Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Ladislav Červenka

Některá sofismata geometrická

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 35 (1906), No. 3, 285--289

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122458

zachycení chodu dějstva přírodního bylo takové povahy, že by se co do věrnosti dalo na faktech co nejjemněji zkoušeti. Naše pozorovací prostředky a nástroje trpí jistou nedokonalostí. Pocházející odtud nepřesnost a neúplnost našich pozorování nemusí sice v krátkých mezerách časových vésti k žádné nápadné neshodě se skutečností, avšak za dobu příliš dlouhou mohl by následkem toho chod dějstva přírodního značně odchýliti se od představ, jež jsme si dnes o něm utvořili. Obecně jsou uznané dnes zákony přírodní na základě novodobé vyspělosti pozorovací zajištěny na dobu velmi dlouhou, oproti níž doba trvání jednotlivých pokolení zaniká, nicméně absolutní časová platnost jejich zaručena není. Jako prostorově, jsme i časově omezeni ve svém poznání na končiny konečné. Tyto meze dále a dále posunovati zůstane vždy jednou z nejusilovnějších snah ducha lidského, v níž mocnou pobídku skýtají mu skvělé výsledky dosavadní.

Některá sofismata geometrická.

Referuje L. Červenka.

Mnohému čtenáři je znám algebraicky zdánlivě docela správný pochod, kterým se ze samozřejmé rovnice identické vyvodí, že $2 = 3$. Méně snad známa jsou některá sofismata geometrická, jež do jisté míry ukazují, jak opatrně si musí geometr vésti, aby splnil kdesi vyslovený výrok: geometrie jest umění, usuzovati přesně z obrazců nepřesných. Sofismata zde uvedená našel jsem v pěkné italské geometrii Enriquesa a Amaldiho, o níž před nějakým časem v našem časopise bylo referováno.

I. *Úhel pravý jest roven úhlu tupému.*

Dán jest obdélník *abcd*; strana $\overline{bc}$ otočená kol b do polohy be. Sestrojeny pak osy O a O' úseček $\overline{dc}$ a $\overline{de}$. Tyto osy nejsouce rovnoběžny protnou se jistě v bodě s. Poněvadž body a, b jsou souměrně sdruženy dle O, platí:

$$\overline{as} = \overline{bs} \tag{1}$$

a

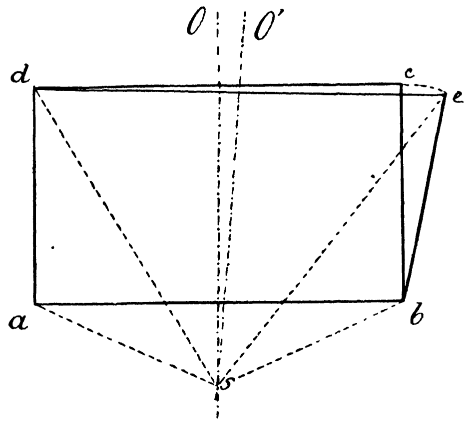
$$\sphericalangle sab = \sphericalangle sba. \tag{2}$$

Poněvadž pak d a e jsou souměrně sdruženy dle O', platí také

$$\overline{ds} = \overline{es}. \qquad (3)$$

Konečně

$$\overline{be} = \overline{ad}. \qquad (4)$$



Obr. 1.

Z rovnic (1), (3) a (4) plyne

$$\triangle\, asd \cong \triangle\, bse\,;$$

tedy

$$\sphericalangle\, sad = \sphericalangle\, sbe. \qquad (5)$$

Odečteme-li od této rovnice rovnici (2), máme:

$$\sphericalangle\, sad - \sphericalangle\, sab = \sphericalangle\, sbe - \sphericalangle\, sba;$$
$$\sphericalangle\, bad = \sphericalangle\, abe,$$

což bylo dokázati.

II. *Každý trojúhelník je rovnoramenný* (obr. 2.).

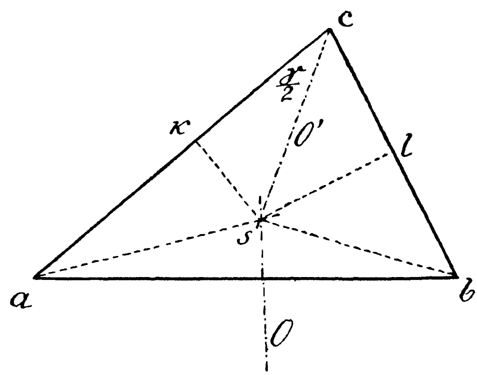
V předloženém trojúhelníku abc sestrojme osu O strany ab a osu O' protějšího úhlu γ. Tyto osy protnou se v bodě s, který spojíme s vrcholy a, b a s něhož spustíme kolmice $\overline{sk}$ a $\overline{sl}$ na strany ac a bc. Poněvadž O jest osou souměrnosti strany ab, jest zajisté $\overline{as} = \overline{bs}$; poněvadž pak O' jest osou úhlu γ, jest jistě $\overline{sk} = \overline{sl}$. Shodují se tedy trojúhelníky pravoúhlé ska a slb

