Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 43 (1914), No. 2, 266--272

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121412

$$
\begin{aligned}
T &= 1914 \text{ říjen } 26\cdot5 \text{ stř. č. berl.}\\
\omega &= 97^0\, 27'\\
\Omega &= 59 \quad 11\\
i &= 68 \quad 6\\
log\; q &= 0\cdot01353.
\end{aligned}
$$

Směrem severozápadním přešla v první polovici ledna do souhvězdí Velryby, kdež začátkem února vystoupila nad rovník. Opisujíc oblouk kolem Menkara (α Ceti) obrátila se v druhé polovici ledna k severovýchodu směrem k souhvězdí Býka, kam dospěje koncem března. Jasnost její jest menší než $10\cdot5^m$.

S.

Úlohy.

Z mathematiky.

21.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$x + y + \frac{x}{y} = 5,$$

$$x^2 + y^2 + \frac{x^2}{y^2} = 15.$$

Jaromír Soukup.

22.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$x^2 + y^2 = 5 \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

$$x^2 - y^2 = 3 \sqrt[3]{x^3 + y^3}.$$

Prof. *Rud Hruša.*

23.

Jest dokázati, že v lichoběžníku platí tento vztah mezi stranami a délkami úhlopříček

$$(a^2 - c^2) : (n^2 - m^2) = sin\ (\alpha + \beta) : sin\ (\alpha - \beta),$$

plocha pak vyjádřena jest vzorci

$$\frac{(a^2 - c^2)\ sin\ \alpha\ sin\ \beta}{2\ sin\ (\alpha + \beta)} = \frac{(n^2 - m^2)\ sin\ \alpha\ sin\ \beta}{2\ sin\ (\alpha - \beta)}$$

při čemž jsou a a c základny. Prof. *Rud. Hruša.*

24.

Najděte geometrické místo bodů té vlastnosti, že rozdíl délek tečen z nich ke dvěma daným kružnicím vedených jest stálý.

V. *Hruška*,
assistent čes. techn. v Praze.

25.

Sestrojiti lichoběžník, jehož ramena i jedna základna jsou navzájem rovny, je-li dán

a) obvod a výška,
b) obvod a vnitřní úhel.

Ing. *Jos. Langr.*

26.

Sestrojte body, jichž vzdálenosti od vrcholů trojúhelníku ABC mají se k sobě jako výšky, a dokažte, že ony body a střed kruhu trojúhelníku ABC opsaného leží na téže přímce.

Dr. *Jos. Tomáš.*

27.

Dokažte, že, jsou-li α, β, γ *úhly trojúhelníku, jest výraz*

$$\sin\alpha \sin(\alpha+\varphi)\sin\varphi + \sin\beta\sin(\alpha+\varphi)\sin(\gamma-\varphi) + \sin\gamma\sin(\varphi-\gamma)\sin\varphi$$

nezávislý na φ *a roven* $\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$.

Kdy ještě bude onen výraz nezávislý na φ?

Dr. *Jos. Tomáš.*

28.

Dokažte, že hranol opsaný čtyřstěnu, jehož sítí jest trojúhelník o stranách $2a$, $2b$, $2c$, *jest pravoúhlý rovnoběžnostěn a že objem jeho lze psáti ve tvaru*

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{abc}\;\sqrt{a^3\cos\alpha + b^3\cos\beta + c^3\cos\gamma - abc},$$

jsou α, β, γ *úhly úhlopříček* a, b, c *stěn hranolu.*

Prof. *Jan Schuster.*

29.

n shodných proužků obdélníkových přeložiti jest přes sebe tak, aby vznikla pravidelná hvězdice, vepsaná do kruhu daného poloměru r. Jak velké musí býti rozměry každého proužku, aby plocha hvězdice byla co největší? Prof. *Jan Schuster.*

30.

Z kruhového kotouče vyříznouti n-bokou pravidelnou misku tak, aby obruba byla kolmá k podstavě a objem co největší. Prof. *Jan Schuster.*

Z deskriptivní geometrie.

