

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Josef Vavřinec

O nový styl vyučování matematice

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 72 (1947), No. 4, D90--D95

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122795>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1947

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Čteme-li nyní první řádek doprava a druhý opačně, máme všechny dělitele uspořádaný vzestupně.

V daném případě byl by druhý způsob obtížnější, neboť $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$, t. zn., že má celkem 7 činitelů (různé kombinace po jednom prvku jsou 3, po dvou 4, po třech 4, po čtyřech 4, po pěti 4; po šesti 3 a po sedmi 1), tedy spolu s 1 celkem 24, jak nám jich vyšlo v souhlasu se vzorcem: $N = p_1^\alpha p_2^\beta p_3^\gamma \dots$ má celkem dělitelů $P = (x + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1) \dots$; v našem případě $P = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$.

Při velikých číslech oba způsoby spojíme. Nejprve rozdělíme číslo na prvočinitele a podle tohoto rozkladu usuzujeme na dělitelost prvními p čísly až do \sqrt{N} .

Určeme ještě všechny dělitele čísla $N = 2160$ ($2160 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$) — je jich $5 \cdot 4 \cdot 2 = 40$ ($\sqrt{2160} \doteq 46$). Dostaneme dvě posloupnosti:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	8,	9,	10,	12,
2160,	1080,	720,	540,	432,	360,	270,	240,	216,	180,
15,	16,	18,	20,	24,	27,	30,	36,	40,	45
144,	135,	120,	108,	90,	80,	72,	60,	54,	48

O nový styl vyučování matematice.

Josef Vavřinec, Choceň.

Několik článků ve 4. čísle 70. roč. tohoto časopisu se zabývá problémem, jak učiniti vyučování matematice lepším, pro žáky snadnějším, aby jeho výsledky byly cennější a trvanlivější.

Jedná se tu o práci učitelovu, práci žáků i o pomůcky vyučovací.

Začnu o domácí přípravě, kde se právě volá po diskusi. Pan kol. Šoler správně soudí, že je žádoucí, aby se žáci připravovali intenzivněji, nežli jak je to většinou zvykem. Rád bych však byl v jeho článku četl, jaké zkušenosti učinil se svojí methodou žákovské přípravy a jakých výsledků docílil.

Příznám se, že se mi uskutečnění zásady jistě správné nezdá dost dobře uskutečnitelným. Mám vážné pochybnosti o tom, že by valná většina žáků měla dosti vytrvalosti, aby učení do důsledků tak prováděla. Myslím, že by u převážné většiny žactva bylo třeba dozoru rodičů, a tu je otázka, kolik rodičů by jej mohlo prováděti z důvodů časových a kolik z nich pak by k tomu mělo dosti pedagogického taktu, aby nedocházelo k výstřelkům. I v internátech by

musel býti dozor v rukou velmi taktního pedagoga. Ale jak uskutečnit ty tělesné cviky, protože se tu jedná o věc velmi individuální a pochybuji, že by se dala věc zařídit tak, aby ten, kdo cviky provádí, ostatních nerušil; nelze přece očekávat, že by všichni ve studovně přítomní skončili některou partii současně.

