Václav Hübner

Drobnosti mathematické

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 43 (1914), No. 2, 233--246

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121399

nale lichoběžník stanoven, poněvadž mezi těmi prvky existuje závislost ve tvaru úměry:

$$d : b = \sin \beta : \sin \alpha.$$

Podobně u tětivového čtyřúhelníku formule (3) vede k výsledku $\frac{0}{0}$ a sice z toho důvodu, že dvěma úhlopříčnami u, v a dvěma sousedními vnitřními úhly α, β není tento dokonale stanoven. Mezi uvedenými prvky existuje totiž vztah:

$$u : v = \sin \beta : \sin \alpha.$$

Rovnice (4) a (5) mají značnou důležitost pro řešení různoběžníku, dány-li délky obou úhlopříčen a vnitřní úhly.

Obě rovnice obsahují pouze dvě neznámé strany a, c a jsou tvaru kanonického a 2. stupně. Známým způsobem vede ta úloha na kvadratickou rovnici vzhledem k proměnné

$$t = \frac{a}{c},$$

načež odmocňováním, dělením a násobením se určí strany a, c.

Rovnice ty vedou k poznatku, že uvedená dříve úloha jest početně a konstruktivně řešitelná. Zajímavé konstruktivní řešení najde čtenář ve spisu: Alexandroff-Aitoff, Problèmes de géométrie élémentaire etc. Paříž 1899. Préface du traducteur p. VIII. Tamtéž překladatel praví, že řešení algebraické jest složité. Jest zajímavo, zda řešení to bylo již někde uveřejněno.

Formule (1) a (2) dají se jednoduše geometrickým názorem odvoditi. Dá se to provésti s formulí (3) rovněž tak? Byla ta formule již uveřejněna?

Drobnosti mathematické.

Podává škol. rada **Václav Hübner**, Král. Vinohrady.

I. Řešení rovnice

$$x^2 + y^2 = z^2$$

racionálními čísly celými lze převésti na řešení trojúhelníku pravoúhlého, aby jeho všechny strany vyhovovaly dané podmínce. Vyšetřování těchto čísel zakládá se na této úvaze: Je-li $tg \frac{\beta}{2}$ číslo racionální, jest $\sin \beta$ a $\cos \beta$ vždy racionální.

Položíme-li

$$tg\frac{\beta}{2}=\frac{m}{n},$$

jest

$$sin\,\beta=\frac{2mn}{m^2+n^2}$$

a

$$cos\,\beta=\frac{n^2-m^2}{m^2+n^2}.$$

Ježto

$$\beta<90^0,\quad \frac{\beta}{2}<45^0,$$

tudíž

$$tg\frac{\beta}{2}<1 \quad \text{a} \quad n>m.$$

Položíme-li přeponu $\triangle$ pravoúhlého $z=m^2+n^2$, jsou odvěsny:

$$x=z\,sin\,\beta=2mn \quad \text{a} \quad y=z\,cos\,\beta=n^2-m^2.$$

Vyhovují tudíž rovnici

$$x^2+y^2=z^2$$

čísla celá:

$$x=2mn,\quad y=n^2-m^2,\quad z=m^2+n^2.$$

Klademe li

$$m=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\ldots,$$
$$n=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\ldots,$$

vyhovíme dané podmínce.

II. Je-li r poloměr opsané kružnice a ϱ poloměr vepsané kružnice danému trojúhelníku ABC, jest, jak známo

$$r=\frac{c}{2\,sin\,\gamma},$$

$$c=\varrho\left(cotg\frac{\alpha}{2}+cotg\frac{\beta}{2}\right)=\varrho\,\frac{sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{sin\frac{\alpha}{2}\,sin\frac{\beta}{2}}=\varrho\,\frac{cos\frac{\gamma}{2}}{sin\frac{\alpha}{2}\,sin\frac{\beta}{2}}$$

a

$$\varrho=\frac{c\,sin\frac{\alpha}{2}\,sin\frac{\beta}{2}}{cos\frac{\gamma}{2}},$$

tudíž

$$\frac{\varrho}{r} = \frac{4c \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2} \cos\frac{\gamma}{2}}{c \cos\frac{\gamma}{2}} = 4 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2}.$$

