Arnošt Dittrich

Poměr geometrického názoru ke geometrii Euklidově. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 49 (1920), No. 2-3, 189--201

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121355

Sestrojme stereografický průmět P_s proměnného bodu P uvažované kružnice a průsečík Q povrchové přímky UP kuželové plochy a tedy tečny kulové plochy s rovinou S (v obr. nárysy). Patrně jest $QP = QS$ (dvě tečny kulové plochy bodem Q) a ježto $\triangle PQS \sim \triangle PUP_s$, jest i $UP_s = UP$. Probíhá-li bod P kružnici k, zůstává délka UP povrchové přímky uvažovaného rotačního kužele stálou, t. j. geometrickým místem bodu P_s jest kružnice opsaná ze středu U poloměrem $= UP$, čímž zákon zachování kružnic dokázán. Průmětem stereografickým kružnice k na jinou rovinu rovnoběžnou ku S jest kružnice, jejímž středem jest stereografický průmět vrcholu U kužele opsaného kulové ploše podél k.

Druhým zákonem stereografického promítání jest zachování úhlů a záleží v tom, že stereografické průměty dvou libovolných tečen v libovolném bodě P kulové plochy sestrojených svírají týž úhel jako tečny v prostoru. Za takové tečny možno na př. v obrazci pokládati tečnu PQ na povrchové přímce pomocné plochy kuželové a tečnu PR kružnice k, R jest její průsečík s rovinou S a V průsečík s rovinou P stereografického průmětu. Jelikož také $RP = RS$ (dvě tečny kulové plochy), jest $\triangle QSR \cong \triangle QPR$ a $\sphericalangle QSR = \sphericalangle QPR$. Stereografický průmět UP_sV úhlu QPR jest rovný úhlu QSR, jak plyne z průseku trojhranu o vrcholu P oběma rovnoběžnými rovinami, a tedy též úhlu QPR, čímž podán důkaz zákona zachování úhlů.

Poměr geometrického názoru ke geometrii Euklidově.

Předneseno v Jednotě Č. M. a F. 4. XII. 1915 od prof. **Dr. A. Dittricha** z Třeboně.

(Dokončení.)

Jak daleko klademe hvězdy. Naleznu si dvě známé hvězdy na nebi a odhadnu si jejich vzdálenost v metrech. Pak si je naleznu na hvězdném globu a kružidlem zjistím jejich vzdálenost ve stupních. Známe-li týž oblouk v metrech a stupních, lze vypočítati jeho poloměr. Sterneckovi jeví se hvězdy ve vzdálenosti $12 \cdot 2\,m$, když jsou v zenitu, ale dvakrát dál, jsou-li na obzoru.

Proto zdá se nám souhvězdí velikého vozu tak veliké, zaujímá-li polohu obzoru nejbližší, ale jest nápadně málé, prostírá-li se kol zenitu. Toho použil zručně prof. Nušl ve svých „dvanácti mapkách oblohy“, aby nutnou deformaci koule při zenitové projekci učinil užitečnou pro poznávání souhvězdí dle jich relativní velikosti.

Jak se stanoví vzdálenost mračen. Sextantem změříme v mračnech zvolený oblouk v míře úhlové. Pak jej odhadneme v metrech a počítáme vzdálenost. Sterneck shledává mračna kol zenitu ve vzdálenosti 12·2 *m*, ale 109·4 *m* daleko na obzoru.

Nejtěžší a proto nejzajímavější jest stanovení vzdálenosti modrého denního nebe, poněvadž na něm není nic, oč bychom se opírali. Ale i tento úkol jest již dávno rozřešen důvtipnou methodou*). V žákovském praktiku provádíme měření to následujícím způsobem. Vezmeme svíčku a zjistíme jak dlouhý má plamen. Dejme tomu, že měří 5 *cm*. Pak umístím své oko ve vzdálenosti jednoho *m* od plamene tak, aby se mi plamen promítal na černé pozadí. Zadívám se naň strnule. Když předpokládám, že sítnice jest světlem unavená, jdu k oknu a zadívám se na modré nebe. Tam objeví se veliký tmavý plamen jako obraz kontrastový. Měří asi 150 *cm*. To jest ale 30 krát víc než skutečná délka plamene. Vidím tedy modré nebe ve vzdálenosti as 30 metrů.

