3. řada cotangent polovičních úhlů vnitřních o rozdílu

$$d_2 = -\frac{d}{\varrho} = -\frac{d\sqrt{3(m^2-d^2)}}{m^2-d^2};$$

4. řada převrácených hodnot poloměrů kružnic vně vepsaných o rozdílu

$$d_3 = -\frac{d}{3m\varrho} = -\frac{d\sqrt{3(m^2-d^2)}}{3m(m^2-d^2)};$$

5. řada převrácených hodnot jeho výšek o rozdílu

$$d_4 = \frac{d}{6\varrho m} = \frac{d\sqrt{3(m^2-d^2)}}{6m(m^2-d^2)}.$$

(Dokončení.)

Úlohy.

Úloha 31.

Rozdělíme-li šesticiferné číslo ve dvě skupiny po 3 cifrách, liší se jedna skupina od druhé opačným pořádkem cifer. Součet dvojmocí obou skupin jest o 46359 menší než trojnásobné číslo dané. Rozdělíme-li číslo toto ve 3 skupiny dvojmístné, mají se k sobě jako 4 : 11 : 7. Které jest to číslo?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 32.

Kterého čísla dvojmoc shoduje se s číslem tím ve dvou posledních číslicích?

Týž.

Úloha 33.

Který jest součet a) dvojmocí, b) čtvrtých mocnin všech kořenů rovnice

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0?$$

Týž.

Úloha 34.

Stanoviti kořeny rovnice stupně třetího

$$x^3 - 10x + \sqrt{2} + \sqrt{3} = 0,$$

předpokládáme-li pouze známost řešení rovnic stupně druhého.

R.

Úloha 35.

Řešiti jest rovnici

$$2^{3x} - 8 \,.\, 2^{-3x} - 6\,(2^x - 2^{1-x}) = 1.$$

R.

Úloha 36.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$[(\sqrt[9]{7})^{2x}]^{3y} = 7^3$$

$$(777^{x-y-1})^{x^2+6y^2-60} = 1.$$

R.

Úloha 37.

Úhel AB půlen jest polopaprskem C. Uvnitř úhlu toho dán bod p, jímž vedeny kolmice

$$pa \perp A,\ pb \perp B,\ pc \perp C;$$

mimo to učiněno $cd \perp A$. Dokažte, že

$$\overline{pa} + \overline{pb} = 2 \,.\, \overline{cd}.$$

Kterak změní se tento výsledek, je-li bod p vně úhlu AB?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 38.

Sestrojiti pětiúhelník, dány-li a) středy jeho stran, b) středy úhlopříček.

Týž.

Úloha 39.

Ke kruhovému oblouku $\overline{ab}$, *jehož střed jest* o, *sestrojeny v bodech* a, b *tečny protínající se v* c. *Tečna v libovolném bodě* p *téhož oblouku zřízená seče* $\overline{ac}$ *v* m, $\overline{bc}$ *v* n. *Které jest geom. místo středu kružnice opsané trojúhelníku* omn?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 40.

Je-li v trojúhelníku úhel $\alpha = 2\beta$, *jest*

$$a^2 = b\,(b+c)$$

a příčka půlící úhel α *má délku* $bc : a$. *Důkaz?*

Týž.

Úloha 41.

V přímce dány body m, n, o. *Z bodu* o *jakožto středu opsána kružnice, k níž vedeny tečny body* m, n. *Které jest geom. místo průsečíků těchto tečen, mění-li se poloměr kružnice?*

Týž.

Úloha 42.

Řešiti jest rovnici

$$\sin 3x - 3 \cos x = \sqrt{2} \, . \cos 3\,(x + 15^0).$$

R.

Úloha 43.

Dokažte, že trojúhelník, o jehož úhlech platí relace

$$\cos\alpha \cos\beta \sin\gamma = \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sec\alpha + \sec\beta},$$

jest pravoúhlý.

R.

Úloha 44.

