Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 26 (1897), No. 4, 241--248

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121664

souhlasný, takže je možno sečísti: ježto však pro různé ty částice také r (poloměr smyčky) jest týž, plyne, že

$$\Sigma f = k \cdot \frac{i}{r^2} \Sigma \lambda.$$

$\Sigma \lambda$ však jest délka celé smyčky, tedy $2\pi r$, i obdržíme jako intensitu pole magnetického uprostřed kruhové smyčky proudové:

$$H = k \cdot \frac{2\pi i}{r}.$$

Konstanta k závisí na volbě jednotek, i může sloužiti ku *definici* intensity; možno totiž jednotku pro i tak *voliti*, aby bylo $k = 1$. Jest patrno, že jednotku intensity přisoudíme takovému proudu, jenž probíhaje kruhovou smyčkou s poloměrem $r = 1$ *cm*, vzbudí ve středobodu magnetické pole, jehož intensita $H = 2\pi$. To jest definice intensity proudu v soustavě *elektromagnetické*. K účelům praktickým volíme jednotku desetkráte menší, i nazýváme ji *amper*.

Leží-li vedle sebe n závitů, jimiž týž proud probíhá, jest magnetické pole ve středobodu n-kráte silnější: měříme-li intensitu na ampery, platí tudíž rovnice

$$H = \frac{0{\cdot}2 \cdot 2\pi i n}{r}.$$

(Dokončení.)

Věstník literární.

Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales. *Par Apell - E. Goursat.* Étude des fonctions analytiques sur une surface de Riemann. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1895. Stran 530.

Krásnému dílu proslulých autorův se dostalo ctí, že mu předeslal slavný *Hermite* předmluvu, jež nejlépe charakterisuje i obsah i směr knihy; v ní způsobem mistrným načrtnut rozvoj důležité části moderní analyse, jíž věnován jest spis pánů Appella a Goursata. Čtenářům Časopisu se dojista zavděčíme, kladouce sem doslovný překlad oné předmluvy.

„Pojednáním Puiseux-ovým o funkcích algebraických, uveřejněným r. 1854, zahájena řada úvah, jež vedla k velkým objevům mathematickým naší doby. Tyto objevy obdařily vědu početní nutnými a užitečnými principy, jež jí byly do té doby scházely; ony nahradily pojem funkce, před tím temný a neúplný, přesnou koncepcí, která přetvořila analysi, poskytnuvši jí nových základův. Puiseux ponejprv zcela jasně vytkl nedostatečnost a pochybenost onoho stanoviska, s něhož nazíráno, tak jako na polynomy a na racionalné lomené funkce, též na algebraické irracionality a všecky veličiny v nekonečně velkém počtu, jichž původ jest v integralním počtu. Sleduje cestu Cauchy-ho, uvažuje posloupnost hodnot imaginarných, dráhy opsané současně hodnotou proměnnou a kořeny rovnice, ukázal znamenitý mathematik ten podstatné rysy jich povahy analytické. On objevil význam bodů kritických a okolnosti, za nichž se děje výměna začátečných hodnot kořenů, když proměnná, opsavši uzavřenou dráhu obmykající jeden neb více takových bodů, se vrátí do svého východiště. On sledoval důsledky těchto výsledků v studiu integralů algebraických differencialů. On uznal, že v různých cestách integračních jest vznik mnohoznačnosti integralu, čímž dospěl k původu, dosud úplně skrytému, periodicity funkcí kruhových, elliptických a transcendent závislých na více proměnných, jež Jakobi byl definoval jakožto funkce inversní integralů hyperelliptických.

Po pracích Puiseux-ových následují r. 1857 práce Riemannovy, přijaté jednomyslným obdivem, jakožto nejpamátnější událost v analysi naší doby. Tato kniha jest právě věnována exposici díla velkého mathematika, jakož i exposici úvah a objevů, jež z něho vznikly.