v přeponě a jedné odvěsně a tedy

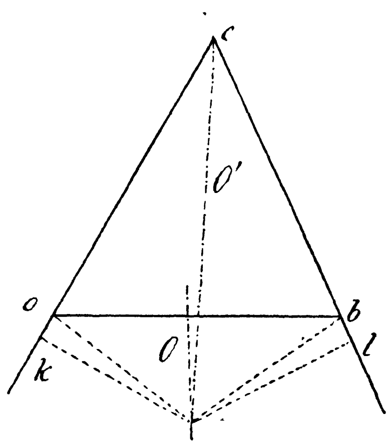
$$\triangle\, ska \cong \triangle\, slb,$$

a z toho

$$\overline{ak} = \overline{bl}. \qquad (1)$$



Obr. 2.



Obr. 3.

Z podobných důvodů jest

$$\triangle\, skc \cong \triangle\, slc,$$

a tedy i

$$\overline{kc} = \overline{lc}. \qquad (2)$$

Sečtením rovnic (1) a (2)

$$\overline{ac} = \overline{bc},$$

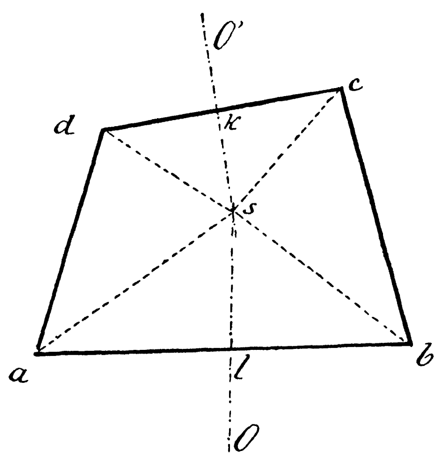
což bylo dokázati.

Někdo snad hned namítne, že bod s asi nepadne do vnitř trojúhelníka abc. Dobrá; pak bude obrazec míti formu obr. 3. „Důkaz" je do písmeny týž; jen že rovnici (2) odečteme od (1).

III. *Jsou-li dvě protější strany čtyřúhelníka stejny, jsou druhé dvě spolu rovnoběžny.*

Předpokládáme

$$\overline{ad} = \overline{bc}. \qquad (1)$$



Obr. 4.

Sestrojme osy obou druhých stran; průsečík těchto os jest bod s, který spojíme se všemi vrcholy.

Patrně jest

$$\overline{as} = \overline{bs} \qquad (2)$$

$$\overline{ds} = \overline{cs}. \qquad (3)$$

Z rovnic (1), (2) a (3) plyne, že

$$\triangle asd \cong \triangle bsc.$$

Z toho následuje

$$\sphericalangle\, asd = \sphericalangle\, bsc. \qquad (4)$$

Ze souměrnosti vyplývá

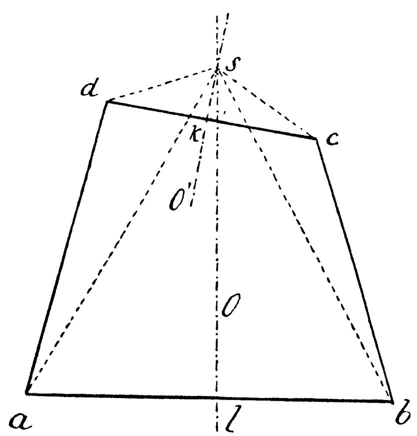
$$\sphericalangle\, dsk = \sphericalangle\, csk \tag{5}$$

$$\sphericalangle\, asl = \sphericalangle\, bsl. \tag{6}$$

Sečtením posledních tří rovnic dostaneme

$$\sphericalangle\, asd + \sphericalangle\, dsk + \sphericalangle\, asl = \sphericalangle\, bsc + \sphericalangle\, csk + \sphericalangle\, bsl.$$

Ježto však všech šest úhlů dohromady tvoří úhel plný, musí na každé straně rovnice býti úhel přímý. Osy O a O' tedy splývají, čili $cd \parallel ab$, což bylo dokázati.



Obr. 5.

Namítne-li někdo, že se asi osy O a O' protnou mimo čtyřúhelník, nakreslíme obrazec 5.

„Důkaz“ je pak zase zcela podobný předchozímu. Jen připojíme ještě

$$\sphericalangle\, ask = \sphericalangle\, bsk. \tag{7}$$

Sečtením (4) a (7) a pak (4) a (6) rovnice najde se, že O' i O půlí $\sphericalangle\, dsc$ a musí tedy splývati.

Jest užitečno hledati příčinu zřejmě falešných výsledků přímo na připojených obrazcích.