Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 38 (1909), No. 4, 451--464

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121452

Z toho plyne, že výsledná rychlost v stojí kolmo na rovině (r, ω) a že odpovídá velikostí i směrem úhlové rychlosti ω, kterou jsme z daných úhlových rychlostí ω_1 a ω_2 obdrželi konstrukcí rovnoběžníkovou.

Poznámka. Že z rovnic

$$\frac{r_1 \omega_1}{sin\,\mu} = \frac{r_2 \omega_2}{sin\,\nu}, \quad \frac{r_1 \omega_1}{sin\,u} = \frac{r_2 \omega_2}{sin\,z} \quad \text{a} \quad u + z = \mu + \nu$$

plyne $u = \mu$ a $z = \nu$, můžeme přímo dokázati následovně:

Z uvedených rovnic obdržíme:

$$sin\,u : sin\,z = sin\,\mu : sin\,\nu$$

čili

$$\frac{sin\,u + sin\,z}{sin\,u - sin\,z} = \frac{sin\,\mu + sin\,\nu}{sin\,\mu - sin\,\nu},$$

$$tg\,\tfrac{1}{2}(u + z)\,cot\,\tfrac{1}{2}(u - z) = tg\,\tfrac{1}{2}(\mu + \nu)\,cot\,\tfrac{1}{2}(\mu - \nu).$$

Ježto však

$$u + z = \mu + \nu,$$

je též

$$u - z = \mu - \nu,$$

to jest

$$u = \mu, \quad z = \nu.$$

Věstník literární.

Recense knih.

K. Osovský: **Čtyřmístné tabulky logarithmické a trigonometrické.** Praha, Jednota českých mathematiků, 1909, (stran 28). Cena 60 h.

Při četných výpočtech praktických vystačíme úplně s čísly čtyřcifernými a tudíž i při příslušném počítání logarithmickém s logarithmy čtyřcifernými. Se zřetelem k malým rozměrům čtyřciferných tabulek jeví se účelným při takovýchto výpočtech užívati tabulek log. čtyřciferných. Že mimo to současné užívání tabulek 5-místných a 4-místných při vyučování může býti užitečno výchově žáků, jest na snadě.

V knížce, o níž tu podáváme zprávu, jsou uvedeny nejprve tyto tabulky: Konstanty math. a fys. zeměpisu, konstanty numerické, tabulka měr a vah, tabulka mincí na základě „obsažnosti čistého zlata“; tabulka $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, $\log n$, $l\,n$ pro $n = 1, 2, \ldots 100$; tabulka pro $arc\ \alpha^0$, $chord\ \alpha^0$. Hlavní část obsahuje tabulky pro Briggsovy logarithmy čísel od 100—999, pak logarithmy goniometrických funkcí pro argument rostoucí po 10 minutách, při čemž v intervallu 0^0—5^0 udány funkce sinus a tangens nad to ještě od minuty k minutě; konečně dána jest tabulka čísel (antilogarithmů) pro mantissy od 000 do 999. Mimo to přidány jsou tabulky pro počítání úroková na střední škole prováděná a tabulka pro pojišťování kapitálů a důchodů při $3\frac{1}{2}\%$.

Konečně připojeny tyto tabulky pro cvičení astronomická: deklinace sluneční pro každý pátý den v roce, rovnice času, konstanty oběžnic.

Vedle tabulek jest tu i grafické znázornění křivek $y = \log_2 x$ $y = \log x$, jakož i obraz logarithmického pravítka s návodem trochu stručným.

Zařízení tabulek jest úhledné a vhodné. *r.*

Pierre Boutroux: **Leçons sur les fonctions définies par les équations différentielles du premier ordre** professées au collège de France. Avec une note de M. *Paul Painlevé.* (Collection de Monographies sur la théorie des fonctions publiée sous la direction de M. Émile Borel.) Paris, Gauthier-Villars, 1908 (stran 190).

Autor omezuje se ve svých úvahách a výkladech především na rovnice tvaru

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}, \tag{1}$$

kde $P(x, y)$, $Q(x, y)$ jsou polynomy proměnné y, jichž koefficienty ovšem jsou analytické funkce x. První otázka, která se tu naskytuje a která již řešena byla existenčním theoremem Cauchyovým a vyšetřováními Briot-Bouquetovými, jest vyšetřiti, jaký jest bod x_0 pro ten integrál rovnice (1), který pro $x = x_0$ stává se rovným y_0 (po případě, který, když x konverguje ku x_0, roste co do absolutní hodnoty nade všecky meze). Tento bod x_0 může pak býti pro integrál buď bodem, ve kterém jest integrál analytickým (holomorfním) anebo bodem singulárním. Jestliže jest x_0 bodem singulárním, tu jest opět dvojí případ možným; buď jest to bod singulární t. zv. pohyblivý anebo bod singulární pevný. Polohu singularit pevných lze stanoviti předem z koefficientů mocnin y v polynomech $P(x, y)$, $Q(x, y)$.

