Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Bohumil Kučera

Poznámka k nauce o redukované délce linearného magnetu

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 31 (1902), No. 2, 124--129

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/121597`

stavy vždy též virtualným. Mezi pošinutí aktualná náleží dle věty prvé vždy též libovolný pohyb šroubový. Následkem toho platí o úplných soustavách princip těžiště a princip ploch

$$\sum_1^n \nu\, m_\nu x_\nu'' = \sum_1^n \nu\, X_\nu, \quad \sum_1^n \nu\, m_\nu y_\nu'' = \sum_1^n \nu\, Y_\nu, \quad \sum_1^n \nu\, m_\nu z_\nu'' = \sum_1^n \nu\, Z_\nu,$$

$$\sum_1^n \nu\, m_\nu (y_\nu z_\nu'' - y_\nu'' z_\nu) = \sum_1^n \nu\, (y_\nu Z_\nu - Y_\nu z_\nu),$$

$$\sum_1^n \nu\, m_\nu (z_\nu x_\nu'' - z_\nu'' x_\nu) = \sum_1^n \nu\, (z_\nu X_\nu - Z_\nu x_\nu),$$

$$\sum_1^n \nu\, m_\nu (x_\nu y_\nu'' - x_\nu'' y_\nu) = \sum_1^n \nu\, (x_\nu Y_\nu - X_\nu y_\nu).$$

(Pokračování.)

Poznámka k nauce o redukované délce linearného magnetu.

Napsal

Dr. Bohumil Kučera,

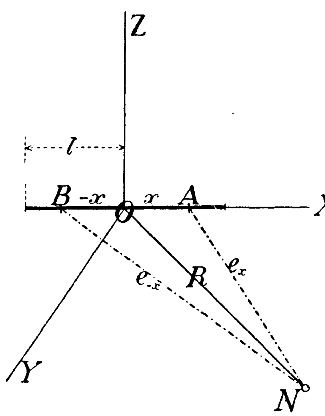
assistent fysikálního ústavu v Darmštatě.

Nauka o pólech magnetu má podklad čistě mathematický; póly nejsou fysikálně danými body na magnetu, nýbrž jsou pomocnými pojmy, kteréž ovšem při jistých měřeních značně ulehčují mathematické zpracování výsledků. Již ku konci století 18. zanášeli se Lambert,[1]) Kupffer[2]) a Dalla Bella[3]) touto otázkou, ale došli dle různých experimentálních uspořádání a mathematických předpokladů k výsledkům naprosto nesouhlasným. Lamont[4]) prvý ukázal, že poloha supponovaných pólů nezávisí jenom od geometrických poměrů magnetu a rozdělení magnetismu, nýbrž i od polohy bodu, v němž působení magnetu se má vyšetřiti. Póly magnetu a tím i jeho redukovanou délku

---

[1]) Lambert, Hist. de l'acad. de Berlin 1766, pg. 22.
[2]) Kupffer, Ann. de Chim. et de Phys. 36, pg. 50.
[3]) Dalla Bella, Mem. da Acad. de Lisboa. T. 1.
[4]) Lamont, Handb. d. Magnetismus. Leipzig 1867, pg. 295.

definujeme tak, že, myslíme-li si veškerý magnetismus v nich koncentrován, má takto určený abstraktný (mathematický) magnet jeviti totéž působení na venek, jako reálný magnet fysikální. Riecke[1]) vypočítal potenciál tyčovitého magnetu a ukázal na rozdíl mezi póly magnetu, definovanými jakožto „středy parallelních sil", které v magn. poli homogenním na jednotlivé elementární magn. náboje působí, a mezi „póly aequivalentními", kterýmiž můžeme magnet nahraditi při stanovení působení jeho v okolí, počínaje od vzdálenosti, pro něž poměr páté mocniny délky magnetu k páté mocnině vzdálenosti jest prakticky nekonečně malým. Z Rieckeových vývodů je patrno, že poloha aequivalentních pólů je různou pro různé azimuty bodu, v němž magn. sílu vyšetřujeme; jen v případě, že magnet je rotačním tělesem, je poloha ta od azimutu nezávislou.



