Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Václav Jeřábek

O křivce, která souvisí s conchoidou Nicomedovou a strophoidou

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 28 (1899), No. 2, 122--124

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122057

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1899

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

$$C^4 \equiv y'^4 - d^2[(2x' - c)^2 + y'^2] = 0.$$

Obálka přímek Π, které mají od sdruženého bodu stálou vzdálenost d, jest křivka šesté třídy

$$C_6 \equiv u^4 (u^2 + v^2) d^2 - (2 + cu)^2 v^4 = 0.$$

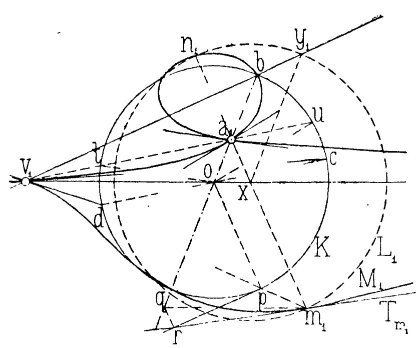
O křivce, která souvisí s conchoidou Nicomedovou a strophoidou.

Napsal

V. Jeřábek,

professor při c. k. vyšší realné škole v Brně.

Budtež dány dvě různoběžky v_1x_1, v_1y_1 a v jejich rovině π bod a_1. Veďme v úhlu těchto různoběžek příčku $\overline{x_1y_1}$ ve směru daném a učiňme na paprsku a_1x_1 délku $\overline{x_1m_1} = \overline{x_1n_1} = \overline{x_1y_1}$. Geom. místem bodů m_1, n_1 jest křivka M_1, o níž v následujících řádcích krátce pojednáme.



1. *Křivka M_1 jest stupně čtvrtého.* Abychom tvrzení $\overline{\text{toto}}$ dokázali, veďme v úhlu $x_1v_1y_1$ příčku oa_1b rovnoběžně s $\overline{x_1y_1}$ a sestrojme v rovině π různoběžek v_1x_1 a v_1y_1 ze středu o poloměrem ob kružnici K. Kružnice tato budiž stopou plochy kuželové P_k, jejíž vrchol v promítá se na průmětnu π do bodu v_1. Veďme bodem a_1 rovnoběžku A s promítajícím paprskem v_1v

a považujme $\overline{vo}$ a A za přímky a průmětnu π za rovinu řídící hyp. paraboloidu P_h.

Průmětu x_1 přináleží v přímce středové vo plochy P_k bod x. Položme bodem x rovinu σ rovnoběžně s průmětnou π. Rovina σ seče povrchovou přímku $\overline{vb}$ plochy P_k v bodu y ($xy \parallel x_1y_1 \parallel ob$, $\overline{xy} = \overline{x_1y_1}$) a plochu P_k v kružnici L, jejímž středem jest bod x a poloměrem úsečka $\overline{xy}$. Rovina σ seče zároveň přímku A v bodu a' a plochu hyp. paraboloidu P_h v přímce $a'x$ rovnoběžné s jejím průmětem a_1x_1. Body m, n, v nichž $\overline{a'x}$ a L se protínají, přináležejí křivce proniku M ploch stupně druhého P_h a P_k, pročež jest M křivkou stupně čtvrtého. Kružnice L má svůj průmět na π v kružnici L_1 sestrojené ze středu x_1 poloměrem $\overline{x_1y_1}$, a ježto $x_1m_1 = x_1n_1 = x_1y_1$, prochází kružnice L_1 body m_1, n_1, které zároveň přináležejí průmětu a_1x_1 přímky $\overline{a'x}$. Body m_1, n_1 jsou tedy průměty bodů m, n a geom. místem jejich jest průmět M_1 křivky M, pročež jest M_1 křivkou stupně čtvrtého. Snadno lze poznati, že křivka M_1 má své dvojné body v a_1 a v_1.