Snadný důsledek úvah Briot-Bouquetových jest, že pohyblivé singularity, v nichž integrál nabývá určité hodnoty (anebo roste nade všecky meze absolutní hodnotou), jsou buď póly anebo body kritické algebraické.

Nepoměrně těžší jest otázka následující: Vyšetřiti, jak se chová integrál y rovnice (1), který pro $x = x_0$ stává se rovným y_0, v bodě x_1 různém od x_0 a od pevných singularit. Tu se nejprve ukazuje, když x blíží se od x_0 ku x_1 po libovolné v jistém oboru obsahujícím x_1 dráze, že y konverguje ku zcela určité hodnotě y_1 anebo roste co do abs. hodnoty nade všecky meze. Z toho a předcházející úvahy vyplývá, že mimo singulární body pevné integrál y rovnice (1) nemá jiných singularit nežli póly a body kritické algebraické.

Dalším jednoduchým důsledkem úvah předcházejících a vyšetřování Briot-Bouquetova jest, že rovnice tvaru (1), jichž integrál nemá kritických bodů pohyblivých redukují se na tvar rovnice Riccatiovy

$$\frac{dy}{dx} = A_0 + A_1 y + A_2 y^2.$$

Rovněž bez potíží lze dokázati větu, že rovnici differenciální, jejíž integrály (nehledě k jednoduše spočetnému množství integrálů výminečných) mají konečný počet n větví (obor proměnné x jest při tom celá rovina komplexních čísel, z níž vyňaty jsou body odpovídající singularitám pevným) lze transformovati substitucí tvaru

$$\lambda = -\frac{y^n + L_{n-1}(x)\, y^{n-1} + \ldots + L_1(x)\, y}{M_{n-1}(x)\, y^{n-1} + \ldots + M_1(x)\, y + 1}$$

na rovnici Riccatiovu o jednoznačném integrálu a tvaru

$$\frac{d\lambda}{dx} = G(x)\, \lambda^2 + H(x)\, \lambda + K(x),$$

při čemž funkce G, H, K, L, M lze stanoviti operacemi racionálnými z koefficientů rovnice (1).

Jsou tudíž integrály rovnice (1) zpravidla nekonečně mnohoznačné.

Úvahy v předcházejícím naznačené a již odjinud známé jsou východiskem autorovi pro řešení dalších problémů; vyšetřuje nejprve průběh jedné větve integrální v okolí bodu singulárního transcendentního a pak vyšetřuje mechanismus, dle něhož zaměňuje se tu jedna větev s druhou; tato vyšetřování jsou mu pak podkladem pro pokus klassifikace bodů singulárních transcendentních u integrálů rovnice (1). Při tom však omezuje se na rovnice (1), v nichž $P(x, y)$, $Q(x, y)$ jsou polynomy nejenom v y, nýbrž i v x. (Kapitoly 3. a 4.)

V posledních dvou kapitolách podává nejprve vyšetření jedné třídy sing. bodů Briot-Bouquetových a pojednává o vztazích mezi singularitami transcendentními u rovnic tvaru

$$y' = A_2 y^2 + A_3 y^3$$

(A_3 jest polynom v x druhého stupně).

Dodatek od *P. Painlevé* (str. 141—187) zabývá se obšírně rovnicemi differenciálními tvaru (1), v nichž P a Q jsou polynomy v x, y, a jichž integrál obecný má konečný počet větví.

r.

Manuscrits de Évariste Galois publiés par *Jules Tannery*, sousdirecteur de l'école normale. Paris, Gauthier-Villars, 1908. Stran 67.

Sebrané spisy Galoisovy vydány (nehledíme-li ku překladům) dvakráte, po prvé od Liouvillea v Journal de Math. pures et appl. (sv. 11, r. 1846), po druhé samostatně pod titulem „Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois publiées sous les auspices de la Société math. de France" (r. 1897). Některé krátké pozůstatky rukopisné dosud neuveřejněné, jakož i poznámky v rukopise (ku pracím uveřejněným) rovněž neuveřejněné vydal nyní J. Tannery pod titulem svrchu uvedeným. Ve spisku tomto vytčeny rovněž odchylky rukopisu od obou vydání zároveň s některými nedopatřeními jich.

