Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 36 (1907), No. 4, 378--391

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123116

Úvahy ty dovršuje *Arrhenius* domněnkou, že stálá výměna kosmické látky mezi nebeskými tělesy přispěje v nedohledné době k odstranění různosti jejich hmotného složení.

Uvedená theorie *Arrheniova*, ač založená na celé řadě zjištěných fysikálních fakt, nese ovšem ráz úvah spekulativně-filosofických a nemůže ujíti výtce, že není s dostatek stvrzena statistickými daty potřebnými hlavně tam, kde se jedná o doklad periodicity zmíněných zjevů. Třeba však uvážiti, že pojednává o úkazech ohromně vzdálených a dějících se za podmínek, které můžeme jen odhadovati a které nemůžeme tudíž řádně v experimentech vystihnouti, jak dotvrzují pokusy provedené *Nicholsem* a *Hullem*, a že u zjevů pozemských vadí nepravidelnosti atmosférické. Za to nelze mlčením pominouti tu její přednost, že nám vysvětluje záhadná fenomena ta, jevící se nám v podobách tak odlišných dle analogií vzatých z pokusů poměrně jednoduše.

Věstník literární.

Recense knih.

J. Sommer - V. Hübner: **Maturitní otázky z mathematiky.** V Praze 1905. Nákladem Jednoty českých mathematiků. Cena 2 K 40 h.

Přítomná sbírka otázek maturitních vyniká dobře promyšlenou ideou: poskytnouti abiturientům středních škol vhodnou látku ku procvičení mathematiky až k samostatné tvořivosti, aby touto projevena býti mohla duševní dospělost. Dávno již byla očekávána, jsouc povahou svojí jiného rázu než sbírka mathematických úkolů, jež ukládány bývají žákům od hodiny k hodině — lišíc se i principem i účelem svým od této i vyžadujíc zvláštního prohloubení v těch partiích, které se vymykají mechanické reprodukci.

Jest prvním pokusem a nezklamala očekávání, jež bylo stupňováno vzrůstajícími nároky tou měrou, jak pociťován byl její nedostatek v literatuře školní!

Zdařilo se *pojetí* a šťastně *provedeno* též *v celém rozsahu*, tak že možno právem říci, že dostiženo jím z plna požadavků kladených ministerskými pokyny jak pro gymnasijní tak pro reálné abiturienty.

Pomocná tato kniha rozvržena jest ve tři oddíly:

I. Algebru, *II. Geometrii*, *III. Výsledky*, poskytujíc na 139 stranách 1114 dobře sestavených úloh, veskrze zajímavých, originálních, vskutku způsobilých, aby jimi prokázati se mohla duševní dospělost v myšlení, mathematicky organisovaném. Vždyť předložené úkoly zvoleny velice vtipně, aby tajily v sobě podněty, jimiž by nejen znalost pravidel a pouček, ale také par excellence dovednost samostatné tvorby mathematické dokumentovati se dala.

Na *gymnasisty* pamatováno i vhodným výběrem příkladů *planimetrických*, aniž by zabíháno bylo v jednotlivosti, které by bezúčelně příliš pamět napínaly, za to však méně soudnost v potaz braly.

Na *realisty* opět nezapomenuto statí o *pravděpodobnosti* a *sférické trigonometrii*, ku kteréž velmi zajímavé a velice poutavé příklady z astronomie upravil dr. Jiří Kaván, a to ve formě, i pokud vypočtených výsledků se týče, úplně bezvadné.

Celkem shledáváme ***v I. díle*:**

Rovnice I. a II. stupně sestavené i slovné, exponenciální, irracionální a logarithmické; rovnice vyšší o 1 neznámé: reciproké, binomické, trinomické a různé, rovnice II. stupně o dvou neznámých, vesměs kořeněné vtipným sestavením; kde úloha nad úrovní abiturienta, tu již mistrně podán jest návod, však vždy měrou střízlivou, aby nebylo prozrazeno všecko.

Neurčité rovnice jak sestavené tak slovné tvoří též bohatý materiál dílu I. a při tom velmi zábavný: jsouť veskrze nové.

Konec I. dílu tvoří *řady*: *arithmetické i geometrické*, poslední s hojným upotřebením ku složenému úrokování, jehož úkoly přiléhajíce k případům skutečného života namnoze se vyznačují poutavou originálností Upraveny jsouce však výhradně k počítání dle výborných tabulek Valouchových, vylučují někde užívání praktických, dávno zavedených desk Studničkových, čehož při knize této jest litovati.