7.

Dva šikmé kruhové kužele stojí na π. Vyšetřete nejvyšší a nejnižší body prvního vzhledem k π. Prof. *B. Matas.*

8.

Sestrojiti jednodílný rotační hyperboloid daný dvěma povrchovými přímkami téhož systemu a

α) jedním bodem na povrchu,

β) jednou rovinou tečnou. Prof. *Ant. Navrátil.*

Z fysiky.

1.

Těleso váhy W spočívá na drsné nakloněné rovině sklonu α. Je-li koefficient tření roven μ, najděte velikost F a směr (úhel ϑ s šikmou rovinou) nejmenší síly, která uvede těleso v pohyb po šikmé rovině dolů. *R.*

2.

Hmotný bod C spočívá na dokonale hladké nakloněné rovině sklonu α, jsa držen dvěma nitěmi délek l_1 a l_2, jichž druhé konce jsou připevněny k dvěma bodům A a B nakloněné roviny, kteréž oba leží v téže vodorovné rovině ve vzájemné vzdálenosti h. Najděte napětí obou nití a tlak hmotného bodu na nakloněnou rovinu, je-li jeho váha rovna W. *R.*

3.

Na drsné horizontální rovině stojí žebřík, druhým koncem opřený o stejně drsnou zeď vertikální (koefficient tření u obou konců je týž), takže tvoří s rovinou horizontální sklon α. Jak *vysoko může po žebříku vystoupiti muž váhy W, aniž by žebřík se smekl? Vlastní váhu žebříku zanedbejte.* R.

4.

Vypočtěte bez užití differenciálního a integrálního počtu polohu těžiště kruhového oblouku poloměru a, a středového úhlu 2α. R.

5.

Trojboký hranol spočívá jednou stranou na rovině horizontální, tak že druhá strana tvoří s rovinou vodorovnou úhel α, třetí pak úhel β. Na těchto dvou opačně skloněných šikmých rovinách spočívají hmoty m_1 a m_2 spojené bezváhnou nití, jež běží přes kladku na hoření hraně upevněnou, takže je rovnoběžná s oběma nakloněnými rovinami. Jsou-li koefficienty tření na obou rovinách μ_1 a μ_2, najděte výsledný pohyb těch hmot. R.

6.

Cyklista jede po horizontální rovině rychlostí V. Ze zadního kola poloměru a odletují při tom zachycené kousky bláta. Do které největší výšky mohou při tom býti odhozeny? R.

7.

Velmi úzká na jednom konci trvale uzavřená trubice skleněná všude téhož průřezu je po celé své délce opatřena stejnoměrným dělením. Malý sloupeček rtuťový délky l cm uzavírá v trubici otvorem vzhůru vertikálně postavené jistý objem suchého vzduchu, daný za teploty $0^0 C$ počtem n dílců. Jaký nový objem n' dílců zaujme vzduch, zvýšíme-li teplotu na $t^0 C$ a skloníme-li trubici, aby tvořila úhel ϑ s horizontální rovinou? Za pokusu jest barometrický tlak dán výškou H cm nullstupňového rtuťového sloupce a kubický koefficient roztažlivosti skla je k, koefficient roztažlivosti vzduchu pak α.

Mohli bychom dvou odečtení za vertikálních poloh jednou otvorem vzhůru, podruhé dolů a za teploty nezměněné užít k stanovení barometrického tlaku?

Všeobecný výsledek applikujte na hodnoty $n = 72$, $k = 0{\cdot}00027$, $\alpha = 0{\cdot}00367$, $t = 50^0$, $\vartheta = 30^0$, $l = 5\ cm$, $H = 76\ cm$.

R.

8.

Před spojnou čočkou L ohniskové vzdálenosti f *jest postaven centricky ve vzdálenosti* a *na ose bodový zdroj světelný* S. *Paprsky lomené dopadají na průsvitné stínítko* E *ve vzdálenosti* b *za čočkou, kdež vytvoří osvětlenou skvrnu* M. *Do které vzdálenosti* x *za stínítkem bychom museli postaviti nový zdroj* S_2 *téže svítivosti jako* S_1, *aby (bez užití čočky) osvětlil stínítko stejně, jako je skvrna* M? *R.*

9.