V následujících řádcích chci krátce odvoditi vzorec pro redukovanou délku tyčovitého magnetu, kterýž dle odvození svého není sice tak všeobecným jako vzorce Rieckeovy, jsa jen jejich specielním případem, ale pro experimentální práce s obvyklými tvary magnetů zplna vystačí. Za tím účelem musíme abstrahovati od fysikálné (reálné) formy magnetu a představiti si magnet lineárný, totiž tak, že myslíme si jednotlivé povrchové

[1]) Riecke, Pogg. Ann. 149, pg. 62, 1873 a Wied. Ann. 8, pg. 299, 1879.

náboje magnetické umístěny přímo na příslušném místě jeho osy, t. j. mathematické přímky. Abstrakce tato jest přípustna, má-li magnet tvar relativně dlouhé tyče. Středem tak vzniklého lineárního magnetu proložme systém pravoúhlých souřadnic, v jehož ose X-ové leží magnet sám. Vyšetříme magnetický potenciál v bodě N, ležícím ve vzdálenosti R od počátku souřadnic v rovině (XY), což vzhledem k symmetrii kolem osy X-ové na všeobecnosti nic nemění. Označíme-li množství magnetického náboje na jednotce délkové μ, jež jest všeobecně neznámou funkcí x, pak nachází se v bodě $A(x, 0, 0)$ na elementu délkovém dx náboj $\mu \,.\, dx$, jehož příspěvek k potenciálu v N jest

$$dV_x = \frac{\mu \,.\, dx}{e_x}, \quad \text{kdež} \quad e_x = \overline{AN}.$$

Výraz $\frac{1}{e_x}$ rozvineme dle kulových funkcí argumentu $\cos(Rx)$ nejjednoduššeji na př. takto:

Jsou-li X, Y, 0 koordinaty bodu N, pak lze psáti

$$\frac{1}{e_x} = [\mathrm{R}^2 + x^2 - 2\,\mathrm{R}x \,.\, \cos(Rx)]^{-\frac{1}{2}} = [(X - x)^2 + Y^2]^{-\frac{1}{2}}.$$

Poslední výraz lze považovati za funkci X a rozvinouti dle Taylorovy řady ve

$$\frac{1}{e_x} = f(X - x) = f(X) + (-x) \,.\, \frac{\partial f(X)}{\partial X} + \frac{1}{2!} \,.\, (-x)^2 \,.\, \frac{\partial^2 f(X)}{\partial X^2} + \dots$$

Ježto pro $x = 0$

$$\frac{1}{e_x} = \frac{1}{R} \quad \text{a} \quad \frac{\partial^n f(X)}{\partial X^n} = \frac{\partial^n}{\partial X^n}\left(\frac{1}{R}\right),$$

platí

$$\frac{1}{e_x} = \frac{1}{R} + (-x) \,.\, \frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{1}{R}\right) + \frac{1}{2!}(-x)^2 \,.\, \frac{\partial^2}{\partial X^2}\left(\frac{1}{R}\right) + \dots,$$

což lze, násobíme-li a dělíme-li každý člen příslušnou mocninou R, psáti ve tvaru

$$\frac{1}{e_x} = \frac{1}{R}\left[P_0 + \frac{x}{R}\cdot P_1 + \frac{x^2}{R^2}\cdot P_2 + \frac{x^3}{R^3}\cdot P_3 + \ldots\right],$$

kdež

$$P_0 = 1 \quad \text{a} \quad P_n = \frac{(-1)^n}{n!} R^{n-1} \cdot \frac{\partial^n}{\partial X^n}\left(\frac{1}{R}\right).$$

Řada tato jest, jak se dá snadno dokázati, konvergentní pro $x < R$; faktory P_n, jež, jak známo, nazýváme jednoduchými kulovými funkcemi n-tého řádu, jsou od x nezávislé. Jejich hodnot nám znáti netřeba.

Příspěvek náboje $\mu \,.\, dx$ k potenciálu lze dle uvedeného psáti ve tvaru

$$d V_x = \mu \,.\, dx \,.\, \frac{1}{R} \cdot \sum_{n=0}^{n=\infty} \left(\frac{x}{R}\right)^n . P_n .$$

Supponujeme-li, jak v dalším veskrze se děje, že náš magnet je vzhledem k svému středu symmetricky magnetisován, dává nám náboj $-\mu \,.\, dx$ nacházející se v B ve vzdálenosti $-x$ od středu koordinat příspěvek k potenciálu

$$d V_{-x} = -\mu \,.\, dx \,.\, \frac{1}{R} \cdot \sum_{n=0}^{n=\infty} \left(\frac{-x}{R}\right)^n . P_n .$$

Účinek obou symmetrických elementů je tudíž

$$d V_x + d V_{-x} = \frac{\mu \,.\, dx}{R} \left(2 \,.\, \frac{x}{R} \,.\, P_1 + 2 \,.\, \frac{x^3}{R^3} \,.\, P_3\right),$$

zanedbáme-li členy s faktory počínaje od $\frac{x^5}{R^5}$ vyšších mocnin. Omezuje se tím tudíž platnost našeho výsledku na vzdálenosti, jichž pátá mocnina jest prakticky nekonečně veliká proti páté mocnině délky magnetu, či na body ležící za tak zv. „Gaussovým kruhem".