Delší souvislé práce tu uveřejněné týkají se rovnic pro dělení elliptických funkcí (5 stránek), integrace rovnic diff. lineárních (3 str.) a jednoho problému geometrického (4 str.).

O tom, proč vydal tyto pozůstatky rukopisné, vyslovuje se Tannery takto: „Les lignes qui suivront, les quelques fragments ou notes que je pourrai publier n'ajouteront rien à la gloire de Galois: elles ne sont qu'un hommage rendu à cette gloire dont l'éclat n'a fait que grandir depuis la publication de Liouville.

Cette publication a été faite de la façon la plus judicieuse; mais soixante ans plus tard, on est tenu à moins de réserve.

Les mathématiciens s'intéresseront toujours à Galois, à l'homme et à ses écrits: il est de ceux dont on voudrait tout savoir."

r.

E. Vessiot: **Leçons de géométrie supérieure**. Professées en 1905—1906. Publikace „du laboratoire de mathématiques de l'université de Lyon". (Autograf.)

Autor charakterisuje obsah i ráz svých přednášek v předmluvě: „... předpokládal jsem znalost jen nejjednodušších základů theorie dotyku; zopakoval jsem podstatné části theorie prostorových křivek a theorie ploch, dávaje vyniknouti podstatné úloze formulí Frenetových a obou differenciálních kvadratických forem Gaussových. Hlavním předmětem mých výkladů bylo studium systémů paprskových a jich užití na theorii ploch. Bylo přirozeno připojiti k tomu studium systémů kulových, v němž jsem dospěl až k elementárným a tak zajímavým vlastnostem cyklických systémů Ribaucourových. Položil jsem důraz na korrespondenci mezi přímkami a koulemi ...; ukázal jsem, jak je vyjádřena dotykovou transformací Lieovou."

V souhlasu s tímto rozvrhem obsahuje prvních pět kapitol zhuštěný přehled infinitesimálné geometrie prostorových křivek a ploch; interpretace geometrické formulí analyticky získaných je omezena na nejmenší míru. Z toho ovšem následuje, že pro začátečníka studium těchto kapitol by nutně bylo namáhavé; spíše jsou tyto výklady míněny jako souborný a methodicky uspořádaný úvod k následujícím kapitolám pro posluchače již pokročilejší. (Kapitolu IV. na příklad, jež na 18 stránkách projednává nejdůležitější partie theorie ploch, sotva plně pochopí ten, kdo o věci čte po prvé.)

Značně šíře jsou založeny ostatní kapitoly. Kap. VI. projednává kongruence přímek; zvláště podrobně jsou diskutovány všechny možné případy útvaru vyplněného ohnisky paprsků. Kap. VII. jedná specielně o kongruencích normál, v souvislosti s tím o ploše center křivosti a jejích singulárních případech, pak o plochách obalených systémem koulí, jichž obdoba s plochami přímočarými již zde je vyznačena. Kap. VIII. zobecňuje analytickou theorii kapitoly VI. zavedením homogenních souřadnic, čehož je užito pro studium dvou speciálních korrespondencí dvou ploch a kongruencí tak vzniklých. V kap. IX. jsou studovány základní útvary v komplexu přímek, v kap. X. specielně komplexy lineárné na základě přímkových souřadnic; výklad se zde připíná k pracím Kleinovým o lineárných systémech komplexů. Kapitola XI. zavádí Lie-ův pojem elementu dotyku a uvažuje útvary prostorové jako souhrn takových elementů; tím přirozeně přechází k transformaci dotykové a specielně k té transformaci, kterou se převádí koule v přímky, čímž je doplněna kapitola VII. Kap. XII. stručně uvádí do theorie systémů trojnásob orthogonálných, jichž je pak užito v kap. XIII. ke studiu kongruencí koulí. Závěr knihy tvoří sbírka úloh, seřazených dle kapitol; tyto úlohy většinou slouží k rozšíření theorií vykládaných v předchozím.