Úkoly ze *skladny* hlavně odnášejí se k řešení rovnic, jak toho povaha těchto úkolů pro maturitní zkoušku jen žádá; rovněž zachována byla pravá míra v příkladech o *pravděpodobnosti*, kde nelze od examinanda očekávati okamžité rozluštění těžkých napínavých úkolů v obor ten spadajících.

Díl II. *zahajuje 31 příkladů* planimetrických, namnoze na algebraickou analysi odkázaných a to opět v intenci shora zmíněné idey; nelzeť při ústní zkoušce vždycky očekávati šťastnou synthesi, aby v kratičké době provedena byla v rozechvělé mysli.

Stereometrické úkoly velice případné rozvrženy jsou na skupinu bez trigonometrie a na takové, jež k řešení svému vyžadují známosti vět trigonometrických. Tyto poslední netvoří samostatnou skupinu, ale přivtěleny jsou ostatním úlohám trigonometrickým.

Všechnu chválu sluší vzdáti výběru zajímavých těch úkolů; však litovati jest, že úloh *měření výšek a vzdáleností v poli* jest velice po skrovnu: jsouť obmezeny toliko na úkoly 738, 739, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781.

Za to rovnic goniometrických velice pěkných jest počet daleko větší; jsouť tak voleny, aby prokázati se dala na nich pružnost osvojených formulí.

Úlohy sférické trigonometrie zasluhují nepodmíněnou chválu; zejména část astronomická velmi šťastně jest volena a pečlivě propracována. Škoda, že aspoň této části nedostává se obrazců; zde nejtrapněji pociťuje se jejich nedostatek.

Další statí dílu II. jest konstruování algebraických výrazův a algebraické řešení geometrických úloh strojných. Obojí jest svému účelu přiměřeno jak rozsahem tak výběrem látky.

Konec II. dílu činí „Analytická geometrie" zachovávající vhodné pořadí:

Přímka, parabola, kruh, ellipsa a hyperbola. Co tu sneseno zajímavých, instruktivních úloh, ani by čtenář neposoudil správně, kdyby se do jich řešení nepustil; vždyť úlohy bývají zde mnohonásobny a obyčejně tak voleny, aby řešení jedné osvětlováno bylo řešením druhé, připojené. Ve všem určitý plán a jednotná koncepce! Neradi zde vidíme zavedení neobvyklých značek d_a^M pro vzdálenost bodu od přímky a přímky od bodu jakož i nových znaménkových pravidel. V takových věcech má býti sbírka podřízena předepsaným učebnicím!

Díl III. obsahuje výsledky. Odpovědi jsou přesné i určité, úsečné i úplné. Jen málo kde bylo vynecháno řešení zvláštní vedle obecného, kteréžto poslední provedeno všude elegantně; každý vzorec redukován na tvar nejpřípadnější.

Škoda, že se do výsledků vloudilo převeliké množství tiskových chyb, jež ovšem při prvním vydání knihy, tak choulostivé pro sazeče, jsou omluvitelny.

Přejeme záslužné práci, první toho druhu, aby stala se nejmilejší rukovětí našim abiturientům a nejmocnější návnadou mathematického studia žákům vyšších tříd střední školy!

Ant. Jeřábek.

Jandečka-Libický, **Geometrie pro vyšší gymnasia.** Díl III. Čtvrté vydání. V Praze 1906, nakl. I. L. Kober. Cena 2 K 10 h, váz. 2 K 60 h.

Analytická geometrie v rovině. (*II. část III. dílu.*) Čtvrté, úplně přepracované vydání, upravené dle nové osnovy učebné z r. 1900, liší se zcela od třetího a to jen na prospěch škole. Z vysoké, logicky bezvadné stavby, jak ji Jandečka ve své „Geometrii" od základův až po témě dokonale provedl — jež trvale zůstane odborníkovi vzorem přesnosti, však svojí vědeckou abstraktností duchu žákově někde se nezamlouvá — sestoupil autor čtvrtého vydání do těch konkretních forem, jak si jich přirozená duševní činnost začátečníkova geometra jen žádati může.

Šťastnou rukou při vší srostité úpravě zasáhnuto zde v exaktní látku a docíleno didaktického prospěchu způsobem několikerým:

1. U výběru učiva vypuštěno vhodně vše, co svojí přílišnou odtažitostí odpuzovalo a učení znesnadňovalo.

2. Mnohá pravda geometrická vpravena zde v látku cvičebnou, kdež jí přidáno jen tolik návodu, aby nedocenitelné ηὕρηκα bylo návnadou mathematického vzdělání.