Celkový potenciál najdeme integrací přes severní polovici našeho magnetu jakožto

$$V = \frac{2}{R^2} \cdot P_1 \cdot \int_0^l x \,.\, \mu \,.\, dx + \frac{2}{R^4} \cdot P_3 \cdot \int_0^l x^3 \,.\, \mu \,.\, dx,$$

kdež $2l$ jest délka magnetu.

Kdybychom měli místo předpokládaného rozdělení veškerý magnetismus $M = \int_0^l \mu \, . \, dx$ a $-M$ koncentrovaný ve dvou bodech o vzdálenostech λ a $-\lambda$ od počátku koordinat, byl by potenciál v bodě N dle výrazu pro $dV_x + dV_{-x}$,

$$V_1 = \frac{2 \, . \, M}{R} \left[\frac{\lambda}{R} \, . \, P_1 + \frac{\lambda^3}{R^3} \, . \, P_3\right].$$

Má-li býti $V = V_1$, je nutno, aby

$$\lambda M = \int_0^l x \, . \, \mu \, . \, dx \quad \text{a} \quad \lambda^3 . \, M = \int_0^l x^3 . \, \mu \, . \, dx.$$

Prvá rovnice vyjadřuje podmínku, že magnetický moment redukovaného magnetu musí býti týž jako moment magnetu lineárného. Dělíme-li druhou rovnici prvou, obdržíme pro redukovanou délku λ magnetu

$$\lambda^2 = \frac{\int_0^l x^3 . \, \mu \, . \, dx}{\int_0^l x \, . \, \mu \, . \, dx}.$$

Výraz tento určuje zároveň polohu „pólů aequivalentních“; zřejmě vidíme, jak liší se od polohy „středů parallelních sil“, dané výrazem

$$\overline{\lambda} = \frac{\int_0^l x \, . \, \mu \, . \, dx}{\int_0^l \mu \, . \, dx},$$

kterýž plyne ostatně také z hořeního odvození, zanedbáme-li již členy s faktory $\frac{x^3}{R^3}$, čímž platnost jeho theoreticky přesná pro nekonečné R se prakticky limituje.

Z dosavadních, ryze mathematických úvah je patrno, že platí pro každý druh působení do dálky s reciprokým kvadrátem vzdálenosti, ovšem za uvedené supposice symmetrie obou nábojů opačné polarity. Úlohou experimentu je stanoviti rozdělení nábojů podél tyče, či jinak určiti μ jakožto funkci x.

Van Rees[1]) našel pro magnet délky 50 *cm* s kvadratickým průřezem o straně 2*cm* rozdělení dle zákona

$$\mu = a \,.\, \log b\,(b^x - b^{-x}),$$

kdež a a b jsou konstanty experimentem dané. Z jeho dat plyne pro toto rozdělení

$$\lambda = 0{,}825 \,.\, l \quad \text{a} \quad \overline{\lambda} = 0{,}717 \,.\, l.$$

Semily, v srpnu 1901.

Rapports présentés au Congrés International de Physique

réuni à Paris en 1900 sous les auspices de la Société Française de Physique, rassemblés et publiés par *Ch. Éd. Guillaume* et *L. Poincaré.*

Referuje

Dr. **Vladimír Novák,**
docent české university v Praze.

K podnětu francouzské společnosti fysikální „*Société Française de Physique*" konal se ve dnech 6. až 12. srpna minulého roku internacionální sjezd fysiků v Paříži.

Předsedou kongressu zvolen *Marie Alfred Cornu,* člen institutu, místopředsedou *Louis Paul Cailletet*; jednatelem pro Francii *Lucien Poincaré*, pro ostatní země *Charles Eduard Guillaume.* Čestným presidentem zvolen lord *Kelvin.*

Účelem kongressu bylo jednati o definici a realisaci některých jednotek fysikálních, sestaviti bibliografii fysiky, referovati o nových pracích původních, přičiniti se o zařízení státních laboratoří a navštíviti výstavu jakož i některé proslulé laboratoře a mechanické dílny.

Diskusse a návrhy nových jednotek týkati se měly těchto

---

[1]) Van Rees, Pogg. Ann. 70, pg. 1, 1847 a ibid. 74, pg. 213, 1848. Srovnej Wüllner, Experimental-Physik, 5. Aufl. III. Bd.