Souhlasím s p. kol. Š., že nejen není vhodné, ale je dokonce velmi nepedagogické a škodlivé vykládati žákům, že matematika je těžká a pod. Také však není třeba žáky ujišťovati, že středoškolská matematika obsahuje jen základní poznatky, už proto, že pro něco takového prostě nejsou zralí. Důležité je však něco jiného, aby si totiž učitel sám uvědomoval, proč se matematika a dokonce i docela prosté počty považují dosud za něco zvlášť těžkého. Je třeba, aby učitel z historie věděl, jak úzasně primitivně a nemetodicky se počtům vyučovalo, jak těžkopádně a nejasně bývaly vyslovovány poučky, jak důkazy bývaly rozvílacné anebo mezerovité. Úlohy bývaly — někdy zúmýslně, jindy z nedostatku stylistické obratnosti — vyslovovány těžkopádně, málo srozumitelně a jejich řešení se ukazovala na zvláštních číslech bez jakékoli úvahy i odůvodnění. To přičteš, odečteš, znásobíš, budeš dělit! K tomu přistoupily nedostatky symboliky, jež byla buď těžkopádná nebo jí vůbec nebylo. Kdo četl někdy o nějaké staré učebnici počtů, rekneme takového byzantského mnicha, pochopí beze všeho přesvědčování, proč mínění o těžkosti počtů musilo vzniknouti. Bylo by vůbec nejen zajímavé, ale také velmi užitečné, kdyby někdo zpracoval někdy dějiny matematiky po stránce didaktické; dosud je máme hlavně po stránce materiální. Takové zpracování dějin matematiky by mělo pro vyučování matematice veliký význam a to nejen pro části elementární. Nelze pochybovat o tom, že objevitel musí a může jíti jen za stránkou materiální, ale dalším pro pokrok vědy důležitým krokem je zpracování objevu po stránce didaktické.

Připomínka, že by žák měl právě při matematice soustřediti svou pozornost a nehledati nic v lavici atd., se mi zdá poněkud naivní. Jde tu o dvě věci. Předně je prostě učitelovou věcí, aby zaměstnal žáky tak intenzivně, aby se o jiné věci (a nejméně zevlovat z oken) prostě starat nemohli. Druhá věc je organisovati práci žáků tak, aby v hodině v lavici nic hledat nemusili. Tu učitel na počátku roku žákům prostě poručí, co mají mít před hodinou na lavici připraveno a přísně dbá toho, aby to tam také bylo a sice právě na tom místě, kam to patří, a aby tam také nebylo nic jiného. Věc, které žák nebude potřebovat hned, připraví si v lavici (položí na př. na aktovku) tak, aby ji mohl jediným hmatem bez hledání vyjmout (na př. logaritmické tabulky); jakmile ji přestane potřebovat, vloží ji zase do lavice tak, aby byla poruce. Věc, které žák potřebuje stále po celou hodinu, musí býti na lavici na

určitém místě. Tak pero nebo tužka ve žlábků nahoře na lavici; stejně tam patří kružítko, vždy sevřené, ale pouzdro na rysovadlo patří bezpodmínečně do lavice, aby nepřekáželo. Pravítka patří doprostřed lavice, aby s krajů nepadala, i také proto, aby žáci nemohli mít sešity těsně u sebe a překážet si (a ovšem také se spolu snadno bavit). Tyto vnější podmínky nerušené práce musí učitel umět dobře organisovat a ovšem také bezpodmínečně je žádat. K tomu ovšem nestačí jen ten rozkaz daný na počátku roku, ale stále připomínky a důsledná kontrola. Každou odchylku třeba vytknout a zamezovat. Rozumí se, že tu jde ještě o jednu věc: Učitel si musí býti vědom toho, že tato vnější organizace je jen a jen prostředkem a nesmí se státi účelem. To vědomí musí také nenásilně vštěpovat žákům.

Tento pořádek a účelné uspořádání věcí na lavici je důležitou podmínkou pozornosti žáků, neboť zbytečné a v neladu se povalující věci na lavici (někdy i z předešlé hodiny) jsou pramenem neklidu a ruší pozornost žákovu. Nesmí se zapomínat, že pozornost je něco velmi proměnlivého, čeho nikdy dokonale neovládáme a o čem nikdy nemáme zaručeno, že jsme v daném okamžiku s náležitou intenzitou a potřebným usměrněním uplatnili. I zkušený pozorovatel může ná konci své práce konstatovati, že si měl nějakého momentu více nebo jinak všimnouti, aby došel k výsledku, k němuž směřoval. Proto se musí učitel snažit, aby vypátral, a to co nejdříve, kde je jaká meze, chyba, nesprávné chápání. A tu je velmi spolehlivá cesta vyučování bez tabule, jak o něm píše p. kol. Říman a jak jsem je doporučoval ve článku „Méně tabule a méně křidy“ v 59. roč. tohoto časopisu už r. 1929 a jež se mi vždy osvědčovalo.