3. Heslem učebnice učiněno: „postupovati od zvláštního k obecnému!“ Toho dbáno až do těch nejútlejších záhybů, kde jen bylo lze ubrániti se nutkavému příkazu methody deduktivní, aby geneticky vyvíjeny byly poznatky co nejpřiměřeněji mladé mysli žákově.

4. Koncentrace učiva, kteráž najmě provedena v sedmé části, záslužnou práci vykonala směrem dvojím: pomáhajíc jednak uskrovniti látku učebnou, jinak směřujíc k známému úspěchu „Non multa, sed multum“.

Referent dovoluje si v prvé příčině poukázati k tomu, že hned na počátku střízlivá jest zachována míra *v transformaci souřadnic*. Upuštěno zde naprosto od těch *proměn*, jež vznikají otočením os souřadných; vždyť bez nich v celé knize lze vystačiti vyjma při rovnici *rovnoosé hyperboly*, jsou-li *asymptoty* osami souřadnými. A ten případ odbývá spisovatel účelně, zařadiv jej mezi úlohy (cvič. 407.) na takovém místě, kde se ho s pochopením snadno zmocní pokročilá již mysl žákova.

Podobně šťastně zhostil se autor stati o *sdružených průměrech* cvičeními 215., 216., 362., 363., 364., 437., 438., 439. a j. Rovněž zdařile vyřídil část jednající *o řídících přímkách kuželoseček* jedinou úlohou (str. 157.), jež vhodně spojena jest *s polární rovnicí kuželoseček.*

Pěknou ukázkou postupu od zvláštního k obecnému jsou rovnice *přímky* 20*a*), 20*b*) . . . 20*k*) a *kruhu* 28*a*), 28*b*) . . . 28*h*). — Číslování vzorců příslušných sluší jen chváliti!

Pojmy přesně vyměřují se *vznikem* a správné rozhodování *o jakostném znamení útvarů geometrických* nečiní pak žádných obtíží, jak na př. lze viděti ve stati *o obsahu trojúhelníka* (str. 49.), dále při *normální rovnici přímky* (str. 61.), *při úhlu dvou přímek* (str. 67.; „sled směrnic jest protivný se sledem ramen“), *při vzdálenosti bodu od přímky* (str. 71.), při *vztazích tří přímek* (str. 72.), při *symmetrále úhlu*, kterým prochází přímka, vedená vrcholem úhlu rovnoběžně s osou *y*-ovou, jakož i při *symmetrále úhlu vedlejšího* (str. 73.), při *veličinách dotyčných* a j.

Jako by na ukázku nejúspěšnější koncentrace sestaven jest *závěrek — část sedmá.*

Jak prospěšně se liší od *přídavku* třetího vydání!

Co tu všecko bylo sneseno v přehlednou soustavu poznatkův!

Rovnice *vrcholové, polárné* vyřízeny jedním rázem; *obsah ellipsy a úseče parabolické* připojeny k úvaze o křivkách průsečných na ploše kuželové, jež samojediná vyčerpává závěrek vydání třetího.

Zvláštní předností „Analytické geometrie Jandečky-Libického" jest skvostná sbírka příkladů, čítající 487 cvičení, vesměs vhodných, a přesně přepočítaných s výsledky bezvadnými, jež tím jest cennější, že opírá se *o obrazce knihy.*

Připomeneme-li konečně, že při každé kuželosečce připojena jest četná skupina úloh *o geometrických místech* v úpravě nejvhodnější a s návodem účelným, tož sluší s největším uznáním přijmouti záslužné dílo Libického jako výbornou učebnici pro žáky našich gymnasií!

Nepatrné chyby tiskové laskavý čtenář si opraví snadno:

Str. 61. řádka 14. shora: $o < \gamma < 2R$;

str. 70. obrazec 36. a): M' (pod O v levo);

str. 71. řádka 2. zdola: že (když n kladné) vzdálenost d . . .;

str. 148. řádka 13. shora: c) § 12. (díl II.)

Však těch je pranepatrně. *Ant. Jeřábek.*

Pionchon J.: **Principes et formules de trigonométrie rectiligne et sphérique. Avec un appendice sur des minima et maxima de figures géométriques.** Paris (Gauthier-Villars) - Grenoble. 1906. 8°, 146 pg. Prix: 5 francs.