2. *Tečna křivky M_1*. Rovina tečná τ_m položená v bodu m ku ploše kuželové P_k, seče rovinu tečnou τ'_m, která v témž bodu m se dotýká hyp. paraboloidu P_h, v tečně T_m křivky M, jejíž průmět T_{m_1} dotýká se geom. místa M_1 v bodu m_1. Určíme-li stopu r tečny T_m v průmětně π, bude spojnice rm_1 tečnou křivky M_1. Přímka $\overline{vm}$ má svou stopu na průmětně π v bodu p, v němž $\overline{v_1m_1}$ stopu K tak seče, že $\overline{op} \parallel x_1m_1$. Tečna $\overline{pr}$ kruhu K jest stopou roviny tečné τ_m. Rovina tečná τ'_m hyp. paraboloidu P_h v bodu m jest stanovena jeho přímkou $\overline{mr}$ jedné soustavy a přímkou $\overline{mq}$ druhé soustavy jdoucí bodem m rovnoběžně s promítající rovinou přímky $\overline{vo}$. Vedeme-li bodem m_1 přímku m_1q rovnoběžně s $\overline{v_1o}$, obdržíme průmět přímky mq, která má svou stopu na průmětně π v průsečíku q průmětu m_1q se stopou ob hyp. paraboloidu P_h. Protože přímka $\overline{mx}$ jest s průmětnou π rovnoběžna, jest přímka qr vedená stopou q rovnoběžně s $\overline{mx}$ a tedy i s $\overline{m_1x_1}$ a $\overline{op}$, stopou roviny tečné τ'_m. Známými stopami rovin τ_m, τ'_m jest určena stopa r tečny T_m, pročež jest spojnice $\overline{rm_1}$ tečnou T_{m_1} křivky M_1 v bodu m_1.

3. *Tečny bodu dvojného a_1*. Bod a_1 jest průmětem dvou

bodů a a ^1a křivky M, a přímky va, v^1a mají na π své stopy v bodech u, t, ve kterých v_1a_1 a K se protínají. Ježto rovina tečná τ'_a hyp. paraboloidu P_h v bodu a obsahuje promítající paprsek a_1a, jest promítající rovinou tečny T_a v bodu a, pročež jest stopa roviny tečné τ'_a jednou tečnou bodu dvojného a_1. Tak jako dříve stopa roviny tečné τ_m byla rovnoběžna s poloměrem op, tak jest i nyní stopa roviny tečné τ'_a rovnoběžna s poloměrem $\overline{ou}$. Vedeme-li tedy dvojným bodem a_1 rovnoběžku s poloměrem $\overline{ou}$, obdržíme jednu tečnu bodu dvojného a_1. Druhá tečna dvojného bodu a_1 jest obdobně rovnoběžna s poloměrem $\overline{ot}$.

4. *Tečny bodu dvojného* v_1. Rovina tečná τ'_v hyp. paraboloidu P_h ve vrcholu v obsahuje přímku $\overline{vo}$ a rovnoběžku vedenou vrcholem v s přímkou v_1a_1, pročež prochází stopa roviny τ'_v stopou o přímky $\overline{vo}$ a jest rovnoběžna s v_1a_1. Buďtež c a d body, ve kterých stopa roviny tečné τ'_v seče kružnici K. Položme ku ploše kuželové P_k rovinu tečnou τ_v podél přímky vc. Rovina τ'_v seče rovinu τ_v v přímce vc, pročež jest vc tečnou křivky M v bodu v. Ježto však v_1c jest průmětem tečny vc, jest v_1c jednou tečnou bodu dvojného v_1. Druhá tečna bodu dvojného v_1 jest $\overline{v_1d}$.

5. Je-li přímka $\overline{v_1y_1}$ rovnoběžna s $\overline{v_1x_1}$, jest M_1 conchoidou Nicomedovou, leží-li v_1 na kružnici K, jest M_1 strophoidou, čímž souvislost těchto křivek na jevo vychází. Strophoida má v_1 za bod dvojný a a_1 za ohnisko. Tečny bodu dvojného stojí na sobě kolmo.

Poznámka o vzorci pro součet kladných a celistvých mocnin čísel přirozené řady.

Napsal

Vilém Jung,

professor v Praze.

V roč. XXVII. (seš. 3., pag. 191.—198.) tohoto Časopisu jsme dokázali na základě *Studničkova* nezávislého vyjádření *Bernoulliových* čísel determinanty deduktivně vzorec