Neukazují nám tedy oči naše svět v prostoru Euklidově, ale ukazují nám dle Sternecka prostor, jenž z něho vznikne transformací

$$r' = \frac{c\,r}{c + r}.$$

V této projektivní transformaci distance od našeho těla značí r' zdánlivou vzdálenost stanovenou odhadmo pomocí očí, r pak skutečnou vzdálenost, zjednanou objektivními methodami zeměměřičskými, pomocí tuhých měřítek a světelných paprsků. Konstanta

$$c = \lim_{r=\infty} r' = \lim_{r=\infty} \frac{c}{\frac{c}{r} + 1}$$

*) Pochází od Plateau-a. Mach. Erkenntnis und Irrtum. Vyd. II. 1916 str 338.

je největší zdánlivá vzdálenost, jež se vyskytuje. Velikost této konstanty závisí na směru, v němž se díváme a na jiných okolnostech, jako osvětlení, hojnost stínů, množství předmětů směrem k obzoru a p.

Když vzorec Sterneckův nejdříve logarithmujeme a pak derivujeme, pokládajíce c za konstantu, dostaneme

$$\frac{d\,r'}{r'} = \frac{d\,r}{r} - \frac{d\,r}{c+r} = \frac{c\,d\,r}{r(c+r)}$$

z čeho

$$\frac{d\,r'}{r'^2} = \frac{d\,r}{r^2}$$

a dále

$$\frac{d\,r'}{d\,r} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2.$$

Jeli r trochu větší, blíží se r' konstantě c, tak že zlomek $r' : r$ stane se velmi malým. Čtverec tohoto zlomku jest pak teprve maličký tak, že korespondující změny $d\,r' : d\,r$ mají poměr velmi nepatrný. Může se tedy předmět skutečný oddáliti značně, ale viděný vzdálí se jen nepatrně. Odtud jest, že svět viděný má charakter panoramatu. Ve svém nejbližším okolí vidíme věci plasticky. Ale reliefu jim s dálkou rychle ubývá, a vše vzdálenější jest jakoby namalováno na plochu náš subjektivní prostor uzavírající.*)

Existence panoramat, kde napřed leží předměty skutečné, jež neznatelně přecházejí v obraz jest naopak nejvýmluvnějším dokladem pro neeuklidický charakter subjektivního prostoru, prostoru našeho názoru.

Pokud jsme doma v obvyklém svém okolí, kde velikost předmětu v metrech, vzdálenost lesů v *km* dobře známe, uchází těsnost subjektivního prostoru naší pozornosti. Nejsme si vědomi, že klademe i nejvzdálenější předměty někdy 30, jindy dále, ale nanejvýš asi 120 *m* daleko. Přijdemeli však do ciziny projeví se tu tam neeuklidický charakter našeho názoru v zajímavých optických klamech.

Rok po maturitě dostal jsem se na klášterní a hradní zříceninu Oibín v Sasku. Je v ní posud kostel. Obcházel jsem

*) Viz Mach. Analyse der Empfindungen. Vydání 5. R. 1906. str. 138. čís. 21.

pečlivě udržované cesty. Přijdu k staré zdi, v níž byl otvor snad po okně. Podívám se dolů a stanu překvapen. Výkrojem zdi jako v rámci vidím maličké roztomilé dvéře kostelní, filigránní práci zámečnickou, dole schody, zvonek vedle. Lámu si hlavu o účelu těchto 30-ti *cm* dveří a nespouštím je s očí. Tu — náhle — odskočí celý obraz nazpět a dvéře stanou se as 80 *cm* vysokými. Udiven činím, co dělá každý, když nevěří vlastnímu zraku. Promnu si oči a když se znova zadívám otvorem přistoupiv blíž, vidím zase ve větší dálce obyčejné kostelní dvéře asi 3 *m* vysoké. Pak již jsem ilusi víc vyvolati nemohl a také u jiných, jimž jsem klam ten chtěl ukázati se mi to nepodařilo.