Vymýšlení „můstek“, jimiž se dá přejíti z jedné části učiva ke druhé je, myslím, především úlohou učitelovou, který vidí učebnou látku s vyššího hlediska a který ty „můstky“ proto nejen snáze přehlídne, nýbrž má o nich dávno předem vědět. Ostatně ten žákův „můstek“ se může ukázat třeba později lávčičkou, která se snadno zlomí. To hledání a užívání „můstek“ je právě to, co činí důležitou část učitelova pedagogického a didaktického umění a je to konečně jeden z elementárních požadavků postupu školní práce: navazovati neznámé věci na známé.

K přípravě „z dneška“ lze přiměti žáky celkem jednoduše tím, že učitel žádá, aby žáci přinášeli domácí cvičení hned druhého dne po hodině. Jeden, ve větší třídě dva, tři žáci cvičení před 8. hodinou vyberou a odevzdají učiteli, po př. donesou prostě na stůl do hovoriny. Sešity jsou očíslovány, takže učitel snadno zjistí, jsou-li všechny. Praktikoval jsem to po léta a dobře se mi to osvědčovalo. Prohlídka domácích cvičení nemůže býti tak podrobná jako při komposicích, ale učitel i při dosti rychlé revisi (časem nabude cviku) pozná, kde jsou hlavní nedostatky žáků, a může je vhodným uspořádáním

látky v dalších hodinách napravit. Postřehne-li chyby u některých jednotlivců, může jim věnovati vhodným způsobem pozornost. A ještě něco. Vyskytne-li se nějaká chyba hromadně, je to neklamné upozornění učiteli: Tvá chyba!

A tu jsem u požadavku, že nejen žák, ale také učitel by měl konati přípravu „zdeška“, t. j. připravit si následující hodinu hned toho dne, kdy měl ve třídě poslední hodinu, kdy má ještě v živé paměti, jak to ve třídě vypadalo a jak by měl v příští hodině postupovati, ba více: už hned během té hodiny si má učitel uvědomovat, co by měl příště učinit, aby napravit nedostatky, které se vyskytly; tedy jak má provésti propracování nové látky, nač naraziti z látky třeba dost dlouho předtím probírané, o níž se ukázalo, že u někoho dost dobře „nesedí“, nač a jak nejvhodněji navázat novou látku. Dále tu má učitel ještě v čerstvé paměti, který žák potřebuje pobídky, kterého a nač by měl volat, aby se přesvědčil, že si určitou věc dobře osvojil, a po případě, kterého na něco volat by bylo zbytečné anebo u kterého zas předčasné.

Učení vzorcům dělalo učitelům matematiky vždy těžkou hlavu. To, co doporučuje p. kol. Š., se mi zdá jaksi staromódní. Jedná se tu především o vzorce stereometrické, goniometrické a trigonometrické. Tu žáci chybují vesměs tím, že se jim učí izolovaně. Při vzorcích stereometrických třeba ukazovati žákům na to, jak spolu souvisějí a že tu jde v podstatě o několik základních, a v souvislosti s nimi ostatní na nich žádati. Při goniometrii a trigonometrii je vada v postupu vyučovacím; učebnice skoro vesměs se snaží nacpati nejdříve žáky vzorci; potom jich mají užívat. Vzorcům se však žáci musejí učiti v souvislosti se situacemi, ve kterých jich mají užívat. Také je třeba z takových situací je vyvozovati. A tu je, myslím, jen jediná možná cesta: Postaviti vyučování trigonometrii a goniometrii na globální základ; zaměňují zúmyslně pořádek slov: trigonometrii napřed, pak goniometrii. A to je možno, jak jsem se před několika lety a opětovně loni přesvědčil. To je jedna věc; a druhá: Třeba upozorňovat žáky, že nestačí vzorce (a to zvláště goniometrické) znáti jen „z jedné strany“, nýbrž „z obou stran“; nestačí na př., aby se žák naučil vzorci $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, nýbrž, aby si uvědomoval, že také $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$, $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$, $\sin \alpha = 2 \sin \frac{1}{2}\alpha \cos \frac{1}{2}\alpha$, $\sin \frac{1}{2}\alpha \cos \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \sin \alpha$ a pod. Ale to se táhne vlastně už od násobilky; každý začek řekne docela čiperně $5 \cdot 7 = 35$, musí si však někdy rozmyslet, kolikrát je sedm v třiceti-pěti nebo třicet pět děleno sedmi, a nad úkolem $37 : 5$ se některý i zastaví. Proto je třeba uspořádat vyučování trigonometrii a goniometrii tak, aby se mohl každý vzorec ihned procvičit na hojných příkladech; potom se jim žáci mohou naučit tím nejideálnějším způsobem: častým užíváním. Postup, kterým se této části matematické středoškolské látky učivalo (a namnoze asi dosud učí),

