jehož „Ars magna“ r. 1545 vydaná obsahovala též řešení rovnic stupně čtvrtého, jež současně podal mu *Ferrari*[8]) co vděčný jeho žák; zároveň se tu opakoval týže zjev jako při řešení rovnic stupně třetího, jelikož i tu zásluhy Ferrariho přešly na jmeno *Bombelli,* teprv r. 1572 na nové algebře se objevivší.

Jako známý vzorec Cardanův vyjadřuje objev Tartagliův, podobně sluje nevděčnému potomstvu methoda Bombelliho to,

[2]) Narodil se r. 1180 a zemřel ku konci první polovice XIII. století.

[3]) Všechny jeho spisy vydal r. 1857 v Římě kníže Buoncampagni co „Scritti di Leonardo Pisano.“

[4]) Narodil se u prostřed XV. stol. a zemřel po r. 1502. — [5]) Žil od r. 1465—1525. — [6]) Žil od r. 1500—1559. — [7]) Žil od r. 1501—1576. — [8]) Žil od r. 1522—1565.

co Ferrari svým důmyslem vyzpytoval, osud to zvláštní, kterýž se, bohužel! dosti zhusta v dějinách kulturních vyskytuje.

K těmto pokrokům řadí se důstojně po bok, co v témž století provedl zakladatel naší algebry *Vieta*; [9]) spis jeho „Isagoge in artem analyticam", k němuž připojeno „Ad logisticen speciosam notae priores" stal se základem obecné arithmetiky, čímž se dostalo mathematickému rozboru, pokud se týče všeobecných veličin číselných, velmi stručné a vhodné symboliky. Tím, že zavedl označování písmenkové, odňal početním úkonům všechnu náhodnou zvláštnost a dovedl všeobecná pravidla všeobecně též vyjadřovati; jak se tu na př. poučka, že součin nezávisí na pořádku, v jakém se kladou činitelové, jednoduše vyjádří stejninou $ab = ba$! Velmi dobře poznamenal v této příčině *Leibnitz* v listu svém ze dne 28. dubna 1693 k *l'Hospitalovi:* „Une partie du secret de l'analyse consiste dans la caracteristique, c'est à dire dans l'art de bien employer les notes dont on se sert."

Tímto jednoduchým nápadem stal se znamenitý obrat v dosavadním badání mathematickém, kterýmž korunovány jsou algebraické úspěchy století XVI. a zahájeny důsažné výzkumy století XVII. na poli především geometrickém.

Jako algebra postupovala od zděděných method řešiti rovnice stupně druhého čili kvadratické, podobně připojila se novější badání geometrická k vymoženostem starých, k úlohám křivek druhého stupně čili kuželoseček se týkajících, k vedení tangent ku křivkám daným, což těsně souvisí s úkoly maxima nebo minima vyhledávajících, a k vyšetřování ploského obsahu obrazců křivkami omezených, odkudž přechod k řadám nekonečným.

Po šťastných pokusech, jež učinil *Nicole Oresme* [10]) spisy svými „Tractatus de latitudinibus formarum," kdež obsaženy již základní myšlénky Descartesovy geometrie analytické, a „Tractatus de uniformitate et difformitate intensionum", kdež pokračuje v důmyslných svých výkladech, vystoupil konečně r. 1641 *Mydorge* [11]) co důstojný dědic Apolloniův s výtečným po-

[9]) Žil od r. 1540—1603. — [10]) Zemřel r. 1382 co biskup v Lisieux v Normandii. — [11]) Žil od r. 1585—1647.

jednáním o kuželosečkách, kdež řeší již některé úlohy projektivní; v jeho šlépějích pokračoval pak *Fermat* [12]) a ještě úsilovněji a prospěšněji *Desargues* [13]) s žákem svým *Pascalem*, [14]) jimiž položeny základy nejnovější geometrie synthetické. Současně pak na poli analytické geometrie pracovali s úspěchem *Hudde* [15]), *Huyghens* [16]) a *de Sluze* [12]), nové methody tangentní vynalezajíce, kdežto v geometrii míry genialní *Kepler* [18]), *Cavalieri* [19]) a *Gregorius a St. Vincentio* [20]) usnadnili a zevšeobecnili starou *methodu exhaustní,* které již sofista *Antiphon* okolo roku 450 př. Kr. při kvadratuře kruhu a po něm *Archimedes* okolo r. 250 př. Kr. i všeobecněji užil, zejména též při kvadratuře paraboly (*τετραγωνισμὸς παραβολῆς*).