Zde byly okolnosti zvláště příznivé, aby pouhopouhý vjem smyslový stal se zároveň rozumovým úsudkem o tom co vidím. Díval jsem se na dvéře, které jsem ještě nikdy neviděl otvorem ve zdi, jenž mi zakrýval rozčlenění půdy před kostelem. Následkem toho kladl jsem dvéře blízko, což pro zachování úhlových rozměrů vyvolalo ilusi zmenšení.

Vyhlídky na takové pozorování jsou především v cizí krajině a ve věku, jenž nerozumuje tolik, jako my dospělí. Skutečně jest mé jediné další takové pozorování z dětství. Vracel jsem se ku konci prázdnin do Prahy vlakem. Vlak uháněl zářezem. Viděti nebylo než trávu a nad ní modré nebe. Tu snížil se na chvíli trávový okraj a odkryl tmavohnědé pole, na němž rolník dvěma bělouši oral. Tuto skupinu, jež se na chvilku ostře osvětlena zjevila, viděl jsem zcela drobnou, koně as 20 *cm* vysoké.

V Mnichovicích na trati z Prahy do Benešova ptalo se mne 4-leté dítě, k čemu jsou ti maličcí lidé na tamním náměstí. Odpověděl jsem velice věcně: k hraní, neboť jsem porozuměl ihned, že dítě vidí Mnichovice v rozměrech liliputánských.

Uvedl jsem vlastní pozorování, poněvadž se nebudu dovolávati knih, to jest cizích očí, když mohu uvésti, co jsem viděl sám. Ale vše to jest dávno známo. Více podobných pozorování nalezneme v poznatkoslovných spisech Machových. Mach také v dětství vídal z vlaku vzdálené pahrbky, budovy a lidi jako malé blízké modely, jako roztomilé krajiny liliputánské. V cizí krajině dítě ještě poctivě věří svým očím, jež mu ukazují krajinu, jako obraz panoramatu, blízko na plátně. Odtud jest také, že tu tam děti se zaběhnou, chtějíce se podívati z blízka na vycházející úplněk, na duhu, neb chtějíce si doskočiti pro hvězdičku. Vždy se jim zdá, jen ještě tenhle vršek nahoru a již těsně nad metlicemi stojí moje hvězdička. A když tam vyběhne jest hvězda zas dál, ale nemnoho, tak kopu dětských kroků a t. d. až jsme v neznámé krajině a dáme se do pláče.

Je-li však prostor smyslového názoru neeuklidický, musí pohyb tuhých těles býti spojen se změnou tvaru neb aspoň velikosti. Takové klamy existují, jen že nám zpravidla ujdou pro přílišnou volnost pohybů. Mach upozorňuje na některé takové úkazy: jedeme-li rychlíkem dívajíce se směrem jízdy, zdá se nám, že telegrafní tyče tloustnou když se přibližují k oknu, kterým se díváme ven. Kvádry vroubící tunel, do něhož vjíždíme, zdánlivě kynou. Smršťují se, když na druhé straně vyjíždíme.

Dle toho měl by se kroužek, jenž se pohybuje od mých očí rovnoběžně s čelem smršťovat. Lze to také zjistiti jednoduchým pokusem třeba že nepřímo. Souhrn všeh poloh kroužku naplňuje plochu válcovou. Smršťuje-li se kroužek musil by se válec k obočí přiložený zdáti dvojkuželem. O tom se může pomocí válcovité hůlky každý snadno přesvědčiti, kdo se umí dívati indirektně, kdo dovede upnouti pozornost svou také na partie sítnice vně žluté skvrny. Jiný takový zjev pozorujeme když se díváme do válcovité sklenice asi 20 *cm* široké*). Tu se sklenice zdá kuželovitou, směrem k obličeji nálevkovitě rozšířenou. Z toho lze vyvoditi názorovou větu: přibližuje-li se kruh k našemu obličeji tak, že rovina jeho jest s obličejem rovnoběžná, roste jeho poloměr.

Námitky, jež se vůči hlubším studiím geometrickým činí ve jménu názoru jsou tedy nicotné. Názor ukazuje nám svět spíše v rámci geometrie Lobačevského, ač geometrií přírody jest Euklidova, aspoň s velmi slušným přiblížením. Proto selhaly snahy opříti vědeckou geometrii o názor. Názor náš

*) Pokus s hůlkou i sklenicí je od Macha.

dal by se spíše použíti při studiu geometrie Lobačevského arci jen, kdybychom se mu mohli poddati tak naivně jako dět v neznámé krajině.