Podkladem jejich jest koncepce obzvláště originalní, koncepce ploch, jimž dáno jméno vynálezce, utvořených z rovin na sebe vložených v počtu rovnajícím se stupni algebraické rovnice, a spojených čarami přechodními, jež spojují jistým způsobem body kritické. Vytčení těchto čar je první veledůležitá věc, zatím však již velice zjednodušená a usnadněná jistou krásnou větou p. Lürotha. Potom se naskytuje pojem ploch souvislých, jich řádů souvislosti, věty o snížení těchto řádů pomocí řezů, a pak následuje utvoření kanonické soustavy řezů činících plochu jednoduše souvislou. Z těchto hlubokých a choulostivých úvah vyplývá jisté geometrické zobrazení, jež se jeví mohutným nástrojem při studiu funkcí algebraických.

Vyžadovalo by příliš mnoho času, kdybychom chtěli připomenouti všecky objevy jevící ráz největšího mathematického ingenia, k němuž ono vedlo Riemanna; naznačím pouze některé z nich.

Již dávno před pracemi Puiseux-ovými se byly vyskytly body kritické v theorii algebraických čar; jich počet udává třídu čili jinak stupeň rovnice reciproké poláry. Seznalo se, že se třída čáry sníží, má-li čára vícenásobné body, a že pak body inflekční se ztratí; avšak tyto tak zajímavé výsledky zůstávaly omezeny na oblasti geometrie. Riemann připojil geometrii k analysi, přidav k nim nový a plodný pojem, t. j. pojem substitucí, jimiž se souřadnice vyjadřují jakožto racionalné funkce dvou proměnných, při čemž zároveň tyto proměnné jsou též racionálnými funkcemi oněch souřadnic. Přihlížíme-li k rovnici čáry zoveme je *substitucemi biracionalnými*; nečiníme-li tak, nazýváme je *substitucemi Cremonovými*, připomínajíce krásné práce, jež jim slavný tento geometr věnoval. Rovnice, jež v počtu nekonečném z jedné rovnice těmito transformacemi vycházejí, se pokládají za equivalentní, jich souhrn tvoří třídu rovnic a jim všem jest společným jistý element rázu invariantivného. Jest to celistvé číslo, které Riemann nazval *rodem* čáry a označil literou p; číslo to souvisí s počtem n bodů kritických a se stupněm m rovnicí $n = 2(m + p - 1)$.

Koncepce třídy rovnic algebraických, pak rodu a konečně právě podaná relace se řadí mezi jeho nejpamátnější objevy; ony vedly k nepředvídanému výsledku, že mnohonásobné body, potud jen v geometrii uvažované, mají v analysi význam čelný jakožto charakteristické elementy základních vlastností funkcí algebraických. Máť zajisté platnost ta krásná věta, že rovnice téže třídy se převádějí na normalnou rovnici stupně $p + 2$, s $\frac{1}{2} p(p - 1)$ dvojnásobnými body. Vycházeje z tohoto jednoduchého znění věty, za než děkujeme panu Nötherovi, připomenu některé důsledky její.

Za supposice, že p jest nullou, rovnice normalná jest stupně druhého a její souřadnice jsou racionalné funkce jednoho parametru: totéž platí tudíž pro všecky čáry rodu nulltého, čáry o maximalním možném počtu dvojných bodů za daného stupně. Jsou to čáry, jež před tím byl studoval p. Cayley, a jimž byl slavný tento mathematik dal název čar *unikursalných*, obecně přijatý. Dále předpokládejme $p = 1$ a $p = 2$, i zmenší se onen maximální počet o jednu resp. o dvě jednotky; pak jest nutno adjungovati druhou admocninu z polynomu, jenž jest stupně čtvrtého resp. šestého vzhledem k pomocné proměnné. Výrazy vycházející touto cestou lze především applikovati na integraci algebraických funkcí rodu p, t. j. racionalných funkcí proměnné a kořene rovnice tohoto rodu. Při $p = 0$ plynou tyto hodnoty v zakončeném tvaru; při $p = 1$ se redukují na integraly elliptické; tím zřejmo, jakého rozsahu nabývá methoda založená na substitucích, jejíž použití před tím bylo tak omezené. Avšak pojem rodu se jeví v plném svém dosahu a v plné své mohutnosti v jiných úvahách, především u theoremu Abelova.

Abel učinil fundamentální objev, že součet libovolného počtu integralův, o libovolných mezích, téhož differencialu algebraického lze vyjádřiti pevným počtem obdobných integralů s připojením jisté veličiny algebraické a logarithmické.