Spis rozdělen v pět oddílů. První díl tvoří elementární výklady o funkcích trigonometrických. V druhém podány relace často užívané, v nichž vystupují funkce trigonometrické. Jsou to 1) vzorce pro součet a rozdíl dvou úhlů, 2) vzorce pro funkce trigonometrické, jichž argument jest násobkem aneb zlomkem úhlu jednoduchého a 3) vzorce pro součet neb rozdíl dvou funkcí trigonometrických. K tomuto oddílu připojena přehledná tabulka nejužívanějších vzorců goniometrických.

V oddílu třetím odvozeny důležité vlastnosti funkce

$$F(t) = A \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \alpha\right),$$

jejíž studium tvoří základ pro zkoumání funkcí periodických, a vyloženo grafické znázorňování a symbolické vyznačování funkcí sinusoidálních.

Oddíl čtvrtý a pátý obsahuje v hlavních rysech trigonometrii rovinnou a sférickou. Při řešení trojúhelníků sférických uvedeno též nomografické řešení, jak je podal d'Occagne v 32. svazku časopisu „Bulletin de la société mathématique de France“ (pg. 196—203).

V dodatku řešena řada úloh, při nichž se jedná o stanovení nejmenší nebo největší hodnoty některé geometrické veličiny (úsečky, úhlu, plošného obsahu atp.) v obrazcích, jež vyhovují daným podmínkám. Úlohy ty uvádí spisovatel pro jejich ekonomický význam, který zvláště v průmyslu přichází k platnosti.

Uvedený spis vyšel v mathematické sekci sbírky „Bibliothèque de l'élève ingénieur“. Není ani učebnicí ani spisem psaným pro odborníky, nýbrž má býti příručkou určenou pro posluchače průmyslových škol francouzských. Proto též shledáváme tu z trigonometrie jen výběr toho, co spisovatel pokládal za potřebné pro praxi technickou.

Výklad jest většinou jasný a tím přístupný. Překvapuje poněkud veliký počet chyb tiskových, jak v textu, tak v tabulce pro sinus (str. 15) a zvláště v tabulce pro tangentu (str. 34).

J. Kaván.

Recueil d'expériences élémentaires de physique *publié avec la collaboration de nombreux physiciens par H. Abraham. Paris, Gauthier-Villars 1904.*

Výbor *Société française de Physique* pověřil generálního sekretáře p. *H. Abrahama* úkolem, aby požádal členy společnosti o příspěvky do této sbírky. Velký počet i zahraničných členů, mezi nimiž čteme zvučná jména, přispěl buď tím, že někteří popsali pokusy při svých přednáškách zavedené, nebo jiní že sdělili své zkušenosti. Takto sebraný hojný materiál rozdělen na 2 svazky, jichž obsah odpovídá šíře probíranému učivu fysikálnímu nejvyšších tříd lyceí (classe seconde a première).

Nejsou to žádné výklady fysiky, žádná theorie, nýbrž prosté popsání pokusů, návod, jakým způsobem se mají provésti. Větším dílem jsou to pokusy přednáškové; než v tak velikém počtu najde se i slušná řada pokusů vhodných pro žákovská cvičení fysikální. V případě tomto, kde nutno žádati zpracování získaných dat, požaduje Sbírka jakožto konečný cíl nejčastěji grafické znázornění výsledku.

Ostatně obsah je tento: Jak již řečeno, celá Sbírka je rozdělena na 2 díly. Prvý je věnován mechanice a thermice, druhý akustice, optice a elektřině s magnetismem.

Úvodní kapitola k celému dílu obsahuje návod ku zpracování nejběžnějšího materiálu ve fys. laboratořích. Kapitolu tu uvítají všichni přátelé „ručních prací“, ať již je mají prováděti žáci, či učitelé sami si k výkladům svým mají improvisovati nutné pomůcky. Jedná se zde o zpracování kovu (hlavně mosazi) jak ve svěráku tak na soustruhu, obdobně probírá se technologie dřeva, a konečně se navádí k foukání skla. K tomu jsou připojeny četné drobné recepty v praxi vyzkoušené.

Kapitola druhá probírá měření délky a hmoty a obrací se k experimentální části mechaniky těles tuhých. Vedle skládání sil, kyvadla, vah a pod. obírá se v přední řadě silami molekulárnými, jedná o pružnosti v tlaku, tahu, o torsi a tření těles pevných i kapalných.

Kap. III. věnována hydromechanice a aeromechanice. Vedle jiného probírá se diffuse plynů, pokusy o pohybech vírových, konečně značná část této kapitoly je vyplněna četnými demonstračními pokusy o kapillaritě.