Nepochybně jest geometrie Euklidova aspoň v malých oblastech jako soustava planetární skutečně geometrií přírody. Jde nyní o to, jak omluviti neeuklidický názor našich očí — řeknu zkrátka — v Euklidovské přírodě. Příčiny jsou zajisté v anatomické stavbě našeho očního aparátu, jenž konvergenci očních os k bodu několik dekametrů vzdálenému nerozezná od menší konvergence. Důkaz toho podává Helmholzův telestereoskop, jehož probírání ve škole co nejvřeleji doporučuju. Nejlépe je vyložiti tuto kombinaci 4 zrcadel při vyučování trigonometrie. V telestereoskopu stanou se liliputánské krajiny každému viditelné i tomu, kdo se již k dětské naivnosti a direktnosti názoru povznésti nemůže.

Jest zvláštností správných myšlenek, že se osvědčují i mimo okruh zjevů, pro něž byly založeny: Doflein, přírodopisec, jenž nedávno zcestoval daleký východ, zmiňuje se o miniaturních zahrádkách, jež nalezneme skoro u každého japonského domu. Praví pak o nich asi takto: V zámcích a klášterech bývají veliké rybníky s ostrovy mosty a pavilony, jež se v hladině zrcadlí. Kolem jsou skupiny stromů, půvabná návrší, záhony květin. V této umělé, s rafinovanou obezřelostí založené romantice neschází skoro nikdy šumný vodopád. Takovou krásnou krajinu, předstírající přirozenost, volí si pravý, literárně vzdělaný, Japonec za své okolí, chce-li se v úplňkové noci oddati kouzlu domácí přírody.

Nemajetní zjednávají si k stejnému cíli levnou náhradu v malých rozměrech. V rybníčku zrcadlí se kosatec, na mělčině stojí bronzový jeřáb; zlaté rybky pohádkových forem naplňují hlubiny liliputánského rybníka. Omšený tuf tvoří pahrbky, mezi nimiž proplétá se žilka vodní, jež příležitostně vrhá se v kaskádách do hlubiny několika decimetrů. Aby pak jednotnost nálady nebyla rušena nepoměrem rostlin k maličké krajině, vypěstili Japonci methody, jimiž dosahují zakrnění obvyklých zahradních stromů ve formy liliputánské.

K těmto dojista správným slovům Dofleinovým bych připojil mínění o tom, jak Japonci na ideu liliputánské zahrádky přišli. Chudí vídali zajisté nádheru umělých pustin jen z dálky, pod malým zorným úhlem. Přišli pak na to, že tuto skromnou radost mohou si zjednati také doma, založili si zahrádku zmenšenou. Dle toho byly by liliputánské zahrádky Japonců praktickým použitím lidského názoru ve směru opačném. Ze vzdálenosti 10 *m* pozorována mohla by opravdu vzbuditi ilusi vzdáleného pohledu na park. Netvrdím, že dnešní Japonci jsou si toho ještě vědomi, ale jest možno, že idea liliputánské zahrady má takový původ. Dojem, že taková zahrada jest vzdáleným parkem, může arci vzniknouti jen z konfliktu mezi názorem očí a pevnou vírou rozumu v Euklidovu geometrii.