Riemann ukázal, že tento počet jest rod funkce; tím doplnil práci Abelovu a dal jeho theoremu definitivní znění formulováním úžasně jednoduchým. Současně dospěl, a to pomocí úvah geometrických, k definici integralů prvního, druhého a třetího druhu se stanoviska úplně nového, různého od stanoviska theorie funkcí elliptických, a dokázal, že existuje p integralů prvního druhu a p integralů druhého druhu linearně neodvislých. Je známo, že tímto proslulým Abelovým theoremem a theorií funkcí elliptických zahájen obor moderní analyse. Jacobi postřehl, jakož sám dí, jeho pravou podstatu zobecněním problemu inverse elliptického integralu a definováním funkcí více proměnných o vícenásobné periodicitě, jež mají addiční theorem tak jako funkce elliptické. Göpel a Rosenhain první řeší otázku inverse pro případ integralu hyperelliptického prvního řádu; pan Weierstrass pak ji projednává pro integraly libovolného řádu a stanoví obecně výraz nových transcendent.

Objevy slavného analysty o otázce stížené velkými obtížemi, vyskytujícími se u funkcí více proměnných, dlužno čítati k nejdůležitějším a k nejkrásnějším, jež kdy byly učiněny v Analysi. Po jeho pracích následují práce Riemannovy; problem inverse integralů funkcí algebraických řešen v případě nejobecnějším, a opět jsou to funkce holomorfní o libovolném počtu proměnných, obdobné transcendentě Θ Jacobiho, jež poskytují řešení. Avšak velký mathematik vychází z jiných principů a béře se svou vlastní cestou; užívá postupu proměnné na ploše vytvořené rovinami na sebe vloženými, čar přechodných mezi těmito rovinami, soustavy řezů, jimiž se plocha stává jednoduše souvislou; vyvozuje svými originalnými a hlubokými methodami objevy obdivuhodné.

Autoři této knihy si položili za cíl, vyložiti tyto objevy: předevzali si poskytnouti snadný přístup k novým úvahám, jež jsou jich principem; hleděli podati podrobná vysvětlení o strojení ploch Riemannových, o pojmu souvislosti, hleděli čtenáře úplně seznámiti s užíváním řezů, jež nahrazují v integraci funkcí algebraických kličky (lacets) Puiseux-ovy.

Na prvním místě uvažovány nejjednodušší z těchto funkcí závislé na druhé odmocnině z polynomu, zároveň s dvojlistou plochou, příslušnou této odmocnině; jich studium tvoří propravu pro obecné theorie. Volí-li se tato cesta a počne-li se případem zvláštním, jest třeba jen méně namahání k porozumění abstraktním a jemným methodám, a za menších obtíží lze pak k těmto přistoupiti v případě obecném. Hned na počátku vytčen pojem rodu se stanoviska úplně elementarního, na něž se byl postavil pan Weierstrass; jednoduchá relace mezi rodem a počtem čar přechodných se pak sama objeví; dále vytčena věta, že uvažované funkce algebraické jsou na této ploše jednoznačnými, jakož i theorem opačný, nanejvýš zajímavý; konečně přechodem z Algebry do počtu integralního, definice a podstatné známky hyperelliptických integralů tří druhů. Pamětihodné objevy, jež Riemann o těchto veličinách učinil, vyloženy podrobně; ukazují skvělým způsobem mohutnost method jím do Analyse zavedených.

Podstatný cíl tohoto díla jest tedy uvedení do oněch výtvarů genia, a to jasným výkladem složitých otázek o souvislosti, o transformaci dvojlisté plochy do plochy jednoduše souvislé pomocí řezů, o úloze, jež připadá řezům jakožto čarám přetržitosti, poskytujícím nový vznik periodám Puiseuxovým zvaným *moduly periodičnosti integralu*, konečně výkladem relac mezi těmito moduly, na nichž se zakládá řešení problemu inverse a definice integralů normalných. Toto studium integralů hyperelliptických, v němž se stíhá tolik hlubokých a plodných myšlének, tolik krásných a důležitých výsledků, jest vyučováním novému umění analytickému, jež se jeví v otázkách vyššího řádu, v nichž uvažovány funkce algebraické se stanoviska nejobecnějšího. Dráha jest tu již napřed osvětlena a jest pro čtenáře schůdnější; shledá se zde za většího světla s týmiž úvahami, a originalnost methody mu nebude již takovou obtíží. Pozná též úvahy novější, krásné práce, k nimž se pojí slavná jména: Klein, Clebsch a Gordan, Brill a Nöther, Lüroth, a jména jiných, již přičinili k objevům Riemannovým další objevy a již je doplnili v podstatných kusech.