Ježto

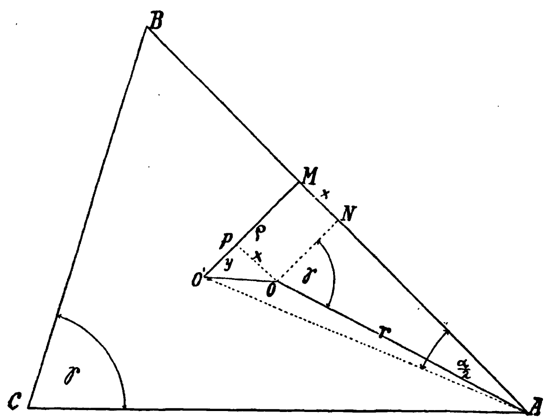
$$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1 + 4 \sin\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\beta}{2} \sin\frac{\gamma}{2},$$

jest též

$$\frac{\varrho}{r} = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma - 1$$

a

$$\frac{\varrho + r}{r} = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma.$$



Obr. 1.

Je-li d vzdálenost obou středů kružnic (O opsané, O' vepsané),

$$O'M \perp AB, \; ON \perp AB,$$

jest, jak z obrazce vidno:

$$d^2 = x^2 + y^2, \quad x = \overline{AM} - \overline{AN} = \varrho \operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} - r \sin\gamma$$

$$y = \overline{O'P} = \overline{O'M} - \overline{ON} = \varrho - r\cos\gamma.$$

Tudíž

$$d^2 = \varrho^2\left(1 + cotg^2 \frac{\alpha}{2}\right) + r^2 - 2r\varrho\left(\cos\gamma + cotg\frac{\alpha}{2}\sin\gamma\right)$$

$$= \frac{\varrho^2}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} + r^2 - 2r\varrho\,\frac{\sin\left(\gamma + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Ježto

$$\gamma + \frac{\alpha}{2} = 90^0 - \frac{\beta - \gamma}{2},$$

pročež

$$d^2 = \frac{\varrho^2}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} + r^2 - 2r\varrho\,\frac{\cos\frac{\beta-\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Ale

$$\cos\frac{\beta-\gamma}{2} = \cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$$

a

$$\frac{\alpha}{2} = 90 - \frac{\beta+\gamma}{2},\quad \sin\frac{\alpha}{2} = \cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} - \sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2},$$

čili

$$\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} = \sin\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$$

a

$$\cos\frac{\beta-\gamma}{2} = \sin\frac{\alpha}{2} + 2\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}.$$

Tudíž

$$d^2 = \frac{\varrho^2}{\sin^2\frac{\alpha}{2}} + r^2 - 2r\varrho - \frac{4r\varrho\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

a ježto

$$\frac{\varrho}{r} = 4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2},$$

jest

$$\frac{4r\varrho \sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\varrho^2}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

a

$$d^2 = r^2 - 2r\varrho \quad \text{t. j.} \quad r : d = d : (r - 2\varrho).$$

III. Známo, že

$$\varDelta = \frac{bc}{2}\sin\alpha$$

a

$$2s : a = (\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma) : \sin\alpha,$$

pročež

$$a = \frac{2s\sin\alpha}{4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}} = \frac{s\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}};$$

obdobně

$$b = \frac{s\sin\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}, \quad c = \frac{s\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}},$$

tudíž

$$\varDelta = \frac{s^2\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}} \cdot \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$= s^2 \cdot tg\frac{\alpha}{2}\, tg\frac{\beta}{2}\, tg\frac{\gamma}{2}$$

a

$$s = \sqrt{\varDelta\, cotg\frac{\alpha}{2}\, cotg\frac{\beta}{2}\, cotg\frac{\gamma}{2}}.$$

Dále jest

$$\varDelta = \frac{c^2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin(\alpha+\beta)} = \frac{c^2}{2\,(cotg\,\alpha + cotg\,\beta)},$$

z čehož

$$c^2 = 2\varDelta\,(cotg\,\alpha + cotg\,\beta)$$

a podobně

$$b^2 = 2\Delta\,(cotg\,\alpha + cotg\,\gamma),$$
$$a^2 = 2\Delta\,(cotg\,\beta + cotg\,\gamma).$$