Přicházíme tu k zajímavému momentu v dějinách mathematiky, kde odstraněn jest nejapný a kaceřovaný pojem nekonečnosti, jakýmž jej učinili řečtí sofisté, zejména *Zeno* svými paradoxy, takže od těch dob se ho vesměs štítěno. Starý názor Antiphonův, že *přímé a křivé čáry se skládají ze stejných nedílných prvků,* o nichž i Aristoteles napsal závažné pojednání „*περὶ ἀτόμων γραμμῶν*", ujal se tu beze všeho odporu dalšího tak, že pomocí něho Kepler ve svém spise „Stereometria doliorum vinariorum" r. 1615 v Linci vydaném mnoho dotud neznámých kubatur provedl; řadu těchto těles pak Cavalieri v pověstném spise svém „Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota" r. 1635 v Bononii uveřejněném značně rozšířil, jakož sám v předmluvě s jakousi hrdostí uvádí. A co při jeho methodě vidělo se býti nedostatečným, zdokonalil a doplnil jmenovaný již jesuita Gregorius a St. Vincentio ve spise „Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum coni" roku 1647 v Antwerpách a „Contemplatio curvilineorum nec non examen quadraturae" r. 1652 v Lejdě vydaném.

Dvojího druhu úkoly zaměstnávaly geometry XVII. století, jak bylo již dříve praveno, a sice s jedné strany sestrojování tečen a s tím souvislé určování největších nebo nejmenších

---

[12]) Žil od r. 1601—1665. — [13]) Žil od r. 1593—1662. — [14]) Žil od r. 1632—1662. — [15]) Žil od r. 1640—1704. — [16]) Žil od r. 1629—1695. — [17]) Žil od r. 1623—1685. — [18]) Žil od r. 1571—1630. — [19]) Žil od r. 1598—1647. [20]) Žil od r. 1584—1667. Byl za Ferdinanda II. v Praze na universitě 5 let profesorem mathematiky.

hodnot daných výrazů, s druhé pak strany vypočítávání ploských obsahů, v čemž později shledán obrácený úkol tangentní, a souvislé s tím sečítání řad zvláštních. Řešení prvních úkolů bylo kolébkou počtu differencialního, kdežto úkoly druhé v podstatě své vedly ku pravidlům počtu integralního, ač přímým úkonem oním dán již obrácený tento. Podlé toho řídí se též prioritní nároky předchůdců Leibnitzových a Newtonových.

Nežli však přejdeme ku podrobnému jich vyšetření, musíme ještě jeden zjev současný vytknouti, který neméně přispěl k tomu, že vůbec úlohy podobné mohly vésti k objevení nového algorithmu; jest to upotřebení Vietovy logistiky k řešení úkolů geometrických, jež *Cartesius* [21]) ve svém r. 1637 vydaném spise francouzském „Géometrie" provedl a tím se stal zakladatelem *geometrie analytické.* Velmi dobře praví v této příčině *d'Alembert* ve své „Encyclopédie methodique" v článku „Géométrie" pag. 132: „Si la Géométrie nouvelle est principalement due aux Anglais et aux Allemands, c'est aux Français qu'on est redevable des deux grandes idées qui ont conduit à la trouver. On doit à Descartes *l'application de l'Algebre à la Géométrie, sur laquelle le calcul différentiel est fondé;* et à Fermat, la première application du calcul aux quantités différentielles, pour tvouver les tangentes: la Géométrie nouvelle n'est que cette dernière méthode généralisée."

Právě Cartesiova methoda geometrická ukázala nejlépe obdobu úkolů o maximech nebo minimech a o vedení tečen ku křivkám libovolným, any tu pojímány co sečny jdoucí dvěma nekonečně blízkými body, takže bylo jen třeba učiniti krok od případu zvláštního k úkolu všeobecnému a zjednodušiti příslušný mechanismus početní, aby se badání octlo na poli počtu differencialního; a podobně objevilo rozkládání ploských obsahů

[21]) Narodil se 31. března 1596 v osadě *Haye* mezi Toursem a Poitiersem ležící, věnoval se s počátku vojenství a při oblehání města Bredy (1617) objevil své zvláštní vlohy mathematické okamžitým řešením nesnadné úlohy tehdáž k řešení předložené; při bitvě bělohorské byl v táboře vévody bavorského. Na to cestoval po Evropě a usadil se konečně v svobodnějším Nizozemí, pěstuje mathematické a filosofické vědy; r. 1649 odebral se do Stokholmu na dvůr královny Kristiny, kdež však již 11. února 1650 zemřel. Latinský překlad jeho mathematických spisů věnován byl r. 1649 Alžbětě, dceři zimního krále Bedřicha.

v elementarní proužky pomocí pořadnic nekonečně blízko sebe vedených souvislost kvadratury s počtem integralním, jak bylo taktéž již dříve poznamenáno.

