Veškeré veličiny ve skupinách (II), (III) atd. jsou faktory původního čísla y.

Z toho vyplývá zřejmě, že v našem čísle y musí býti obsažen faktor 2 s lib. mocnitelem — jinými slovy, že y (jakožto číslo *konečné*) musí býti nulou. Kdyby bylo větším než nula, musili bychom konečně dospěti ke skupině

$$y_\alpha^2 + y_\beta^2 = y_\gamma^2,$$
$$y_\alpha^2 - y_\beta^2 = y_\delta^2,$$

v níž by ve středu stojící veličina y_β neměla už faktor 2 (tedy byla by lichou). To jest však vyloučeno, poněvadž podle provedeného rozboru a důkazu veličina uprostřed skupinových rovnic stojící ($y, y_4, y_8, \ldots, y_\beta$) je vždy číslo sudé.

Tím jest proveden důkaz, že naše původní veličina y musí býti nulou a že tedy číselná rovnice

$$x^4 + y^4 = z^4 \quad (x, y \text{ a } z \text{ relativně nesoudělná})$$

je možná jen ve tvaru

$$1 + 0 = 1.$$

Věta Fermatova pro exponent 4 je tím tedy dokázána.

O Heronových trojuholníkoch.

I.

Štefan Schwarz, posl. přírodov. fakulty.

Trojuholník, ktorého strany i obsah sú vyjadrené racionálnymi číslami, nazýva sa Heronovým.

Podám tu jedno riešenie Heronovho trojuholníka na podklade geometrickom *nezahrňujúce v sebe síce všetky možné riešenia*, ale majúce tú výhodu, že vyjadruje strany i obsah pomerne veľmi jednoduchými výrazmi a že ľahko prejdeme od neho k riešeniu daného problému číslami celými.

Ako pomocnej vety užijeme poznatku, že rovnica $x^2 + y^2 = z^2$ má racionálné korene $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$.

Obsah trojuholníka o súradniciach vrcholov (x_i, y_i), $i = 1, 2, 3$, je

$$O = \tfrac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \tfrac{1}{2}\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}.$$

Sú li súradnice racionálné, je i obsah racionálny; poneváč hneď vidíme, že záleží iba na rozdielu súradníc či je obsah racionálny, alebo nie, bude bez ujmy obecnosti, zvolíme-li jeden vrchol v počiatku súradnom, takže obsah bude $O = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}$.

Teraz však musíme určiť x_i, y_i $(i = 1, 2)$ tak, aby i strany boly racionálné.

Strany sú
$$a = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \tag{1}$$
$$b = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{2}$$
$$c = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \tag{3}$$

Vzťahom (1), (3) bude vyhovené — vzhľadom na to čo bolo povedané o rovnici $x^2 + y^2 = z^2$ — keď

$$x_1 = m^2 - n^2, \; y_1 = 2mn$$
$$x_2 = p^2 - q^2, \; y_2 = 2pq;$$

potom je $a = m^2 + n^2$, $c = p^2 + q^2$.

Treba teraz určiť q tak, aby i strana b t. j. výraz

$$\sqrt{(p^2 - q^2 - m^2 + n^2)^2 + (2pq - 2mn)^2}$$

bol racionálny. Keby sme znali všetky q, pre ktoré výraz pod odmocninou je úplný štvorec, mali by sme všetky riešenia danej úlohy. Obecne to však previesť je veľmi namáhavé, lebo užijeme-li totiž vlastnosti rovnice $x^2 + y^2 = z^2$ a dosadíme za prvý výraz $r^2 - s^2$ a za druhý $2rs$, alebo naopak a vylúčime na pr. z oboch rovnic s, dostaneme obecnú neurčitú rovnicu o dvoch neznámych (r, q) štvrtého stupňa.

Avšak jedno riešenie najdeme ľahko. Učiníme-li jeden výraz pod odmocninou rovným nule, potom odmocnina je iste číslo racionálné.

Položíme-li

$$p^2 - q^2 - m^2 + n^2 = 0$$

dostaneme q iracionalné a preto nevyhovuje.

Je-li však

$$2pq - 2mn = 0,$$

t. j.

$$q = \frac{mn}{p},$$

máme jedno riešenie.

Je potom

$$x_2 = p^2 - \frac{m^2n^2}{y^2}, \; y_2 = 2mn, \; x_1 = m^2 - n^2, \; y_1 = 2mn$$

a ďalej

$$a = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = m^2 + n^2,$$

$$b = p^2 - \frac{m^2n^2}{p^2} + n^2 - m^2 = \frac{1}{p^2}(p^2 + n^2)(p^2 - m^2),$$

$$c = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = p^2 + q^2 = p^2 + \frac{m^2n^2}{p^2},$$

$$O = \frac{mn}{p^2}(p^2 + n^2)(p^2 - m^2).$$

Tenže výsledok dostaneme ovšem, dosadíme-li príslušné hodnoty do determinantu, uvedeného na počiatku. Za predpokladu, že volíme $p > m$ (čo je nutné, aby b malo význam) dokážeme i možnosť existencie trojuholníka, lebo i súčet každých dvoch strán je väčší, ako strana tretá (čo je podmienka nutná a postačujúca).

Volíme-li mn deliteľné p, dostaneme riešenie *celými čislami.*

Poznámka: V racionálnom trojuholníku sú i ostatné veličiny ako na pr.: výšky, polomery kružníc, funkcie uhlov a pod. racionálné, o čom sa ľahko presvedčíme výpočtom. (Příště dokončení.)

Elektrické dvojvrstvy.

Josef Sahánek.

Na rozhraní dvou látek lze pozorovati řadu elektrických úkazů, jejichž vznik vysvětlujeme si předpokladem elektrických nábojů, kupících se po obou stranách rozhraní. Náboj na jedné straně má při tom znamení kladné, na druhé straně záporné. Střední vzdálenost nábojů jest malá, příp. jen rozměrů molekulárních. Soustava těchto dvou nábojů kupících se po obou stranách rozhraní nazývá se *elektrickou dvojvrstvou.* Elektrická dvojvrstva *samočinně* vzniká jen na těch místech, kde se hraniční plochy obou uvažovaných látek skutečně dotýkají. Elektrické množství po jedné straně stykové plochy se nalézající závisí proto na opracování stykových ploch.

Pojem elektrické dvojvrstvy zavedl do fysiky Helmholtz (1879), aby vysvětlil vznik dotykové elektřiny. Tento pojem osvědčil se však i při výkladu četných jiných jevů elektrických vznikajících na rozhraní dvou látek. Dotykovou elektřinou nazývá se úkaz vzniku elektrických nábojů na dvou látkách, které byly ve stavu neelektrickém uvedeny do styku a pak od sebe opět oddáleny. Úkaz ten vzniká mezi kterýmikoliv dvěma látkami, tedy jak mezi dvěma samotiči (isolátory), tak mezi vodičem a samotičem, nebo mezi dvěma různými vodiči. V posledním případě nazývá se úkazem Voltovým. Čím lépe jsou stýkající se plochy