Autografie, jejíž obsah jsem stručně uvedl, bude vítána zvláště těm, kdož chtějí seznati podrobně infinitesimálnou theorii systémů paprskových, theorii, která v běžných učebnicích bývá odbývána velmi stručně, ač neprávem; ale učebnicovou literaturu doplňuje také po té stránce, že vede čtenáře nabádavým způsobem k cestám, po nichž se ubírá differenciálná geometrie v nejnovější době. Podněty, obsažené v Lieově geometrii koulí, daleko ještě nejsou vyčerpány a poskytují široké pole činnosti zvláště differenciálným geometrům.

Výtky, které by bylo možno činiti výkladům Vessiotovým jsou oslabeny, ne-li předem vyvráceny, okolností, že neběží o tištěnou knihu, nýbrž o reprodukci přednášek. Individualita autorova zde nutně vystupuje mnohem více do popředí a určuje výběr látky dle jeho osobních zálib; co pro souborné dílo bylo by nedostatkem, tvoří půvab a přednost přednášek. Tak lze omluviti, že vedle velmi speciálných problémů nenalezly místa některé důležité obecné theorie, tak na př. zavedení hlavních veličin, které jsou pro kongruenci paprsků tak charakteristické jako známé Gaussovy základní veličiny pro tvar plochy a které zvláště dobře ukazují, že theorie křivosti ploch je jen speciálným případem theorie kongruencí; tímto doplňkem by souvislost kap. VI. a VII. byla vynikla mnohem názorněji.

Jistá nehomogennost v požadavcích kladených na vědomosti posluchačovy je zaviněna asi celkovou úpravou přednášek mathematických na lyonské universitě; překvapuje totiž, že na jedné straně se vyžaduje důkladná znalost differenciálných rovnic a značná obratnost v analytických operacích, na druhé straně se však nepředpokládá ani znalost některých základních vět projektivné geometrie. *B. Bydžovský.*

R. d'Adhémar: **Exercices et leçons d'Analyse.** Quadratures. Équations différentielles. Équations intégrales de M. Fredholm et de M. Volterra. Équations aux dérivées partielles du second ordre. Paris, Gauthier-Villars. 1905. Stran 208.

V úvodu jsou stručně načrtnuty důležitější věty z geometrie differenciální, z počtu integrálního, z nauky o funkcích analytických a o differenciálních rovnicích.

V následujícím jsou cvičení na základě příkladů zajímavých a zpravidla poněkud obecnějšího rázu a větší důležitosti. Nejprve jsou cvičení vztahující se ku kvadraturám, pak jsou některé applikace residuového počtu a některé problémy týkající se rovnic differenciálních.

V kapitole třetí se vztahují cvičení ku polynómům Legendreovým, ku funkcím Besselovým, ku funkcím gamma a $\zeta(s)$.

Kapitola čtvrtá jest zajímavá tím, že vztahuje se ku rovnici integrální Fredholmově. Tato rovnice jest

$$\varphi(x) + \lambda \int_0^1 f(x, s)\, \varphi(s)\, ds = \psi(x),$$

λ konstanta; $f(x, s)$, $\psi(x)$ dané funkce; stanoviti jest $\varphi(x)$. Odvození vlastností funkce $\varphi(x)$ dané touto rovnicí naznačeno na základě prací Hilbertových (Gött. Nachr. 1904–1906). Podáno zároveň použití rovnice Fredholmovy na problém Dirichletův (vnitřní) a Neumannův (vnější).

V kapitole páté pojednává se mimo jiné o rovnicích diff. partielních lineárních typu hyperbolického a parabolického, při čemž použito methody postupných approximací, podobně jako při integrální rovnici Volterrově, jež jest

$$\varphi(x) + \lambda \int_0^x f(x, s)\, \varphi(s)\, ds = \psi(x),$$

kde λ, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $f(x, s)$ mají týž význam jako v rovnici Fredholmově.

V poslední kapitole jsou uvedeny 52 úlohy (bez řešení) hlavně z nauky o rovnicích differenciálních.

Spisovatelův výklad jest stručný, což jest ovšem pro studujícího značná výhoda; místy však jest nejasný (jako ku př. v kap. II., úkolu 4.), a místy i trpí poněkud přesnost. Úkoly jsou z části obecně známé, z části jsou vzaty z themat daných ku zkouškám, z pojednání a učebnic (lith. kursu Picardova) a zajisté z veliké části též pocházejí od autora samotného.

r.