Jsou-li a, b, c strany trojúhelníka, x, y, z délky os úhly půlících, jest dokázati vztah

$$\frac{(a+b)^2}{ab} z^2 + \frac{(b+c)^2}{bc} x^2 + \frac{(c+a)^2}{ca} y^2 = (a^2+b^2+c^2)^2.$$

R.

Úloha 45.

Dokázati, že o úhlech čtyrúheluíka v platnosti jest relace

$$tg\,\alpha + tg\,\beta + tg\,\gamma + tg\,\delta = tg\,\alpha\,tg\,\beta\,tg\,\gamma + tg\,\alpha\,tg\,\beta\,tg\,\delta$$
$$+ tg\,\alpha\,tg\,\gamma\,tg\,\delta + tg\,\beta\,tg\,\gamma\,tg\,\delta.$$

R.

Úloha 46.

Je-li $x + \frac{1}{x} = 2\cos\alpha$, *dokažte, že* $x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos n\alpha$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 47.

Ustanovte úhel γ a obsah trojúhelníka, jehož strany jsou vyjádřeny čísly poměrnými

$$a = 2u + 1$$
$$b = u^2 - 1$$
$$c = u^2 + u + 1;$$

při tom jest u číslo libovolné. *Týž.*

Úloha 48.

Řešiti jest trojúhelník, dány-li jeho těžnice

$$t_1 = \sqrt{430},\ t_2 = \sqrt{367},\ t_3 = \sqrt{298}.$$

Týž.

Úloha 49.

Řešiti trojúhelník, dáno-li $a^2 + b^2 = 6724$, *obsah* $\triangle = 720$ *a poloměr opsané kružnice* $r = 41$.

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 50.

Dokažte, že čtyrúhelníku určenému stranami

$$a = 155,\ b = 120,\ d = 128$$

a úhly

$$\cos\alpha = \frac{7}{25},\ \cos\beta = \frac{9}{41},$$

lze kružnici opsati i vepsati a ustanovte poloměry obou těchto kružnic.

Týž.

Uloha 51.

Který jest obsah trojúhelníka určeného v pravoúhlé soustavě vrcholy

$$a\,(-3, 2, 3),\ b\,(6, -2, 6),\ c\,(3, 6, 10),$$

a který úhel tvoří rovina jeho s rovinou XY?

Týž.

Úloha 52.

V pravidelném jehlanu 9tibokém dána jest hrana základny $a = 47{\cdot}2$ *a úhel* $\alpha = 75^0\, 59'\, 49''$, *který pobočná stěna svírá se základnou. Vypočitati jest výšku jehlanu a délku hrany pobočné.*

Týž.

Úloha 53.

Vrcholem kužele, jehož poloměr $r = 10$ *a výška* $v = 15$, *prochází rovina protínající jej v trojúhelníku, jenž obsahuje* $68^0/_0$ *plochy osového řezu. Který úhel tvoří rovina ta se základnou?*

Týž.

Úloha 54.

Body m (2, 6), n (5, 0), p (5, 5), q (2, —4) proložiti jest 4 přímky omezující čtverec. Body m a n, p a q jsou v protějších stranách čtverce. Které jsou rovnice přímek těch a který jest obsah čtverce?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 55.

Dány jsou body m (10, 0), n (—17, 0).
Na kružnici $x^2 + y^2 = 1360$ ustanoviti jest bod p tak, aby

$$\sphericalangle opm = \sphericalangle opn.$$

Týž.

Správné řešení úloh z ročníku XXVI. zaslali dodatečně pp:

František Beneš, stud. V. tř. r. v Ječné ulici v Praze, úl. 51.
Rudolf Jambor, stud. VIII. tř. g. ve Val. Meziříčí (nyní bohoslovec v Olomouci) úl. 51. až 56., 58. až 65.
František Košelka, stud. ve Val. Meziříčí úl. 42., 43., 45., 54., 56. až 65.
Ferdinand Šob, stud. VI. tř. g. v Brně, úl. 58., 60., 61.