musil v žaku nutně vzbuzovat falešné domnění, že tu musil někdo napřed vymyslet goniometrii a trigonometrii a potom se mohlo přistoupit k praktickým problémům na př. geodetickým, zatím co praktická potřeba nutila k tomu, aby se hledaly cesty, a pak teprv přišla, jako usoustavnění, theorie.

Souhlásím s p. kol. Leharem v jeho mínění o řešení úloh vzorcí. Uvádí tu jako příklad zejména počet procentový a úrokový. Tu je užívání vzorců opravdu neomluvitelnou chybou a to tím spíše, že při úsudcích při jednom i druhém počtu lze se opřít o určité východisko a tím žákům práci nejen objasnit, ale i usnadnit. Nesmíme zapominat, že úsudkový počet je třeba probírat tak, aby byl základem funkčního myšlení.

I v měřictví a deskř. geometrii lze provést zásadu vyučování bez tabule tak důsledně jako v aritmetice. Je tu ovšem třeba, aby se žáci naučili přesně vyjadřovati; přesné a dokonalé vyjadřování je podmínkou nejen úspěchu vyučování tímto způsobem, ale podmínkou úspěchu vůbec. Při deskriptivní geometrii pak zvlášť je zase nutno založit její vyučování na zásadě globality. Uspořádal jsem si je tak letos a jsem s výsledkem velmi spokojen. O tom snad někdy později podrobněji.

Co se týče vyučování měřictví, je třeba upozornit ještě na jednu věc. Žáci — a to nejen nejmenší — jsou zvyklí vztahovati polohu prvků geometrických obrazců nikoli k sobě navzájem, nýbrž k mezím nákresny. Aby narysovali obrazec správně, musí některý jeho prvek být v obvyklé „způsobné“ poloze. Řekněte, prosím, sekundánovi (ale může to být i tercián a nemusili byste se příliš divit, kdyby to bylo i ve vyšší třídě), aby sestrojil vzdálenost bodu od přímky, která není rovnoběžná se žádnou mezí nákresny. Uvidíte, že ve velmi mnohých případech bude jeho kolmice rovnoběžná s některou mezí nákresny. Myslím, že každý ví, jaká bývá potíž, má-li žáček sestrojiti všechny výšky trojúhelníka; a nemusí mít ani tupý úhel! To je zas jiná historie. A proč to? Inu, žáček vidí na tabuli, v knize a ovšem napodobuje i v sešitě jen samé „způsobné“ přímky, úsečky, čtverce, obdélníky, trojúhelníky atd., které jsou rovnoběžny anebo mají jednu stranu rovnoběžnou s některou mezí nákresny, a pak ovšem kolmice k nim jsou rovnoběžny s její druhou mezí a žák si vtiskl v paměť právě jejich polohu k mezím nákresny a nechápe dost dobře, že jde o vzájemnou polohu útvarů, nikoli o jejich polohu k mezím nákresny, která se mu vnucuje. Neužívám zde zúmyslně názvů přímek vodorovných, svislých, šikmých, protože ty můžeme kreslit jen na svislé tabuli; žák v sešitě ležícím na stole s vodorovnou deskou rýsuje přímky jen vodorovné; má-li lavice desku šikmou, může rýsovat ještě také přímky šikmé; ale v žádném případě svislé. Tu je také nedůslednost našeho vyjadřování.