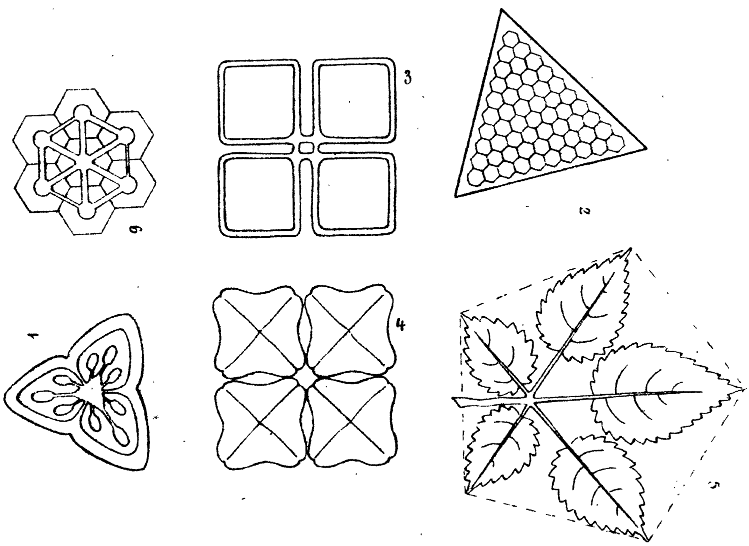
K té však názor náš vůbec nevede. Vždyť prostor subjektivního názoru jest velmi složitý, neskonale složitější, než Euklidův. Ani isotropický není. Chová se jako vnitřek trojosého krystalu. Má tři vyznamenané směry na sobě kolmé různé váhy: směr zdola nahoru, od leva k pravé a od zadu v před. O tom řekl jsem již něco více na své přednášce sjezdové: O principu relativnosti, jež byla uveřejněna v Živě. Tam odkazuji.

Vidíme tedy, že proti názoru smyslů rozhoduje se rozum náš pro Euklidovu geometrii, ba činí to tak určitě, že mnohým lidem ani myšlenka na jiné možnosti geometrické nepřijde.

Rád uznávám, že značným tlakem vnucuje nám příroda Euklidovu geometrii. Pocítil jsem jej znovu mocně prohlížeje obrázky Emchova článku o podstatě formy v přírodě.*) Všechny figury školního vyučování a ještě mnohem složitější lze doložiti příklady z přírodopisu. Nemluvím o krystalech jako zjevu příliš známém. Zajímavější jsou geometrické figury na organismech. Trojúhelník na př. objeví se v průřezu na plodu ocúnu; obr 1. je pravidelný, opatřený výškami. Také pravidelný trojúhelník objevuje se na křemičité řase, Triceratum favum. obr. 2. Čtverec ukáže Tetrapedia emarginata obr. 3. a T. gothica obr. 4. z třídy modrozelených řas. Ukazují symmetrály stran a úhlopříčky. Také u křížokvětých uplatňuje se myšlenka čtverce. Pětiúhelník pravidelný s jednou symmetrálou a dvěma uhlopříčnami v ní se protínajícími jest základem listu malinového, obr. 5.

*) Časopis Kosmos r. 1915.

Také květy malého zvonku Campanula rotundifolia a slezu okrouhlolistého Malva rotundifolia náleží sem. Šestiúhelník ukazuje Volvox aureus, váleč zlatý, obr 6. Mnohoúhelník pravidelný vyskytuje se velice často. Příkladem budiž čekanka, Cichorius intibus. Kruhem jest obrys listu vodní rostliny Viktoria regia. Také šroubovice, jež jest kruhu blízká objevuje se v orgánech, jimiž se popínavé rostliny chytají.



Mohlo by se namítnouti, že trojúhelník jest také pojmem projektivní geometrie neb analysis situs. Proč se nedovolávám křemičité řasy Triceratum favum, že pravou geometrií přírody jest projektivná neb analysis situs? Protože figury, jež z vyobrazení Tricerati favi vzniknou projektivnou transformací, na příklad pruh přeťatý příčkou se v přírodě nevyskytují. Nejvýše se naleznou nepatrné variace ve velikosti, jež Euklidova geometrie, jejíž věty zachycují vlastnosti na absolutní velikosti nezávislé, připouští. Také analysis situs jest vyloučená, poněvadž by pak přírodopisci jménem Triceratum favum označovali i takové řasy, jež vypadají jako spojitá deformace naší figury. Obrázky ty by vznikly, kdybychom obrazec hořejší přenesli na pružnou blánu a podrobili ji libovolné deformaci.