M. d'Ocagne: **Calcul graphique et Nomographie.** O. Doin, Paris, 1908; stran XXVI + 392 malé osmerky, cena 5 fr.

V otázkách technických běží často o snadné, rychlé a jen přiměřeně přesné ustanovení hodnoty veličin, určených vzorci nebo rovnicemi, dány-li určující veličiny čísly zvláštními. K tomu slouží methody numerické, grafické i mechanické. Methody grafické vyvinuly se dvojím směrem: vyjádříme-li daná čísla úsečkami na základě vhodně zvolené úsečky jednotkové, možno veličinu hledanou pokaždé sestrojiti pečlivým rysem (grafické počty v užším smyslu), nebo možno předem narýsovati tabulku složenou ze soustav elementů geometrických (bodů, přímek, křivek), opatřených čísly (kotovaných), z níž přímo nebo pomocí pohyblivých elementů vyčteme hodnotu veličiny žádané (nomografie). Nehledíme-li ku geometrickým konstrukcím po vzoru starých Řeků, patří k předním pěstitelům grafického počítání, jehož vývoj souvisí s vývojem grafické statiky, především Cousinery, Culmann, Cremona, Massau, Mehmke a j.; nomografie, z jejíž minulosti nutno připomenouti jméno Lalanneovo, doznala v poslední době mohutného rozvoje právě pracemi d'Ocagneovými, k nimž řadí se svými příspěvky Lallemand, Sorreau, Clark a j.

Spisovatel po krátkém úvodě a po poznámkách o souřadnicích bodových a přímkových (duálních k souřadnicím Descartesovým) jedná ve dvou kapitolách o grafickém počítání, ve třech pak o methodách nomografických. V kap. 1. (grafická arithmetika a algebra) vykládá základní operace arithmetické, hlavně graf. stanovení součtu součinů, dále řešení systémů lineárních rovnic a řešení rovnic vyšších stupňů. V 2. kap. (grafická integrace) po výkladu základních vlastností křivek integrálních následují oddíly o grafickém stanovení integrálů vůbec, zvl. potom integrálů parabolických (t. j integrálů alg. polynomů celistvých), konečně stručné odstavce o diff. rovnicích 1. stupně. — Dva hlavní principy nomografické (v základě spolu duální) vedou k dvojímu druhu nomogramů, v nichž totiž buď sobě příslušné čáry se protínají v témž bodě (représentation nomographique par lignes concourantes) nebo příslušné sobě body leží na téže přímce resp. křivce (représ. nom. par points alignés ; o nich jednají kapitoly 3. a 4., v kap. 5. pak připojeny ještě jiné obecnější druhy nomografického vyjadřování, jakož i krátký dodatek o obecné theorii nomogramů. Nový rozvoj nomografie (jméno d'Ocagneovo) datuje se právě od d'Ocagneova zavedení systémů kotovaných bodů toho druhu, že příslušné sobě body (představující hodnoty veličin hovící danému vztahu) leží v téže přímce. Do podrobného výčtu method v knize uvedených nelze se v krátkosti pouštěti.

Nejnovější tento spis d'Ocagneův podává stručně a přehledně hlavní způsoby grafického počítání a nomografického vyjadřování, uváděje (zvl. v druhé části) i výsledky nejnovějších úvah příslušných. Pro důkladnější, zvl. pak větším počtem příkladů doložený výklad method těch a podobných nutno ovšem sáhnouti k větším spisům, pro grafické počty na př. k Favarovým Lezioni di statica grafica, jež do franc. přeloženy a velmi rozšířeny Terrierem, Leçons de statique graphique, 2. díl: Calcul graphique (1885), pro nomografii k d'Ocagneovu Traité de nomographie (1899); a ovšem k pojednáním původním.

Knížka vyšla ve sbírce Encyclopédie scientifique (publiée sous la direction du Dr. Toulouse), a to v Bibliothèque de mathématiques appliquées (directeur M. d'Ocagne).

J. Vojtěch.

Hermann Thieme: **Die Elemente der Geometrie.** Mit 323 Figuren im Text. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1909. Str. XII a 394.

Kniha tato vyšla jako první svazek druhého dílu spisu *Grundlehren der Mathematik.* Für Studierende und Lehrer. I. *Die Grundlehren der Arithmetik und Algebra.* Bearbeitet von *E. Netto* und *C. Färber.* II. *Die Grundlehren der Geometrie.* Bearbeitet von *W. Fr. Meyer* und *H. Thieme.*

Čilejší ruch, který v poslední době jest ve snahách po zlepšení vyučování mathematice hlavně na školách středních, dal podnět ku řadě učebnic v různých jazycích nedávno vydaných. Spis svrchu uvedený, jehožto jeden svazek právě vyšel, má rovněž za účel podporovati tyto snahy. O účelu díla toho, které v německé literatuře má nahrazovati starší dílo podobného směru „Baltzer, Elemente der Mathematik", vyslovují se autoři takto:

„Das ganze Werk ist nicht unmittelbar für den Unterricht bestimmt, will aber doch auch an seinem Teile zur Förderung des mathematischen Unterrichts beitragen.

