

Karel Teige

Příspěvek k integraci Maxwellových rovnic

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 48 (1919), No. 3-4, 234--237

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121288>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1919

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

bici možno jakýmkoli způsobem svrchu popsaným vzbuditi vlny zvukové, periodické zhuštění a zředění a odtud vznikající změny tlakové přenášejí se i na blanou, jež uvádí se ve chvění příčné; tím uvede se ve chvění i plyn v sousedním prostoru za papírovou blanou, jak patrně z plaménkové vlnovky. Naměřená délka vlny při této úpravě přístroje je patrně rovna délce vlny ve vzduchu.

## Príspevek k integraci Maxwellových rovnic.

Napsal Ph. Dr. Karel Teige.

Řešení problému ohybu elektromagnetických vln pomocí Maxwellových rovnic v křivkových souřadnicích je závislo na tom, zda z onoho systému rovnic diferenciálních pro složky síly elektrické a magnetické lze odvoditi rovnici diferenciální pro každou složku zvlášť. To podařilo se dosud skoro jen při problémech dvoudimensionálních, kdy síla pole a tvar stínítka je nezávislý na jedné souřadnici, na př.  $z$ .

V dřívější práci jsem řešil ohyb rovinné vlny dopadající šikmo na kruhový válec.<sup>1)</sup> Při tom vyšel jsem ze známého řešení Maxwellových rovnic ve válcových souřadnicích v případě vlny, závislé periodicky na souřadnici  $z$ .

Zde chci ukázati obecně, že lze řešiti Maxwellovy rovnice v případě ohybu elektromagnetické vlny rovinné, dopadající šikmo na válec ve všech těch případech, ve kterých je možno řešiti Maxwellovy rovnice za předpokladu, že nic nezávisí na souřadnici  $z$ , což znamená, že vlna dopadá kolmo na válec. Budiž  $q, r$  system orthogonálních souřadnic, kolmých k povrchovým přímkám válce, které jsou rovnoběžné se souřadnicí  $z$ .

Čtverec elementu čáry  $ds^2$  v souřadnicích  $z, q, r$  budiž dán výrazem

$$ds^2 = dz^2 + e'dq^2 + e''dr^2.$$

Pak Maxwellovy rovnice pro složky

síly elektrické  $E_z, E_q, E_r,$

a magnetické  $M_z, M_q, M_r,$

<sup>1)</sup> Ohyb elektromagnetických vln na vodivém válci. Rozpr. Č. Ak. 1917, č. 22.

mají tvar <sup>2)</sup>

$$\frac{4\pi\kappa}{c} E_z + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{e'e''}} \left( \frac{\partial \sqrt{e''} M_r}{\partial q} - \frac{\partial \sqrt{e'} M_q}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{4\pi\kappa}{c} E_q + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_q}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{e''}} \left( \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial \sqrt{e''} M_r}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$\frac{4\pi\kappa}{c} E_r + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{e'}} \left( \frac{\partial \sqrt{e'} M_q}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial q} \right), \quad (3)$$

$$- \frac{\mu}{c} \frac{\partial M_z}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{e'e''}} \left( \frac{\partial \sqrt{e''} E_r}{\partial q} - \frac{\partial \sqrt{e'} E_q}{\partial r} \right), \quad (4)$$

$$- \frac{\mu}{c} \frac{\partial M_q}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{e''}} \left( \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial \sqrt{e''} E_r}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$- \frac{\mu}{c} \frac{\partial M_r}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{e'}} \left( \frac{\partial \sqrt{e'} E_q}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial q} \right), \quad (6)$$

při čemž

$\kappa$  značí elektrostaticky měřenou vodivost,

$\varepsilon$  „ dielektrickou konstantu,

$\mu$  „ magnetickou permeabilitu.

Dopadá-li na uvažovaný válec rovinná vlna, jejíž složky možno psáti ve tvaru

$$e^{-i\omega t + ipz} \cdot f(q, r),$$

je patrné, že i vlna válcem rozptýlená, i vlna do válce vniklá bude mít složky téhož tvaru, pročež možno psáti

$$E = e^{-i\omega t + ipz} \cdot u, \quad (7)$$

$$M = e^{-i\omega t + ipz} \cdot v. \quad (8)$$

Tím rovnice (1) až (6) dostanou tvar

$$\left( -\frac{i\varepsilon\omega}{c} + \frac{4\pi\kappa}{c} \right) u_z = \frac{1}{\sqrt{e'e''}} \left( \frac{\partial \sqrt{e''} v_r}{\partial q} - \frac{\partial \sqrt{e'} v_q}{\partial r} \right), \quad (9)$$

$$\left( -\frac{i\varepsilon\omega}{c} + \frac{4\pi\kappa}{c} \right) u_q = \frac{1}{\sqrt{e''}} \frac{\partial v_z}{\partial r} - ipv_r, \quad (10)$$

<sup>2)</sup> Weber: Partielle Differential-Gleichungen Braunschweig. V. vyd. 2. svazek, strana 312.