U Coulombových torsních vážek jest zavěšena magnetka na tenkém vláknu kovovém. Má-li se vychýliti z meridianu o 1^0, *musíme hoření konec vlákna stočiti o* $n = 24^0$. *Přiblížíme-li k jednomu z polů magnetky stejnojmenný pol dlouhého magnetu tyčovitého, nastane výchylka magnetky z meridianu o úhel* $\alpha = 20^0$ *a tento se zredukuje na* $\alpha' = 12^0$, *stočíme-li v opačném směru hoření konce vlákna o* $3^3/_4$ *celých otoček. Který zákon o vzájemném působení dvou magnetických polů lze z tohoto pokusu dedukovati?*

10.

Elektrickým proudem vyvine se za $n = 5$ *minut, za teploty* $t = 16^0\ C$ *a barometrického tlaku* $b = 71\ cm$ *objem* $v = 150{\cdot}6\ cm^3$ *třaskavého plynu, při čemž stojí voda ve voltametru o* $h = 13{\cdot}6\ cm$ *níže než vně voltametrické trubice. Do téhož proudovodu zařazená tangentová boussola jeví úchylku* $\alpha = 17^0$. *Jak veliký je její redukční faktor? Specifická hmota rtuti je* $S = 1{\cdot}36\ \frac{g}{cm^3}$. *R.*

Vypsání cen za řešení úloh.

Jako v letech dřívějších budou i letos za správná řešení úloh v „Příloze“ uděleny ceny *studujícím středních škol.* Ceny budou tyto:

A) Z mathematiky:

1. Ceny první.

Cremona-Weyr: Úvod do geometrické theorie křivek rovinných.
Posejpal: Dějepis Jednoty českých mathematiků (1862—1912).
Petr-Sobotka: O životě a činnosti Edvarda Weyra.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 33.

2. Ceny druhé.

Seydler: Izák Newton a jeho principia.
Studnička: O kvaternionech.
Šolín: Počátkové arithmografie.
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 33.

3. Ceny třetí.

Houdek: Dějepis Jednoty českých mathematiků.
Pánek: Dr. Frant. Jos. Studnička. Nástin jeho života a činnosti.
Studnička: Základové nauky o číslech
Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 33.

Mimo to obdrží několik nejlepších řešitelů spis:

Fr. J. Studnička: Úvod do analytické geometrie v rovině (Sborník J. Č. M. č. VII).

B) *Z deskriptivní geometrie*:

Několik nejlepších řešitelů dostane spis:

K. Zahradník: O plochách druhého stupně.

Mimo to budou řešitelům uděleny ceny:

Jarolímek: Deskriptivní geometrie pro vyšší školy reálné. Díl I., II., III.
Jarolímek: Deskriptivní geometrie v úlohách.

C) *Z fysiky*:

Za nejlepší řešení všech *úloh fysikálních* bude jako cena udělen spis:

V. Strouhal: Thermika (Sborník J. Č. M. č. XI).

Kromě toho připadne některým řešitelům jako cena spis:
V. Strouhal: Ocel a její vlastnosti galvanické a magnetické.

Řešení úloh.

Řešení úloh buďtež zaslána do 15. dubna 1914 na adresu: Dr. K. Rychlík, docent čes. university a techniky, v Praze-II., Mikulandská ul. 3.

Pp. řešitele žádáme, aby zasílali řešení úloh, psaná na čtvrtkách obyčejného formátu, a aby opatřili *každou čtvrtku*, obsahující řešení *pouze jediné úlohy*, svým podpisem a *jménem ústavu*, na němž studují.

Mimo to je nutno, aby pp. řešitelé uvedli *přesnou svou adresu*, by mohly býti ceny správně rozeslány.