Die Frage der zukünftigen Gestaltung des mathematischen Unterrichts ist im Flusse.

Ist diese Frage auch mehr eine solche der Unterrichtsmethodik als der Wissenschaft, so können doch Ergebnisse der zu lehrenden Wissenschaft nicht als etwas Nebensächliches angesehen werden.

Diese Ergebnisse müssen vielmehr bei der Umgestaltung des Unterrichtes auch voll zur Geltung gelangen, wenn derselbe wirklich zur geistigen Förderung der Jugend dienen soll.

Dazu ist aber erforderlich, dass die Lehrer der Mathematik, die den Unterricht in der neuen Gestalt ins praktische Schulleben überführen sollen, nach jeder Richtung mit dem heutigen Stande der bezüglichen Gebiete der Wissenschaft vertraut sind."

Část vydaná a věnovaná elementům geometrie opírá se při konstrukci základů o novější práce a učebnice a to (dle výroku autora) především o práce těchto autorů: Pasch (1882), Hilbert (1899), Schur (1902), Veronese (1897), Ingrami (1898).

Obsah rozdělen jest ve dvě části planimetrii a stereometrii, při čemž pojaty do planimetrie a stereometrie trigonometrie a prvé počátky analytické geometrie.

Podrobně obsah knihy popisovati vedlo by k obšírným výkladům. Chci jenom poznamenati, že vedle přesného odůvodnění snaží se autor docíliti velikou rozmanitost látky. Tak ku př. o konstrukcích planimetrických pojednávají 4 paragrafy. První týká se fundamentálních konstrukcí (str. 139—149), dáno tu řešení 48 úloh. V druhém (str. 149—166) podány methody ku řešení geometrických úloh, jsou tu v jednotlivých odstavcích projednány tyto pomůcky konstruktivní: geometrická místa; převedení na fundamentální konstrukce tím, že se sestrojí části obrazce; přeměny a doplňky obrazce (symmetrie vzhledem k ose a vzhledem k bodu, otočení obrazce, pošinutí obrazce methoda podobnosti, obrácení úlohy, methoda podobnosti s otočením obrazce); algebraická methoda; v posledním odstavci pak uvedeno řešení těchto zvláštních úloh: úloha Apolloniova (dáno celkem 6 řešení a to od Viety, Gergonnea, Petersena, Ponceleta Epsteina, Plückera), úloha sestrojiti kruh, jenž čtyři dané kruhy protíná pod týmž úhlem, úloha sestrojiti kruh, jenž tři dané kruhy protíná ve třech daných úhlech, úloha do daného kruhu vepsati trojúhelník, jehož strany procházejí třemi danými body, s úlohou duálnou a konečně Malfattiova úloha. Ve třetím paragrafu pojednáno o konstrukcích s předepsanými pomůckami a jsou tu nejprve řešeny úlohy (celkem 16) pomocí pravítka, pak úlohy (7 úloh) pomocí pravítka a přístroje, pomocí něhož na každé přímce od daného bodu danou úsečku lze odměřiti, konečně pak řešeny úlohy (14 úloh) pomocí kružítka; v posledním odstavci pojednáno o řešení úloh třetího stupně. Čtvrtý paragraf dává (str. 174—177) náčrtek t. zv. geometrografie.

Z přehledu právě uvedeného seznává čtenář nejenom velikou rozmanitost látky, nýbrž i tu okolnost, že položen veliký důraz na stručné její projednávání. Důkazy jsou podávány často téměř beze slovného doprovodu pomocí značek mathematických, avšak způsobem i žáku snadno přístupným, po případě uvedena pouze věta, která k důkazu příslušného tvrzení ihned vede.

Jakožto velmi cenné jest při knize vytknouti uvádění historických poznámek (ponejvíce pod čarou), jakož i uvádění dalších pomůcek literárních.