$$\left(-\frac{i\varepsilon\omega}{c} + \frac{4\pi\kappa}{c}\right)u_r = ipv_q - \frac{1}{\sqrt{e'}}\frac{\partial v_z}{\partial q}, \quad (11)$$

$$\frac{i\mu\omega}{c}v_z = \frac{1}{\sqrt{e'e''}}\left(\frac{\partial\sqrt{e''}u_r}{\partial q} - \frac{\partial\sqrt{e'}u_q}{\partial r}\right), \quad (12)$$

$$\frac{i\mu\omega}{c}\cdot v_q = \frac{1}{\sqrt{e''}}\frac{\partial u_z}{\partial r} - ipu_r, \quad (13)$$

$$\frac{i\mu\omega}{c}v_r = ipu_q - \frac{1}{\sqrt{e'}}\frac{\partial u_z}{\partial q}. \quad (14)$$

Z rovnic (13) a (14) plyne

$$\begin{aligned} \frac{i\mu\omega}{c}\left(\frac{\partial\sqrt{e''}v_r}{\partial q} - \frac{\partial\sqrt{e'}v_q}{\partial r}\right) &= ip\left(\frac{\partial\sqrt{e''}u_q}{\partial q} + \frac{\partial\sqrt{e'}u_r}{\partial r}\right) - \\ &- \frac{\partial}{\partial q}\sqrt{e''}\frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r}\sqrt{e'}\frac{\partial u_z}{\partial q}. \end{aligned} \quad (15)$$

Z rovnic (10), (11) a (9) dostaneme

$$\frac{\partial\sqrt{e''}u_q}{\partial q} + \frac{\partial\sqrt{e'}u_r}{\partial r} = -ip\sqrt{e'e''}u_z.$$

Tato rovnice a rovnice (15) umožňují z rovnice (9) obdržeti rovnici pro složku  $u_z$  ve tvaru

$$\frac{\partial}{\partial q}\sqrt{\frac{e''}{e'}}\frac{\partial u_z}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial r}\sqrt{\frac{e'}{e''}}\frac{\partial u_z}{\partial r} + \sqrt{e''e'}(k^2 - p^2)u_z = 0, \quad (16)$$

při čemž

$$k^2 = \frac{\varepsilon\omega^2\mu}{c^2} - \frac{4\pi\mu\omega\kappa i}{c^2}. \quad (17)$$

Zcela podobně pro  $v_z$  obdržíme

$$\frac{\partial}{\partial q}\sqrt{\frac{e''}{e'}}\frac{\partial v_z}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial r}\sqrt{\frac{e'}{e''}}\frac{\partial v_z}{\partial r} + \sqrt{e''e'}(k^2 - p^2)v_z = 0. \quad (18)$$

Známe-li  $u_z$  a  $v_z$  určíme ostatní složky takto:

Do rovnice (10) za  $r_z$  dosadíme z rovnice (14), čímž je

$$(k^2 - p^2)u_q = i\left(\frac{\mu\omega}{c\sqrt{e''}}\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{p}{\sqrt{e'}}\frac{\partial u_z}{\partial q}\right). \quad (19)$$

Podobně z rovnic (11) a (13) obdržíme

$$(k^2 - p^2) u_r = i \left( -\frac{\mu\omega}{c\sqrt{e'}} \frac{\partial v_z}{\partial q} + \frac{p}{\sqrt{e''}} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right). \quad (20)$$

Obdobně pro  $v_q$  a  $v_r$  dostaneme rovnice

$$(k^2 - p^2) v_q = \left( -\frac{i\varepsilon\omega}{c} + \frac{4\pi x}{c} \right) \frac{1}{\sqrt{e''}} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{ip}{\sqrt{e'}} \frac{\partial v_z}{\partial q}, \quad (21)$$

$$(k^2 - p^2) v_z = -\left( -\frac{i\varepsilon\omega}{c} + \frac{4\pi x}{c} \right) \frac{1}{\sqrt{e'}} \frac{\partial u_z}{\partial q} + \frac{ip}{\sqrt{e''}} \frac{\partial v_z}{\partial r}. \quad (22)$$

Z toho je patrné, že problém ohybu redukuje se na řešení rovnice (16) resp. (18). Jelikož tvar její až na konstantu, nezávisí na tom, zda vlna dopadá kolmo, či šikmo na válec, je patrné, že také případy (tvar souřadnic) ve kterých lze tuto rovnici řešit, na tom nezávisí.

## Věstník literární.

### Recenze knih.

Dr. Jar. Šafránek: *Elektřina ve službách lékařských*. Sbírká »Duch a svět« čís. 35—36. Nákl. F. Topič v Praze. Cena 3.— K.

Mezi léčebnými methodami uplatňují se v poslední době hojnou měrou metody fysikální, speciálně mnoho se užívá jak v terapii tak v diagnostice elektřiny. A tu je pochopitelné, že mnohý, jenž nějakým způsobem přišel ve styk s lékařem užívajícím ve své praxi elektřiny, hledá poučení o této zajímavé aplikaci elektřiny. S druhé strany není ani pro fysika a elektrotechnika bez zajímavosti vědět, jakým směrem se nese užití elektřiny v medicíně a znáti konstrukci strojů a aparátů, jichž se při tom užívá. O všech těchto otázkách lze najíti dobrého poučení v knize dra Šafránka nadepsané »Elektřina ve službách lékařských,« kde na málo více než 100 stránkách malého formátu jest velmi přístupnou formou pojednáno o všech aplikacích elektřiny v medicíně. Textové výklady jsou doprovázeny množstvím obrázků jak schematických tak zdařilých fotografií aparátů v praxi skutečně užívaných.

V historickém úvodě bude čtenáře zajímati hlavně vylíčen historie objevu Galvaniova a pak citáty ze spisu našeho Diviše, z nichž