V první řadě sluší tu jmenovati Fermata, jehož spůsob vyšetřovati maxima nebo minima v podstatě se shoduje s všeobecným postupem počtu differencialního, jakož lze poznati z příkladu tohoto:

Má-li se číslo a rozděliti na dvě části tak, aby součin jich byl co možná největší, bude část první x, druhá pak $(a - x)$, součin obou konečně $x(a-x)$; aby součin tento byl maximum, musí změna zvětšením veličiny x o nějakou část e povstávající býti nullou, tedy

$$x(a-x) = (x+e)(a-x-e),$$

z kteréžto podmínky plyne především

$$e(a-2x) - e^2 = 0$$

a zkrátíme-li veličinou e, dále

$$a - 2x - e = 0$$

a učiníme-li pak $e = 0$, konečně

$$x = \tfrac{1}{2} a,$$

jakož vůbec jest známo.

A podobně ustanovuje tangenty pomocí subtangent, jakož jest viděti z jednoduchého příkladu tohoto:

Má-li se ku parabole sestrojiti tečna, učiňme úsečku daného bodu x, načež bude pořadnice y; a zvětšíme-li x o malou část e, přejde y v pořadnici y_1, při čemž pro parabolu platí

$$y^2 : y_1^2 = x : (a+e);$$

nazveme-li pak příslušnou subtangentu a, bude patrně pro podobnost příslušných trojúhelníků [22])

$$y^2 : y_1^2 = a^2 : (a+e)^2,$$

takže spojením těchto srovnalostí jen pro $e = 0$ přesně platných obdržíme

$$a^2 : (a+e)^2 = x : (x+e),$$

z čehož plyne napřed

$$a^2 - 2ax - ex = 0$$

a pro $e = 0$ konečně

$$a - 2x = 0 \text{ čili } a = 2x,$$

---

[22]) Příslušný výkres nechť si každý sám sestrojí.

čímž vyjádřeno známé pravidlo, že subtangenta paraboly rovná se zdvojené úsečce příslušného bodu.

Kdo ví, jak se řeší tyto úlohy pomocí počtu differencialního, jenž se pro

$$y = f(x) \tag{1}$$

zakládá na všeobecném vzorci

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x = 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \tag{2}$$

pozná ihned totožnost obou method co do podstaty, vytkne však zajisté veliký rozdíl mezi oběma, co se týče mechanismu početního. Jestiť methoda Fermatova zvláštním pravidlem, ba pouhým receptem pro jistý případ, kdežto počet differencialní představuje všeobecný algorithmus; co u Fermata jest hlavní věcí a theorií, jest u Leibnitze pouhým upotřebením čili praxí.

Ale proto pochopujeme předc velmi dobře, proč položil slavný *Lagrange* do spisu svého „Théorie analytique des Fonctions“ reklamující větu „On peut regarder Fermat comme le premier inventeur des nouveaux calculs“ a proč mu v tom přisvědčuje stejnými skoro slovy jeho neméně genialní krajan *Laplace,* an ve spise „Théorie analytique des Probabilités“ introd. p. XXXIII praví: „On doit donc regarder Fermat, comme le véritable inventeur du Calcul différentiel“.

Není-li pak z příčin dříve již vytknutých možná i přes úsudky tak vzácných znalců tvrditi, že Fermat jest původcem počtu differencialního, tím méně dbáti jest nároků jiných, s počátku hned uvedených, jelikož tu podobnost methody jest mnohem slabší.

Co se týče *Cavalieriho,* jemuž Brunacci [23]) straní, nelze více ze spisu jeho vyvésti nežli nové quadratury, jakéž pomocí staré, avšak zlepšené methody exhaustní provedl; spíše by se v něm shledati mohl základ Descartesovy analytické methody, jakož zejména o tom svědčí kniha čtvrtá, jednající o parabole, kdež vyskytuje se na př. též známá srovnalost, že úsečky dvou bodů se mají k sobě jako čtverce příslušných pořadnic, arci

[23]) Viz „Memorie dell' Instituto nationale Italiano“ Bologna 1806, pag. 116.

vyjádřená jinými slovy. A vůbec vadila mu i v nejvtipnějších jeho výzkumech neznalost Vietovy zvláštní logistiky, takže by ani nebyl žádný algorithmus, počtu differencialnímu podobný, přiměřenými symboly mohl vyznačiti.