Podobnou potíž konstatujeme, má-li žák sestrojiti na př. nějaký trojúhelník z daných prvků. Provede podle obrázku rozbor, ale potom musejí býti prvky konstrukce v téže poloze k mezím nákresny, jako byly v obrazei nakresleném k rozboru. Není-li tomu tak, je zle. Zas proto, že žák je příliš závislý na představě obrazce vzhledem k mezím nákresny a není si vědom toho, že o ni nejde, nýbrž o vzájemnou polohu prvků žádaného útvaru.

Od těch „způsobných“ přímek a stran obrazců se musíme „odpoutat“. Při vyučování „s tabulí“ ovšem na vadu žakovských vědomostí, tak tuze závislý na mezích nákresny, tak snadno nepřijdeme, protože žáci kopírují s tabule a tu jsou jim meze nákresny vítanou pomůckou.

Jak jsem se zmínil, mám s vyučováním bez tabule v aritmetice, v měřictví i v deskř. geometrii dlouholeté zkušenosti a dodal bych z nich k článku p. kol. Římana. Není třeba diktovati všecko, co žák píše, tak podrobně. Žák ovšem musí říci, co podnikne, ale nemusí diktovati už na př., že se bude psát na nový řádek. Žákům se buď poví, nebo ukáže na tabuli schema výpočtu, upozorní se, čeho je třeba pro přehlednost (na př. psáti na nový řádek při odstraňování závorek z výrazu nebo při úpravě rovnice) a potom stačí kontrolovati, zdali žáci potřebnou úpravu dodržují; i tím je nutíme k samostatnosti. Jsou-li ve výraze závorcky, žádám, aby žák vyslovil: „Závorka“, když výraz v závorce počíná, a: „Závorka se uzavře“, když výraz končí. Výraz jako a^{2x-3} diktuji a umocněno dvojčlenem... Abych žáky přinutil k intensivní součinnosti, měním často žáka pracujícího nahlas i na př. při slučování členů nějakého mnohočlenu, takže se tu vystřídá mnoho žáků. Zamezí se tím také, aby si žáci nezvykli (místo opisování s tabule) výpočty bezmyšlenkovitě odposlouchávati. Vidíme, že i tato metoda má svá úskalí.

Dá se jí užítí velmi dobře i při probírání nové látky; tu v nutném případě se napíše na tabuli jen to, co je nové; na př. schema výpočtu nebo nějaká podrobnost.

Dodal bych ještě, že i žákům se tento způsob vyučování líbí. Na začátku musí učitel dobře kontrolovat, zdali žáci stačí.

P. kol. Ř. shrnuje výhody počítání bez tabule ve čtrnácti bodech, s nimiž úplně souhlasím; nejvíce bych zdůraznil body 13 a 14. Připomněl bych, že kontrolu třeba doplnit tím, že žáky, zejména méně spolehlivé, občas vyzveme, aby nám ukázali sešit, abychom viděli, jak v něm píší, zejména dodržují-li schemata. Dvanáctý bod bych doplnil tím, že učitel má tu možnost zaříditi další práci ve třídě tak, že se může doplniti a s potřebné strany osvětliti, co žáci dobře nepochopili, a to vhodným výběrem úloh. Tomu bych dal přednost před přerušováním práce, která se právě koná. To, čím práci přerušíme, je v ní cizím tělesem a nám musí jíti o to, aby práce v hodině byla organický a plynulý celek.