Jeden takový doplněk záleží v tom, že lze algebraickou čáru, nechť má jakékoli mnohonásobné body, převésti transformací biracionalnou do čáry, jež má pouze body dvojnásobné a to o nesplývajících tečnách. Doplněk ten projednán na základě poznámky učiněné Halphenem, se všemi podrobnostmi, jichž jeho důležitost vymáhá. Stanovení integralů hyperelliptických, jež lze vyjádřiti ve tvaru logarithmickém a jemuž též věnovány práce Halphenovy a p. Picarda, applikace theoremu Abelova na geometrii, tak plodné a zajímavě, ony, jež specialně se týkají čar bikvadratických v rovině, a jiné ještě applikace, které mi nelze vypočísti, vzbudí zájem čtenářův.

Kniha tato prokáže velkou a význačnou službu studujícím na fakultách filosofických mladým mathematikům jimž jest určena, poskytujíc jim bez přílišného namahání jasný názor a úplné porozumění v díle mathematickém, jež v naší době jest nejkrásnějším co do síly vynalézavosti. Ona je přiměje, by se jí nadchli a by sledovali stopy autorův, pánů Appela a Goursata, a tolika jiných žáků Riemannových, jichž práce, zaujímajíce vážné místo v analysi naší doby, jsou přímou applikací method velkého mathematika."

(Přel. *Ed. Weyr.*)

Traité d'Analyse. *Par Emile Picard,* T. III: Des singularités des équations diffirentielles. Étude du cas où la variable reste réelle; des courbes définies par des équations différentielles. Equations linéaires; analogies entre les équations algébriques et les équations linéaires. Paris, Gauthiers-Villars et fils, 1896. Str. 568.

Ponechávajíce podrobný rozbor tohoto 3. dílu krásného spisu p. Picardova na dobu pozdější, podotýkáme jen tolik, že i tento svazek, věnovaný differencialním rovnicím, vyniká bohatostí látky, a to většinou čerpané z prací nejnovějších, v nichž velký podíl měl pan autor sám; stačí zde připomenouti jeho approximační methody k integraci differencialných linearných rovnic, o jeho theorii gruppy differencialných linearných rovnic, obdobnou Galois-ově theorii rovnic algebraických. Pan autor této své theorii předeslal theorii substitucí jakož i hlavní zásady Galois-ovy, a jasným svým výkladem těchto hlubokých úvah se dojista zavděčil svým čtenářům. Končíme s nejvřelejším doporučením také tohoto 3. svazku všem pěstitelům moderní analyse.

Ed. Weyr.

Sbírka úloh z algebry *pro vyšší třídy středních škol.* Sestavili *Frant. Hromádko* a *Al. Strnad.* Vydání páté. V Praze. Nákladem Jednoty českých mathematiků 1896.

Kniha tato od prvního vydání svého r. 1876 hojných doznala změn, ač původní ráz její v hlavních rysech zůstal nezměněn. Srovnávajíce jednotlivá vydání můžeme tvrditi, že při každém novém z nich hleděno bylo ke zdokonalení knihy po stránce věcné i formální, k rozmnožení obsahu a ku přizpůsobení účelům školním, jimž kniha jest věnována. Tak i toto nové vydání lze nazvati opraveným a rozmnoženým. Vytkneme stručně, čím od vydání čtvrtého ku prospěchu svému se liší. Některé méně vhodné příklady nahrazeny úlohami zcela novými; případů takových napočítali jsme celkem 75. V jiných úlohách učiněny opravy formalné neb stylistické, starší data statistická nahrazena novějšími. Úlohy, ve kterých se o záležitostech peněžních jedná, upraveny byly na měnu korunovou; kde bylo možno, čísla ponechána, jinde dle smyslu úlohy zdvojnásobena. V několika úlohách, na př. v úl. 5. a 6. § 5., úl. 68. a 86. § 26., úl. 65., 67. a 68. § 37. připojena k hodnotám obecným též přiměřeně volená data zvláštní. Úlohy o determinantech omezeny jsou na stupeň druhý a třetí. Vedle těchto změn hledících ku věcnému opravení a methodickému upravení knihy rozšířen obsah její zařaděním četných úloh nových na místech, kde potřeba toho se ukázala. Nejvíce rozmnoženy úlohy o rovnicích, zejména přidány v § 42. některé rovnice logarithmické; mimo to přidáno zvláště úloh o násobení a dělení mnohočlenů, o logarithmech a veličinách imaginárných.