Jest tedy

$$a^2 + b^2 + c^2 = 4\Delta\,(cotg\,\alpha + cotg\,\beta + cotg\,\gamma)$$

a
$$\Delta = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\,(cotg\,\alpha + cotg\,\beta + cotg\,\gamma)}.$$

Srovnáme-li oba výsledky, obdržíme

$$s^2\,tg\,\frac{\alpha}{2}\,tg\,\frac{\beta}{2}\,tg\,\frac{\gamma}{2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\,(cotg\,\alpha + cotg\,\beta + cotg\,\gamma)},$$

čili

$$\frac{(a + b + c)^2}{4}\,tg\,\frac{\alpha}{2}\,tg\,\frac{\beta}{2}\,tg\,\frac{\gamma}{2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\,(cotg\,\alpha + cotg\,\beta + cotg\,\gamma)}$$

a
$$\frac{(a + b + c)^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{cotg\,\frac{\alpha}{2}\,cotg\,\frac{\beta}{2}\,cotg\,\frac{\gamma}{2}}{cotg\,\alpha + cotg\,\beta + cotg\,\gamma}.$$

IV. *a*) Rovnici

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,cos\,\alpha$$

lze upraviti k logarithmickému počítání:

1. Jest též

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc - 2bc\,(1 + cos\,\alpha)$$
$$= (b + c)^2 - 4bc\,cos^2\,\frac{\alpha}{2}.$$

Položíme-li

$$4bc\,cos^2\,\frac{\alpha}{2} = m^2,$$

pak

$$a^2 = (b + c)^2 - m^2,$$

čili

$$a = \sqrt{(b + c + m)\,(b + c - m)}.$$

2. $$a^2 = (b + c)^2 - (b + c)^2\,sin^2\,\varphi,$$

při čemž

$$\frac{4bc\,cos^2\,\frac{\alpha}{2}}{(b + c)^2} = sin^2\,\varphi$$

a tudíž

$$a = (b + c)\,cos\,\varphi.$$

3. Danou rovnici lze též psáti:

$$a^2 = b^2\left(\cos^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\right) + c^2\left(\cos^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$- 2bc\left(\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\right),$$

t. j.

$$a^2 = (b + c)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + (b - c)^2 \cos^2\frac{\alpha}{2}.$$

Strana a jest přeponou trojúhelníka pravoúhlého, jehož odvěsny jsou

$$(b + c) \sin\frac{\alpha}{2}, \ (b - c) \cos\frac{\alpha}{2}.$$

Dále jest

$$a = (b + c) \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{b - c}{b + c}\right)^2 \operatorname{cotg}^2\frac{\alpha}{2}},$$

$$a = \frac{(b + c) \sin\frac{\alpha}{2},}{\cos\varphi},$$

je-li

$$\frac{b - c}{b + c} \operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}\varphi.$$

b) Rovnici

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

lze psáti

$$= \cos b \cos c + \sin b \sin c \left(1 - 2 \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$= \cos b \cos c + \sin b \sin c - 2 \sin b \sin c \sin^2\frac{\alpha}{2},$$

čili

$$\cos a = \cos (b - c) - 2 \sin b \sin c \sin^2\frac{\alpha}{2}.$$

Ježto

$$\cos a = 1 - 2 \sin^2\frac{a}{2}, \ \cos (b - c) = 1 - 2 \sin^2\frac{b - c}{2},$$

jest

$$\sin^2 \frac{a}{2} = \sin^2 \frac{b-c}{2} + \sin b \sin c \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$= \sin^2 \frac{b-c}{2} \left(1 + \frac{\sin b \sin c \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{b-c}{2}}\right);$$

položíme-li

$$\frac{\sin b \sin c \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{b-c}{2}} = tg^2 \varphi,$$

obdržíme

$$\sin \frac{a}{2} = \frac{\sin \frac{b-c}{2}}{\cos \varphi}.$$

Jiná transformace byla by:

Položme

$$\cos a = 2 \cos^2 \frac{a}{2} - 1, \quad \cos (b-c) = 2 \cos^2 \frac{b-c}{2} - 1,$$

pak jest

$$\cos^2 \frac{a}{2} = \cos^2 \frac{b-c}{2} \left(1 - \frac{\sin b \sin c \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{b-c}{2}}\right);$$

dosadíme-li za

$$\frac{\sin b \sin c \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{b-c}{2}} = \sin^2 q,$$

vyvodíme

$$\cos \frac{a}{2} = \cos \frac{b-c}{2} \cos \varphi.$$

Výpočet strany a pochází od Mollweida.

Položíme-li

$$\sin b \sin c \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \sin^2 \psi,$$

jest

$$2\,\sin^2\frac{a}{2}=1-\cos a=1-(\sin b\sin c\cos\alpha+\cos b\cos c)$$

$$=1-\sin b\sin c\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)-\cos b\cos c$$

$$=1-\sin b\sin c\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sin b\sin c\left(1-\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)-\cos b\cos c$$

$$=1+\sin b\sin c-2\sin b\sin c\cos^2\frac{\alpha}{2}-\cos b\cos c,$$

čili

$$2\,\sin^2\frac{a}{2}=1-2\sin^2\psi-\cos(b+c)=\cos 2\psi-\cos(b+c)$$

$$=2\sin\left(\frac{b+c}{2}+\psi\right)\sin\left(\frac{b+c}{2}-\psi\right),$$

z čehož

$$\sin\frac{a}{2}=\sqrt{\sin\left(\frac{b+c}{2}+\psi\right)\sin\left(\frac{b+c}{2}-\psi\right)}.$$

Položíme-li ale

$$\sin b\sin c\sin^2\frac{\alpha}{2}=\sin\chi,$$

pak

$$\cos\frac{a}{2}=\sqrt{\cos\left(\frac{b-c}{2}+\chi\right)\cos\left(\frac{b-c}{2}-\chi\right)}.$$

V. Aby rovina ϱ protala rotační kužel o výšce v a poloměru r v hyperbole, jejíž asymptoty svírají spolu daný úhel φ, musí rovina vrcholová $\sigma \parallel \varrho$ protínati kužel v trojúhelníku rovnoramenném, při jehož vrcholu jest úhel φ. (Asymptoty jsou $\parallel$ s rameny trojúhelníku rovnoramenného.)

Je-li strana kužele s, jest výška tohoto $\triangle$ rovnoramenného

$$v'=s\cos\frac{\varphi}{2},$$

stopa p^ϱ roviny ϱ se základnou má od středu základny vzdálenost

$$d=\sqrt{v'^2-v^2}=\sqrt{s^2\cos^2\frac{\varphi}{2}-(s^2-r^2)}$$

$$=\sqrt{r^2-s^2\sin^2\frac{\varphi}{2}};$$

patrno, že

$$r > s \sin\frac{\varphi}{2},$$

čili

$$\frac{r}{s} > \sin\frac{\varphi}{2}.$$

Je-li α úhel, který svírají strany kužele se základnou, jest též

$$\frac{r}{s} = \cos\alpha$$

a tudíž

$$\cos\alpha > \sin\frac{\varphi}{2},$$

t. j.

$$\alpha < \frac{\varphi}{2}.$$

Má-li býti průsek hyperbola rovnoosá, jest $\varphi = 90^0$, pročež $\alpha < 45^0$, t. j. $v < r$.

Je-li $\varphi = 60^0$, jest $\alpha < 30^0$, t. j. $\frac{v}{s} < \frac{1}{2}$.

VI. Přímka pohybuje se tak, že s danými dvěma přímkami, v úhlu α se protínajícími, tvoří trojúhelník konstantní plochy m^2; která jest obalová čára pohybující se přímky?

Ramena daného úhlu α buďtež osami souřadnými.

