Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Antonín Sýkora

Poznámka o kuželosečkách

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 14 (1885), No. 1, 44--45

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122093

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1885

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Poznámka o kuželosečkách.

Napsal

Ant. Sýkora, prof. v Rakovníku.

Známa jest věta: „Vedeme-li z obou ohnisek ellipsy nebo hyperboly kolmice na tečnu, jest součin jich veličina stálá, t. j. nezávislá na poloze tečny.“ Větu tuto lze následovně zobecniti: „Volíme-li na hlavní ose ellipsy nebo hyperboly dva body, jejichž vzdálenosť od středu $= u$, $-u$, a spustíme-li s těchto kolmice na libovolnou tečnu, jest vždy

$$u^2 (k + l)^2 - c^2 (k - l)^2 = \pm 4 b^2 u^2,$$

kdež k, l řečené kolmice, $2c$ výstřednosť a $2b$ vedlejší osu kuželořezu znamenají; hořejší znamení platí pro ellipsu, dolejší pro hyperbolu.“

Abychom větu tuto dokázali, předpokládejme rovnici křivky vztaženou k osám jejím:

$$b^2 x^2 \pm a^2 y^2 = a^2 b^2 \quad \begin{cases} \text{ellipsy,} \\ \text{hyperboly.} \end{cases}$$

Rovnice přímky, jež se křivky této dotýká v bodě (x_1, y_1), jest

$$b^2 x_1 x \pm a^2 y_1 y = a^2 b^2,$$

kdež, jako obyčejně, x, y měnlivé souřadnice znamenají. Vzdálenosť bodu (ξ, η) od této tečny jest (nehledě ku znamení):

$$\frac{b^2 x_1 \xi \pm a^2 y_1 \eta - a^2 b^2}{\sqrt{b^4 x_1^2 + a^4 y_1^2}}.$$

Dle toho jest vzdálenosť bodů hlavní osy, jichž odlehlosť od středu $= u$, $-u$:

$$k = \frac{b^2 x_1 u - a^2 b^2}{\sqrt{a^4 y_1^2 + b^4 x_1^2}},$$

$$l = \frac{- b^2 x_1 u - a^2 b^2}{\sqrt{a^4 y_1^2 + b^3 x_1^2}},$$

a vložíme-li hodnoty tyto do výrazu:

$$u^2 (k + l)^2 - c^2 (k - l)^2,$$

nabudeme:

$$4 b^2 u^2 \,.\, \frac{b^2 (a^4 - c^2 x_1^2)}{a^4 y_1^2 + b^4 x_1^2}.$$

Z podmínky, že bod (x_1, y_1) na křivce se nachází, vyplývá snadno, že $b^2(a^4 - c^2x_1^2) = \pm(a^4y_1^2 + b^4x_1^2)$, i jest tedy

$$u^2(k+l)^2 - c^2(k-l)^2 = \pm 4b^2u^2,$$

jakož bylo dokázati.

„Podobně jest pro dva body *vedlejší* osy, jejichž vzdálenost ode středu křivky zase $= u, - u,$

$$u^2(k+l)^2 + c^2(k-l)^2 = 4a^2u^2,$$

kdež $2a$ délku hlavní osy představuje."

Důkaz podoben jest předešlému.

„Volíme-li na vedlejší ose dva body ode středu křivky tak vzdálené, jako ohniska, je-li tedy $u = c$, nabudeme:

$$k^2 + l^2 = 2a^2,$$

t. j. součet druhých mocnin kolmic s těchto bodů na tečnu spuštěných jest veličina stálá."

Poznámka ku sestrojení křivky kruhové křivosti křivek 2. stupně.

Napsal **Bedřich Procházka.**

Abychom sestrojili křivku kruhovou křivosti v bodě k libovolné křivky 2. stupně na př. elliptické E (obr. 21.), považujeme tuto křivku za křivku hlavní ellipsoidu trojosého a její rovinu za průmětnu pravoty. Dvěma osami ellipsoidu toho jsou osy X a Y křivky elliptické, třetí jeho osa Z jest normálna ku průmětně.

Předpokládejme dále, že bod k je kruhovým bodem ellipsoidu, čímž určena nejen délka osy Z, ale i obě soustavy stejnosměrných rovin, které protínají ellipsoid v křivkách kruhových. Jedna soustava určena polohou roviny tečné v bodě k a druhá jest souměrna s prvou dle hlavních rovin XZ a YZ.

Libovolnými dvěma kruhovými křivkami různých soustav na př. ${}^1K$ a ${}^1L$ určena plocha kulová, jejíž stopa v rovině průmětné — křivka kruhová ${}^1S$ — obsahuje body ${}^1k$, ${}^1k'$, a ${}^1l$, ${}^1l'$. Tím dokázána věta, že *přímky rozpolující úhly společných párů*