Aby se dosavadní číslování úloh neporušilo, označeny nově vložené úlohy čísly běžnými s připojením menších číslic jakožto ukazatelů; úlohy nové, dané náhradou na místě dřívějších, označeny jsou hvězdičkou. Tímto zřejmým poznamenáním úloh nových a zachováním čísel úloh starších docíleno toho, že lze vedle vydání tohoto užíti ve škole též vydání předešlého. Dle užitého označení bylo nám snadně možno konstatovati, že v oddílu I. přidáno 55 úloh, ve II. oddílu 10, ve III. 45, ve IV. 77, v V. 76, v VI. 38; cvičebná látka ve sbírce obsažená rozhojněna tudíž o 301 úlohu.

Ačkoli v každém odstavci shledáváme změny odůvodněné a bedlivě uvážené, zůstal přece celkový ráz knihy neporušen; i rozmnožení počtu úloh ze 3879 na 4180 jen nepatrně — toliko o 4 strany — zvětšilo objem knihy. To umožněno bez ujmy přehlednosti a zřetelnosti tím, že sazba lépe uspořádána, aby nebylo zbytečně místem plýtváno. Nicméně jest tisk zřetelný a typografická úprava velmi slušná.

K této nové úpravě knihy, jež jest hlavní zásluhou neunavného a osvědčeného odborníka p. Al. Strnada, nyní ředitele c. k. vyšší reálky v Kutné Hoře, můžeme upřímně gratulovati.

Končíme tudíž tuto svou úvahu přáním, aby sbírka, které po více než 20 let na všech českých školách středních s prospěchem se užívalo, i na dále sloužila ke zdaru mathematického vyučování ve vlastech našich. *Aug. Pánek.*

Úkoly a návod ku počítání z paměti. Doplněk ku početnicím pro školy obecné, měšťanské i všeliké střední. Sestavil *Martin Kuchynka*, professor na c. k. učitelském ústavě v Praze. Třetí, valně rozmnožené vydání. V Praze 1897. Nákladem vlastním. V komissí Frant. Řivnáče. M. 8°, str. 232. Cena 1 K. váz.

S opravdovým potěšením upozorňujeme p. p. kollegy na nové vydání výborné sbírky úloh prof. M. Kuchynky. Svým objemem činí třetí vydání dojem sbírky nové, ač přirozené rozdělení látky starších vydání zachováno. Pan auktor obohatil sbírku velikým počtem nových vhodně volených úkolů, jmenovitě z počtu procentového, úrokového, spolkového, směšovacího a mincovního, z planimetrie a stereometrie. Sbírka tak pozměněná poskytuje možnost většího procvičení látky. Dle nového číslování obsahuje sbírka 1000 úkolů (proti 640 úkolům 2. vyd.); při tom shrnuto jest místy velké množství příkladů pod jedním číslem, tak že ve skutečnosti jest nových úkolů dobrá polovina. Sbírka učiněna též přehlednější případným rozdělením v menší odstavce. Přísným požadavkům nevyhovuje toliko typografická úprava knížky, ač nezměněná nízká cena 1 K za exempl. váz., při zvětšení objemu téměř dvojnásobném, nutí ku shovívavosti.

Bylo by od místa zmiňovati se o důležitosti sbírky této vůbec a platných službách, jež dosud na školách vykonala, zvláště. Ocenili jsme ji na tomto místě již při prvých dvou vydáních a příznivý úsudek náš byl praksí potvrzen. Gratulujeme p. auktoru k třetímu vydání, jemuž všestranného rozšíření ve prospěch počtářského učení žádáme. Prof. *J. Pour.*