Někdy vzniká zdání, že by se mohlo pomýšleti na širší geometrii pro přírodu než jest Euklidova. Drahou planety může býti jakákoliv kuželosečka. Se stanoviska projektivní geometrie existuje jen jediná kuželosečka, nerozeznává se elipsa od hyperboly neb paraboly. Ale přes to nelze astronomii podložiti projektivnou geometrií. Již v dalších zákonech Keplerových vystupují ihned metrické pojmy, jako ohnisko, plocha, průvodič a velká polo-osa. Tím jsme dovedeni zpět ku geometrii Euklidově. — Pokusil jsem se před lety o seminární práci věnovanou významu projektivní geometrie pro vědy přírodní. Ale neodevzdal jsem ji a vůbec jsem ji neukončil. Styděl jsem se odevzdati takovou prázdnou věc. Tehdá myslil jsem naivně, že každá immanentní theorie musí býti samo sebou i na přírodu transientní, což ovšem není.

Vázaností přírody k Euklidově geometrii není arci řečeno, že by tu tam pro nějaký sektor fysiky znalost jiných větví jako projektivika neb analysis situs nebyla užitečnou. Projektivika může nám posloužiti v optice, při studiu deformace pružného tělesa, při interpretaci lineárně lomených výrazů. Ve větě: elektromotorická síla článku nezávisí na deformaci elektrod a nádoby, lze viděti větu z analysis situs, jež také pro chemii, kde leckdy na tvaru nezáleží, by mohla míti význam. V elektrostatice přistupuje k Euklidovskému pošinutí a otočení inverse na kouli jako stejněprávný činitel. Projdeme-li však celou přírodu a všimneme si, co jest jednotlivým sektorovým geometriím společného, nalezneme pouze pošinutí a otočení. Již o zvětšení, třetí Euklidově transformaci to tvrditi nelze. Proto vystupují pojmy jako plocha, obsah, vzdálenost neb úhel nesčetněkrát v zákonech přírody. Vybírám námatkou: kapilární energie jest úměrná povrchu tekutiny. Vztlak tělesa do tekutiny ponořeného jest úměrný jeho obsahu. V Newtonově a v Coulombových zákonech vystupuje vzdálenost, v odrazu a lomu světla uhel.

Že věty fysiky musí býti nedotknutelnými pro pošinutí a otočení zdá se nám tak samozřejmým, že o tom ani nemluvíme. Učiní-li se experimentální objev v městě A. opakují pokus stejnými přístroji fysikové v městech B. a C. Samozřejmým zdá se nám, že to musí vésti k témuž výsledku ač by bylo třeba rotace a translace, aby přístroje v B. zaujaly tutéž polohu jako *dříve* přístroje v A. Obvyklé chování fysiků v takovém případě, kryje se s jejich pevnou vírou v Euklidovou geometrii, arci zúženou vyloučením pojmu zvětšení.

Geometrovi, jenž pěstuje svou vědu jako immanentní pletivo myšlenek je divno, že si má všímati rostlin a mikroorganismů jako přírodních dokumentů pro známé mu figury. Zdá se ostatně, že taková pozorování a srovnávání povedou nás k zajímavým novým otázkám, z nichž jednu aspoň chci vysvětliti.

As před půl stoletím počal Haeckel své studium jednobuněčných radiolarií. Zvláštností jejich jest, že protoplasma jejich vypocuje vápenité a křemičité látky, z nichž si radiolarie staví ochranný krunýř. Forma jeho jest pro jednotlivý druh pevna, od druhu k druhu proměnlivá. Podivuhodná jest krása těchto krunýřů, jež měřívají arci jen zlomek milimetru. Proto vydal Haeckel v letech 1899—1904 své „Kunstformen der Natur", kde přes 1000 takových podivuhodných tvarů publikoval. Mně zajímalo na nich především, že mnohé z nich lze popsati pomocí pojmů Euklidovy geometrie. Tu vidím osmiúhelník pravidelný s dvěma na sobě kolmými osami. Tu dva soustředné kruhy s osovým křížem, osmiboký kužel, kouli se soustavou menších kruhů, kouli rozloženou třemi největšími kruhy na oktanty, úžasné množství rotačních figur, spojení koule se dvěma tetraedry, koule rozdělená v šesti a pětiúhelníky, elipsoid posetý šestiúhelníky na kuželi, koule posetá menšími kruhy na válci.

Haeckel není geometr a mluví proto o figurách těch jinak. Praví: Je tu zbroj ve formě pancířů, přileb, štítů a holének; zbraň ve formě bodců, kopí, šípů a háků. Pak nalézáme půvabné předměty ozdobnické: koruny a diadémy, prsteny a řetězy, řády, kříže a hvězdy atd. v nesmírné rozmanitosti.