Jest nepochybno, že kniha může býti velmi užitečna učitelům i žákům. Zejména bude výbornou pomůckou spisovatelům učebnic geometrie pro střední školy. *r.*

Rudolf Sturm: **Die Lehre von den geometrischen Verwandschaften.** Erster Band: Die Verwandschaften zwischen Gebilden erster Stufe XII + 415. Zweiter Band: Die eindeutigen linearen Verwandschaften zwischen Gebilden zweiter Stufe VII + 346. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin, 1908. (B. G. Teubner's Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen Band XVII, 1. 2.).

Souborné učebnice geometrie mohou býti psány s dvojího hlediska: buď se pokládá za hlavní cíl studium útvarů geometrických a látka se učleňuje postupně dle složitosti těchto útvarů, geometrické operace pak jeví se jako pomůcka k jich studiu, anebo obrací se hlavní zřetel k těmto operacím, dle nich se provádí rozdělení látky, útvary se zavádějí na základě operací a tvoří příklady pro jich užití anebo pomůcky pro jich názornost. Toto druhé hledisko, jež stále více se uplatňuje a rozvíjí současně se vzrůstajícím významem theorie geometrických transformací, je ovšem obecnější a s vědeckého stanoviska oprávněnější, ježto ukazuje, co v geometrii je podstatnější. Za to má hledisko prvé nepopíratelnou přednost snadnosti a větší zajímavosti pro začátečníka. Již tím je řečeno, že kniha Sturmova, mající za hlavní cíl studium geometrických příbuzností, není vhodna pro začátečníka, nýbrž předpokládá částečně alespoň vypěstovaný zájem o geometrické otázky; předběžné studium některé elementární učebnice projektivné geometrie je pro úplné pochopení nezbytné.

Kniha vznikla, jak v předmluvě se praví, z universitních přednášek, již z názvu je patrno, že jejím úkolem jest vyčerpati vše, co o geometrických příbuznostech je známo; musíme ovšem dodati: se stanoviska synthetické geometrie, což je samozřejmé při známém směru autorovy činnosti.

„Snaha po největší možné úplnosti“ (v. předmluvu) ukazuje, že běží podstatně o přehled synthetické geometrie, spracovaný s vyššího hlediska spředu uvedeného; nicméně je kniha pracována jako učebnice, ač jistě jí bude užíváno častěji jako knihy nahlédací k úplné orientaci o nějaké specielní otázce. Tomuto úkolu, pokud lze souditi z prvých dvou dílů, vyhoví zajisté znamenitou měrou a bude v tom směru jistě vítána, poněvadž je doposud jedinou knihou tohoto druhu a obsahuje celou řadu důležitých problémů, jež — pokud je mi známo — zde poprvé byly přejaty v učebnici.

Tím ovšem není řečeno, že vyhovuje tato kniha — i kdyby se předpokládalo, že bylo dosaženo věcné úplnosti — všem požadavkům, které by bylo lze klásti na kompendium synthetické geometrie; určitěji řečeno: úplnost věcná není provázena úplností methodickou. Je ovšem jasno, že nelze žádati při knize tak rozsáhlého obsahu, aby stejnoměrně uplatnila všechna hlediska, s nichž lze uvažovati otázky zde probírané. Běželo právě o výklad jistých výsledků; bylo věcí autorovou, zvoliti cestu, která se mu nejvíce zamlouvala. Jednostrannost v tomto smyslu je dobrým právem autora, který si dobyl vynikajícího postavení v dějinách geometrie, a je zároveň předností knihy, vyšlé z rukou osvědčeného učitele. —

To, co v předchozím všeobecně bylo řečeno, objasní se v dalším podrobnějším uvedením obsahu; avšak předem budiž ještě promluveno o methodě a celkovém provedení. Methoda je skoro veskrze synthetická; ovšem je rozsáhle užito základních vět algebraických, zvláště ve tvaru Chaslesova principu korrespondence. Analyticky je provedeno uvedení do projektivného vztahu útvarů prvého řádu, tedy právě základy celého díla. To se vysvětluje jednak tradicí Steinerovou, které autor zůstává věren; jednak jistě jevila se tato cesta autorovi nejkratší. Vykládati základy projektivné geometrie nemohlo býti účelem knihy mající zcela jiný cíl, než učebnice projektivné geometrie.

V detailním provedení pozná se všude zkušený učitel a odborník. Je podrobně poukazováno na obtíže, jež se naskýtají při některých choulostivých otázkách (tak při užívání principu korrespondence, nebo principu zachování počtu a j.). Důkazy namnoze ukazují samostatnost, i při větách běžných. Jen jako jeden příklad uvádím velmi zajímavý důkaz Pascalovy věty (I. pg. 154).

