

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Vincenc Jarolímek  
O pravidelném patnáctiúhelníku

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 27 (1898), No. 3, 231--233

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121867>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1898

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

si bod  $p$  obecněji, aby  $\overline{ap} : \overline{bp} = \lambda$ . V bodě  $p$  vztýčme jako prve kolmici a na ní vyznačme bod  $q$  dle poměru  $\overline{pq} : \overline{ab} = k$ .

Potom jsou souřadnice bodu  $q$

$$\xi_q = \frac{x_2 \lambda - x_1}{\lambda - 1} + k(y_2 - y_1),$$

$$\eta_q = \frac{y_2 \lambda - y_1}{\lambda - 1} - k(x_2 - x_1).$$

Souřadnice všech ostatních vrcholů  $q$  obdržíme cyklickou záměnou. Sečtením všech  $\xi$  a  $\eta$  nabudeme

$$\sum_1^n (\xi) = \sum_1^n (x), \quad \sum_1^n (\eta) = \sum_1^n (y),$$

pročež body  $s$  a  $s'$  jsou identické.

## O pravidelném patnáctiúhelníku.

Napsal

**Vincenc Jarolímek,**

ředitel c. k. české realky v Ječné ulici v Praze.

V těchto řádcích chceme vyvinouti dvě zajímavé relace, týkající se pravidelného patnáctiúhelníka; při tom nechť značí  $a_n$  strany pravidelných  $n$ -úhelníků vepsaných do téže kružnice.

1. Budiž  $\overline{ob} = \overline{od} = \overline{bd} = a_6$ ,  $\overline{bc} = a_{10}$ . Pak jest  $\overline{cd} = a_{15}$ , ježto  $\widehat{bd}$  rovná se šestině,  $\widehat{bc}$  desetině obvodu kruhu a

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}.$$

Učínme  $dj \parallel ch \perp kb$ , tudíž

$$\overline{kd} = \overline{dj} = a_3, \quad \overline{ch} = a_5.$$

Posléze veďme  $ce \parallel bo$ . V  $\triangle dec$  jest

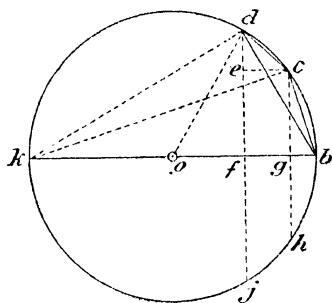
$$\overline{cd}^2 = a_{15}^2 = \overline{de}^2 + \overline{ec}^2 = \overline{de}^2 + \overline{fg}^2 = (df - cg)^2 + (fb - gb)^2,$$

tedy

$$a_{1,5}^2 = (\overline{df}^2 + \overline{fb}^2) + (\overline{cg}^2 + \overline{gb}^2) - 2\overline{df} \cdot \overline{cg} - 2\overline{fb} \cdot \overline{gb}$$

čili

$$(1) \quad a_{1,5}^2 = \overline{bd}^2 + \overline{bc}^2 - 2 \cdot \frac{\overline{dj}}{2} \cdot \frac{\overline{ch}}{2} - 2 \cdot \frac{\overline{ob}}{2} \cdot \overline{gb}.$$



Avšak  $\overline{bd}$  rovná se poloměru kružnice  $a_6$ , mimo to  $\overline{bc} = a_{10}$ , tedy, jak známo,

$$(2) \quad \overline{bd}^2 + \overline{bc}^2 = a_6^2 + a_{10}^2 = a_5^2;$$

v  $\triangle kbc$  jest pak

$$\overline{kb} : \overline{bc} = \overline{bc} : \overline{gb},$$

z čehož

$$(3) \quad \overline{gb} = \frac{\overline{bc}^2}{\overline{kb}} = \frac{a_{10}^2}{2a_6}.$$

Substitucemi hodnot (2) a (3) do (1) vyjde

$$a_{1,5}^2 = a_5^2 - 2 \cdot \frac{a_3}{2} \cdot \frac{a_5}{2} - a_6 \cdot \frac{a_{10}^2}{2a_6}$$

čili

$$(4) \quad 2a_{1,5}^2 = 2a_5^2 - a_3 \cdot a_5 - a_{10}^2.$$

Rovnici (4) lze také psáti

$$2a_{1,5}^2 = a_5^2 - a_3 \cdot a_5 + a_5^2 - a_{10}^2;$$

že však zase

$$a_5^2 - a_{10}^2 = a_6^2,$$

jest také

$$(5) \quad 2a_{15}^2 = a_5^2 - a_3 \cdot a_5 + a_6^2.$$

2. Ve čtyřúhelníku z tetiv  $kbcd$  jest dle věty Ptolemaeovy

$$\overline{kc} \cdot \overline{bd} = \overline{cd} \cdot \overline{kb} + \overline{bc} \cdot \overline{kd}$$

čili

$$(6) \quad \overline{kc} \cdot a_6 = a_{15} \cdot 2a_6 + a_{10} \cdot a_3.$$

Ježto  $\triangle kbc \sim \triangle cgb$ , jest

$$\overline{kc} : \overline{kb} = \overline{cg} : \overline{cb}$$

nebo

$$\overline{kc} : 2a_6 = \frac{a_5}{2} : a_{10},$$

tedy

$$(7) \quad \overline{kc} = \frac{a_5 \cdot a_6}{a_{10}}.$$

Dosazením hodnoty (7) do (6) vyjde

$$\frac{a_5 \cdot a_6^2}{a_{10}} = 2a_6 \cdot a_{15} + a_3 \cdot a_{10},$$

z čehož konečně

$$(8) \quad a_{15} = \frac{a_5 \cdot a_6^2 - a_3 \cdot a_{10}^2}{2a_6 \cdot a_{10}}.$$

*Dodatek.* Je-li poloměr kružnice  $r$ , dostaneme substitucí známých hodnot

$$a_3 = r \cdot \sqrt{3}, \quad a_5 = r \cdot \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}},$$

$$a_6 = r, \quad a_{10} = \frac{1}{2} (-1 + \sqrt{5}) \cdot r$$

do rovnice (4) nebo výhodněji do (8) po náležitě redukci známý výraz

$$a_{15} = \frac{1}{4} r \cdot (\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{3} - \sqrt{15}) = 0.41582 r.$$