Jak podivuhodné perspektivy se nám tu otevírají. Předměty, jež vyrábí náš umělecký průmysl, někdy jen, aby byly krásné, jindy také ještě, aby byly praktické, nalézáme v přírodě na radiolariích. Emch praví, že skoro každý předmět, jejž v domácnosti užíváme, lze doložiti zvířetem: od kávového šálku do visací lampy . . .

Prozatím nelze o celé věci mnoho říci. Platon by k tomu snad řekl: θεὸς ἀεὶ γεωμετρεῖ a jistý starší malíř: Die Natur ist inwendig voll Figur.

V takových výrocích jest poetickou formou vyjádřeno, co jsme dříve řekli o transienci geometrie na přírodu. Mužové ti myslili ovšem jen na geometrii Euklidovu, nebo jiné neznali. Naše filosofická posice je zcela jiná než jejich, poněvadž užíváme slova geometrie v plurále. Tím vzniká právě problém o spolehlivosti Euklidovy geometrie, který pro ně neexistoval, poněvadž o jiných geometrických možnostech nevěděli.

Kdežto tedy starší generace mínila, že fakt názoru stačí k důkazu transience Euklidovy geometrie na přírodu, poněvadž tato jest jedinečná, musíme se my naopak ptáti: jaké as to jsou mohutné důvody, jež vnutí rozumu našemu skalopevnou víru v přírodopisnou váhu Euklidovy geometrie proti smyslovým dojmům našeho názoru, jenž z přírody dělá jen několik dekametrů hluboké ego-centrické panorama. Myslím, že ve zjevu tom máme psychologické dědictví z prastarodávné minulosti člověka, kdy dospělé individuum po způsobu zvířat žilo pro sebe. Myslím, že názorový prostor jest skutečným prostorem přírody pro všechna vyšší zvířata, jež mají takový oční aparát jako my a neorientují se hlavně čichem. Což nestačí, všimne-li si zvíře kořisti neb nepřítele ve vzdálenosti několika dekametrů. Jaký prospěch by mělo z nesmírné hloubky, kterou my prostoru připisujeme. Nevadí také, jestliže zvíře kořist neb nepřítele vzdáleného pokládá za opravdu maličkého. Jen když ví, že přiblížením k jeho tělu stane se velikým. Samotářsky žijící individuum vystačí s touto myšlenkou, jež pro naše myšlení o Euklidovu geometrii opřené, jest nesprávnou. Či nestačí samotářsky žijícímu grizzlymu následující „geometrická“ věta o člověku: pokud jest malinký, prchej před ním, je-li ale veliký, bojuj s ním zuřivě.

Hlubší příčina, proč jedinec samotář vyjde s ego-centrickým subjektivním prostorem, jest v tom, že jest jedno-jednoznačným obrazem skutečnosti. Obtíže vznikají teprve u člověka, jenž žije ve společnosti a dorozumívá se s jinými sobě rovnými. Dokud jest Robinson sám, mohl by si mysliti, že co se od něho vzdaluje opravdu se zmenšuje. Ale kdyby to applikoval na vzdalujícího se Pátka, vznikla by rozepře: Pátek by tvrdil, že je pořád stejně veliký a že naopak ručiti může, že Robinson se zmenšoval; vždyť to viděl na vlastní oči.

Podobným způsobem, jen ve formě příkladu jiným, dospívá Mach k názoru, že člověk kdysi se odhodlal k tomu, aby tělesům tuhým připsal trvanlivost, substanci. Proti názoru očí rozhodl se rozum pro to, že tuhé těleso odnesením a otočením velikost svou nemění. Byla volba — buď podržeti ego-centrickou geometrii názoru a být s druhy ve stálých rozepřích o interpretaci přírody, nebo rozhodnouti se pro homogenní prostor, jenž nemá vyznamenaného středu. *Ζῷον πολιτικὸν* rozhodlo se, lépe řečeno, hnáno bylo tlakem okolností k poslednějšímu, obětovalo archaistické dědictví obratlovců *názor* a vybudovalo si myšlenkové novum ideu přírody rozprostřené v Euklidově prostoru.