Výklady jsou provázeny četnými historickými údaji a hojnými poznámkami literárními.

Dílo je rozvrženo na 4 díly. Díl prvý jedná o jednoznačných i víceznačných příbuznostech mezi útvary 1. řádu; druhý o lineárných příbuznostech mezi útvary 2. řádu. Díl třetí má obsahovati theorii týchž příbuzností v útvarech 3. řádu, mimo to má jednati o lineárných systémech křivek a ploch. Díl čtvrtý konečně má býti věnován Cremonovým transformacím a víceznačným vztahům v rovině i prostoru.

Z bohatého obsahu prvních dvou dílů, dosud vyšlých, buďtež podrobněji uvedeny jen části význačné a zvláště také ty, jež v jiných učebnicích dosud projednávány nebyly anebo jen zřídka.

Díl I. V theorii projektivnosti více místa, než bývá obvyklo, je věnováno metrickým vztahům. Z theorie involuce podrobně je jednáno o vztahu tří vázaných involucí na stranách téhož třístranu (což má důležitost při odvozování fokálních vlastností kuželoseček), a rozšířeno na prostor. Zvláštní kapitola je věnována theorii metricky specialisovaných kuželů 2 st. a podmínkám vzniku rotačních kuželů a válců. O cyklických projektivnostech je jednáno velmi podrobně; snaha po názornosti vrcholí ve větě, dle které každá cyklická projektivnost v řadě může býti z bodu promítnuta „pravidelnou" cyklickou projektivností paprskovou. Trochu překvapuje uvedení v theorii invariantů binárných forem (jen nejjednodušší formace), jež zdá se poněkud zbytečným v souvislosti celého díla.

Principu korrespondence je pěkně užito k odvození Plückerových formulí; je uveden Zeuthenův synthetický důkaz o zachování rodu. Z útvarů, jež vznikají víceznačnými korrespondencemi, zvláště také je projednáván případ rovinné kubiky, vzniklé poloperspektivnou korrespondencí [2, 2]; z tohoto vzniku se udává věta Salmonova o stálosti dvojpoměru tečen. Jako příklad na involutornou korrespondenci [2, 2] je řešen problém Ponceletových polygonů a známý Steinerův „Schliessungsproblem" na rovinné kubice.

Velmi jasně a přehledně je proveden problém rovinné a prostorové projektivnosti; vyniká při něm jasně podstata methody, užívané často v projektivné geometrii k ovládnutí složitého problému. Při tom je pojednáno o Reye-ově tetraedrálním komplexu.

V díle II. opětně mnoho místa je věnováno metrickým vlastnostem kollineací (fokální vlastnosti Smithovy) a velmi podrobně jednáno o speciálních kollineacích, mimo jiné také o Hermite-ových (jimiž se reprodukuje kuželosečka). Plocha 3. st. nejprve vytvořena dle způsobu Grassmannova, nalezeno jejích 27 přímek a zkoumány její specialisace; později znovu se jedná o této ploše v souvislosti se vztahem trilineárným. Z produktů dvou korrelativních útvarů 2. řádu je projednána (a sice stručně) nejen plocha 2. st., nýbrž také Hirstův kvadratický komplex.

Velmi pěkný je oddíl jednající podrobně o konstrukci korrelace z určujících podmínek; postupem typickým pro synthesu postupováno až k případu nejobecnějšímu: určení osmi dvojicemi konjugovaných elementů. To se pak specialisuje pro polaritu (konstrukce kuželosečky z pěti dvojic konjugovaných elementů). V dalším se jedná o lineárných systémech kollineací a korrelací, o apolaritě a o málo známé theorii konnexů Clebschových. Zakončen je tento díl problémem kollineace a korrelace svazků prostorových.

B. Bydžovský.

Zpráva z redakce.

Na schůzi konané za příležitosti středoškolských kursů velikonočních r. 1909, kteráž projednávala otázku středoškolských praktik fysikálních, bylo usneseno vyzvati pp. kollegy na středních školách působící, aby uveřejňovali v tomto Časopise experimentální zkušenosti z praktik jimi vedených, popisy a skizzy zařízení a improvisací, které se osvědčily, jakož i výsledky, jichž tak bylo docíleno. Redakce fysikální části Časopisu se ochotně uvolila takovéto články přijímati a kojí se nadějí, že toto vyzvání nevyzní na prázdno.

R.