A podobně nelze přisvědčiti slovům našeho Vydry, an roku 1776 ve spisu „Historia matheseos in Bohemia et Moravia cultae," uváděje zásluhy Gregoria a St. Vincentio praví o druhém spisu dříve jmenovaném: „Istud ipsum est, quod celeberrimo Leibnitzio calculi differencialis inveniendi occasionem dedit," což později v úvodu ke své česky sepsané a r. 1806 vydané knize „Počátkové arytmetyky" určitěji na str. 3. vyjádřil slovy: „Neméně také počítání differencialní a integralní (calculus differentialis et integralis), počítání velmi outlé, přetěžké, však velmi užitečné, nalezené od muže nad míru učeného Laybnyce (sic!), Němce v Lipště rozeného. *Nicméně v tom jej předešel učený Jesuita Gregorius a St. Vincentio, bývalý profesor mathematiky v Praze.*" [24])

Zdá se, že vyslovuje se tu jakási tradice řádu jesuitského, jelikož byl Vydra dosti ostrovtipným, aby ze spisu jemu přístupného poznal, že zvláštní methoda Gregoriova „ductus plani in planum" zvaná a zejména v druhé knihy části s velikým úspěchem prováděná není algorithmem totožným s počtem integralním, byť i co do podstaty základní sebe těsněji s ním souvisela. Jest to opět jen druh exhaustního postupu, kterýž se Leibnitzovi, jak později se dozvíme, velmi líbil a též zajisté i prospěsným stal při jeho výzkumech infinitesimalních, takže bychom, chtějíce přisvědčiti Vydrovi, starověkým vynálezcům této plodné a most mezi konečností a nekonečností budující methody největší křivdu učinili, zejmena Archimedovi; neb zda-li touto methodou se vyšetří jen ploský obsah paraboly neb i jiných tvarů geometrických, pro theorii příslušnou jest to jedno.

Jednalot se tu o emancipaci z prastarého předsudku proti pojmu nekonečnosti a vynalezení zvláštní nauky, pro niž by lhostejno bylo, zda-li jí možná též upotřebiti při řešení nějakých úkolů geometrických čili nic; a v té příčině nikdo před Leibnitzem a Newtonem neprovedl nic podstatného, ač se všech

[24]) Za panování Ferdinanda II. učil pět let na universitě naší.

stran byla půda pro tento rozhodný krok připravována. I smíme tvrditi, že v druhé polovici sedmnáctého století visel počet infinitesimalní již ve vzduchu, takže by jiný byl jej zachytil, kdyby jmenovaní dva geniové tohoto věku jej byli neobjevili.

(Pokračování.)

O rovnovážných tvarech kapalin nepodrobených silám zevnějším.

Dle Plateau-a vzdělal

Dr. **August Seydler.**

Volný povrch kapaliny, uzavřené v široké nádobě, tvoří rovinu, která jen na kraji, u stěny nádoby, přechází v plochu zakřivenou; ostatní povrch závisí tvarem svým úplně od vnitřního tvaru nádoby.

Jinak ale umístíme-li na př. malé množství rtutě na desku skleněnou; rtuť se nerozplyne na celém povrchu desky, nýbrž nabude tvaru kulovitého, a to s přesností tím větší, čím menší jest množství rtutě. Z těchto a jiných všeobecně známých ukazů soudíme, že hledí každá kapalina nabýti určitého tvaru, na základě jakýchsi *vnitřních sil,* že však jí v tom překáží *tíže,* mimo kterou mohou působiti ovšem i jiné *zevnější síly* co překážky další. Plateau zamezil velmi jednoduchým spůsobem vliv sil zevnějších, zejmena tíže. Smísil vodu s líhem v takovém poměru, že měrná váha smíšeniny rovnala se úplně měrné váze oleje olivového, jejž pomocí ruční stříkačky vpravil dovnitř oné smíšeniny. Olej zbavený své tíže nabyl tvaru úplně pravidelné koule, která co krůpěj obrovských rozměrů se vznášela uvnitř tekutiny líhové. Tento nesčíslněkrát opakovaný pokus jest všeobecně znám; méně známy jsou však ostatní četné, mnoholeté pokusy, jež *Plateau* a před ním i po něm jiní fysikové vykonali k proskoumání různých tvarů rovnovážných a jich vlastností. Velmi zajímavé výsledky těchto bádání uveřejnil *Plateau* r. 1873 v silném