Názor je nám arci vrozen, je majetkem, jenž pomalu se vykrystalisoval u typu obratlovce. Ale geometrii názoru nemůžeme my lidé žít. Proto již v dětství, v době rozumového svítání, přecházíme ke geometrii Euklidově, opakujíce proces, který v dávné minulosti nastal pro lidstvo jako celek.

Čítám tedy Euklidovu geometrii k projevům společenské činnosti člověka. Čítám ji k zjevům, jež zahrnuje pojem „Völkergedanke" pocházející od ethnografa Bastiana. Slovem tím míní se, že člověk primitivní kdekoliv na zemi v myšlení svém dospěje k těmže základním představám. Tak dospěli na př. všichni kultury schopní kmenové k těmže primitivním začátkům chronologie.*)

Náleží-li Euklidova geometrie k společnému matečnému louhu, z něhož se myšlenky člověka krystalují, chápeme velikou její autoritu.**) Proto stačí také místo skutečných experimentů geometrických experimenty myšlenkové! Již dítě a divoch má tak velikou znalost přírody, že výsledek geometrického pokusu může s určitostí předpověděti i když ho nedělal.

Doklady, že primitivové instinktivně znají Euklidovu geometrii, nalezl jsem, aniž bych je byl hledal. V páté třídě visívá v našem gymnasiu „Nástěnná tabule pravěkých a předvěkých památek z říše Rakousko-Uherské."***) Byl jsem překvapen množstvím neuvědomělé Euklidovy geometrie, jež těmito památkami

---

*) F. K. Ginzel. Chronologie. Svazek I. 1906. str. 61. Tamtéž citát A. Bastianovy definice.

**) O této autoritě Mach »Die ökonomische Natur der physikalischen Forschung.« V »Populär-wiss. Vorles.« Vydání 3. R. 1903. str. 219.

***) Z rozkazu rakouského ministerstva kultu vydáno svého času od centrální komise pro památky umělecké a historické.

prosvítá. Kolikrát se na ornamentech vyskytují kroužky, rovnoběžky, kolmice, obdélníky, shodnosti v opakovaném motivu ornamentu atd. Figury Euklidovy geometrie byly tedy známy neskonale dřív, než se tato nauka stala vědomým rozumovým majetkem člověka. Proto nemohla prvním náběhem vzniknouti jiná geometrie než právě Euklidova.

Chápeme za těchto okolností velikou autoritu Euklidovy geometrie. Ale tato není absolutní. Kdo v transienci Euklidovy geometrie na přírodu slepě věří, ten spoléhá na autoritu malých dětí a divochů! — Myslím, že naši dnešní odborníci mají aspoň tolik práva, aby byli vyslechnuti, jako naši předkové z doby kamenné. Když jsou ethnografické kořeny Euklidovy geometrie odhaleny, když víme, že autorita její opírá se o skrovné zkušenosti, na něž stačí intelekt vychovávaného dítěte, neb divocha společensky žijícího, nebudeme zajisté pohrdati snahami o důkladné ověření Euklidovy geometrie na základě astronomickém, po případě o vyšetření hranic pro její platnost.

Shrnuji stručně: Subjektivní, ego-centrický prostor názoru jest psychologické archaikum z doby, kdy člověk byl samotářské zvíře. Život ve společnosti převedl jej k instinktivní víře v Euklidovu geometrii. Spolehlivost její není větší než rozsah zkušenosti divocha nebo dítěte. Náš svět pomocí astronomie prostorově a pomocí geologie časově nesmírně vzrostl. Není samozřejmo, že Euklidova geometrie osvědčí se také v našem světě prostorově i časově rozlehlejším. Otázkou touto hodlám se zabývati v přednášce budoucí.

Chronometr a signalisace normálního času.

Otto Seydl, Č. Budějovice.

Každé astronomické měření je funkcí okamžiku, v němž bylo provedeno, neboť posice nebeského tělesa se neustále relativně mění; proto stanovení okamžiku pozorování je důležitou úlohou praktické astronomie. Důležitost tato zvyšuje se však ještě v astronomii nautické (plavecké), kde na výsledku pozoro-