Označíme-li příslušné úseky pohybující se přímky s osami a, b, jest rovnice této přímky

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Plocha trojúhelníku třemi přímkami uzavřeného

$$\triangle = \frac{ab}{2} \sin\alpha = m^2,$$

z čehož

$$b = \frac{2m^2}{a \sin\alpha}$$

a tudíž

$$\frac{x}{a} + \frac{ay \sin\alpha}{2m^2} = 1,$$

čili

$$a^2 y \sin\alpha = 2m^2 (a - x). \tag{1}$$

Soumezná poloha pohybující se přímky dána rovnicí

$$(a + \triangle a)^2\, y \sin\alpha = 2m^2\,(a + \triangle a - x),$$

což provedeno dá

$$(a^2 + 2a\triangle a + \triangle a^2)\, y \sin\alpha = 2m^2\,(a + \triangle a - x)$$

a po úpravě

$$2ay \sin\alpha + \triangle ay \sin\alpha = 2m^2$$

a při

$$\triangle a = 0$$

jest

$$ay \sin\alpha = m^2,$$

z čehož

$$a = \frac{m^2}{y \sin\alpha}.$$

Dosadíme-li tuto hodnotu dle rovnice (1), obdržíme po náležité úpravě:

$$xy = \frac{m^2}{2 \sin\alpha},$$

rovnici hyperboly, jejíž asymptoty jsou ramena daného úhlu α. Obsah trojúhelníka omezeného asymptotami a tečnou hyperboly jest veličina stálá.

Směrnici tečny obdržíme z rovnice

$$(x + \triangle x)(y + \triangle y) = \frac{m^2}{2 \sin\alpha},$$

čili

$$xy + y\triangle x + x\triangle y + \triangle x\triangle y = \frac{m^2}{2 \sin\alpha}$$

a

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}.$$

Rovnice tečny, která má bod dotyčný (x_1, y_1), jest

$$y - y_1 = -\frac{y_1}{x_1}(x - x_1),$$

nebo

$$\frac{x}{2x_1} + \frac{y}{2y_1} = 1.$$

Je-li tedy (x_1, y_1) bod dotyčný na pohybující se přímce, jest její rovnice

$$\frac{x}{2x_1} + \frac{y}{2y_1} = 1$$

a průsečík její s osou x má $x = 2x_1$; tím snadno lze bod dotyčný na pohybující se přímce vyšetřiti a hyperbolu sestrojiti z obou asymptot a z jednoho jejího bodu.

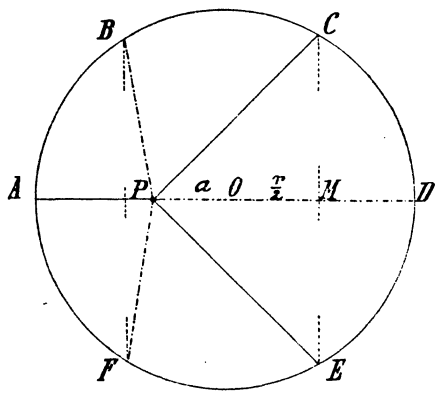
VII. Sestrojování činitelů binomu $r^n - a^n$ a $r^n + a^n$ za pomoci kružnice.

Kružnici o poloměru r rozdělme na $2n$ stejných dílů. Z bodu P na některém poloměru (vně nebo uvnitř), jehož vzdálenost od středu O jest a, veďme spojnice k dělicím bodům na kružnici, pak jest

$$\overline{PA} \,.\, \overline{PC} \,.\, \overline{PE} \ldots = r^n - a^n$$

a

$$\overline{PB} \,.\, \overline{PD} \,.\, \overline{PF} \ldots = r^n + a^n.$$



Obr. 2.

Rozdělíme-li na př. kružnici na 6 stejných dílů, jest
$\overline{PA} \,.\, \overline{PC} \,.\, \overline{PE} = (r - a)\, \overline{PC}^2$, $(\overline{PA} = r - a,\ \ \overline{PC} = \overline{PE})$.

Z $\triangle$ pravoúhlého PCM plyne, že $\overline{PC}^2 = \overline{PM}^2 + \overline{CM}^2$, ježto

$$\overline{CM} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

($\frac{1}{2}$ strany vepsaného trojúhelníku rovnostranného kružnici) a

$$\overline{PM} = a + \frac{r}{2},$$

jest

$$\overline{PC}^2 = a^2 + ar + \frac{r^2}{4} + \frac{3r^2}{4} = a^2 + ar + r^2,$$

pročež

$$\overline{PA} \,.\, \overline{PC} \,.\, \overline{PE} = (r - a)(r^2 + ar + a^2) = r^3 - a^3.$$

Obdobně jest

$$\overline{PB} \,.\, \overline{PD} \,.\, \overline{PF} = (r + a)\left[\left(a - \frac{r}{2}\right)^2 + \frac{3r^2}{4}\right]$$

$$= (r + a)(a^2 - ar + r^2) = r^3 + a^3.$$

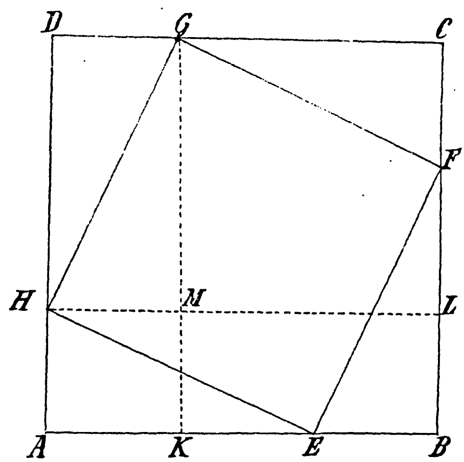
Poučku tuto nalezl anglický mathematik Cotes, který zemřel ve 34 létech r. 1716.

VIII. Do čtverce $ABCD$ vepišme jiný čtverec $EFGH$, při čemž

$$\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$$

a následovně též

$$\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HA}.$$



Obr. 3.

Dále jest

$$\triangle\, EBF \cong \triangle\, FCG \cong \triangle\, GDH \cong HAE.$$

Sestrojíme-li

$$GK \parallel AD \quad \text{a} \quad HL \parallel AB,$$

jest M průsečíkem obou rovnoběžek a

$$\square\, ABCD = \square\, AKMH + \square\, MLCG + \square\, KBLM + \square\, HMGD.$$

Oba tyto obdélníky jsou stejné a rovnají se 4 trojúhelníkům výše uvedeným.

Ubereme-li tyto 4 trojúhelníky od daného čtverce $ABCD$, obdržíme čtverec $HEFG$; ubereme-li oba obdélníky od čtverce $ABCD$, zbývají z něho čtverce $AKMH$ a $MLCG$.

Ježto tyto 4 trojúhelníky rovnají se oběma obdélníkům, jest tudíž čtverec $HEFG$, sestrojený nad přeponou jednoho z trojúhelníků na př. HGD, roveň čtvercům $AKMH$ a $MLCG$ sestrojeným nad odvěsnami $\triangle\, HGD$. Tento jednoduchý důkaz věty Pythagorovy má v anglické učebnici geometrické Henry Boad (Londýn 1733). (Dokončení.)

Hvězda Algol.

Napsal Dr. **Arnošt Dittrich** v Třeboni.

(Dokončení.)

Základního vzorce (5) lze použíti ještě jiným způsobem, jenž znalosti parallaxy nežádá. Vyjádříme-li hmoty obou hvězd součinem z krychlového obsahu a jejich průměrné hustoty, jest

$$M_* = \frac{4\pi}{3} r_*^3 h_*; \quad M. = \frac{4\pi}{3} r.^3 h.,$$

takže dle základního vzorce

$$\frac{d^3}{T^2} = \frac{4\pi}{3} [r_*^3 h_* + r.^3 h.]. \qquad (6)$$

Vzorec ten jest homogenní v délkách d, r_*, $r.$, jichž poměr známe ze změny svítivosti. Poněvadž

$$d : r_* : r. = 4{\cdot}77 : 1 : 1{\cdot}14,$$

jest poměr jich trojmocí

$$d^3 : r_*^3 : r.^3 = 108 : 1 : 1{\cdot}48.$$

Dosadíme-li tato čísla do vzorce (6), obdržíme, že

$$\frac{108}{T^2} = \frac{4\pi}{3} [h_* + 1{\cdot}48\, h.].$$