Poslední kapitola IV. obsahuje thermiku, v ní pokusy o roztažnosti těles tří skupenství, o přehřátí i přechlazení roztoků, o tekutých plynech atd.

Druhý díl počíná akustikou, obsahuje obšírnou kapitolu o světle a končí elektřinou.

V akustice nejprve uvedeny pokusy objasňující vznik a šíření vln, synchronismus dvou vlnění, obrazce Lissajousovy; následuje vznik zvuku, postup a šíření zvuku; pak výška tónu, píšťaly, resonatory, struny, tyče, ladičky.

Z optiky buďtež uvedeny různé fotometry, zkoušení fotografického objektivu, jakož i celý návod k fotografii, pěkná kapitola o fysiologické optice. Z theoretické optiky obsaženy jsou pokusy o dvojlomu a polarisaci odrazem, polarisaci rotační, chromatické, o interferenci a ohybu světla.

Největší část tohoto dílu je věnována nauce o elektřině a magnetismu (str. 152—400). Obsahuje spoustu pokusů vztahujících se k základním poznatkům, nevyhýbá se měrným pokusům elektrostatickým, pojednává o vedení elektřiny v plynech, o ionisaci vzduchu, přechází pak ke galvanismu. I zde jest uvedeno dosti úloh měrných, několik měrných method jako měření odporu mostem Wheatstoneovým, substitucí, galvanometrem differenciálním atd. Elektromagnetismus dává příležitost k podrobnějšímu seznámení s dynamy a el. motory. Kapitola ta je zakončena el. oscillacemi, proudy o vysoké frekvenci a telegrafií bez drátu.

Ku konci každého dílu připojeny jsou vhodné číselné tabulky, vztahující se k textu předcházejícímu. Celý text je provázen řadou vyobrazení znázorňujících potřebné co nejjednodušší arrangement. Také v textu při popisu experimentu jest uveden hned návod k sestrojení potřebných apparátů, ovšem pokud je lze provésti bez odbornější zručnosti. Tím se ale jeví v celém spisu jakási nehomogennost. Kdežto v prvém díle je všechno zhotoveno více méně z několika kousků dřeva, koku, pečetního vosku, nebylo možno hned v nauce o elektřině vyhnouti se i dosti komplikovanému zařízení. Tak některé pokusy svou jednoduchostí vzbuzují až obavy nad uspokojujícím výsledkem. Ku př. v I. díle při skládání sil měří se veškeré síly napětím ocelových spirál upevněných na rýsovacím prkně, ač by tu známé všestranné upotřebení kladek na sloupu Strouhalově bylo nejspíše na místě.

Než tato výtka nemá znamenati odsouzení celého díla. Naopak; předložená sbírka je dílem mnoha pracovníků, z nichž každý snažil se přispěti tím nejvhodnějším. A tak v té nehomogennosti možno hledati i přednost tohoto spisu, neboť hlavní asi cenu jeho činí ty různé byť i drobné zkušenosti četných experimentatorů, jichž v tomto díle uveden vskutku počet nemalý.

Dle tohoto spisu bylo pořízeno od Drů. *Schrebera* a *Springmanna* německé zpracování pod názvem **Experimentierende Physik,** *Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1906.* — Oba spisovatelé držíce se dosti věrně francouzského originálu, snažili se podati svou knihu též jako návod k žákovským cvičením. Proto jako pendant k 1. kapitole I. dílu — Werkstattarbeiten — přidali ke II. dílu novou úvodní kapitolu — Schreibtischarbeiten. V ní pojednávají o úkolech fysiky, dávají návod k sepisování protokollů a výkladů získaných dat. Jinak neliší se tato kniha podstatně od svého vzoru; leckde je stručnější. *V. Teissler.*

Henri Lebesgue, **Leçons sur les séries trigonométriques professées au collège de France.** Collection de monographies sur la théorie des fonctions publiée sous la direction de M. *Émile Borel.* Paris, Gauthier-Villars, 1906. Stran 128.

Po úvodu, ve kterém spisovatel vykládá některé pojmy důležité pro další výklady (jako ku př. o diskontinuitách, o bodech t. zv. regulárních, o funkcích monotonních) následuje historický výklad o tom, jak vznikl problém vyjádření funkce řadou trigonometrickou. Podány pak formule Eulerovy a Fourierovy pro koefficienty, vzorce pro trigonometrickou interpolaci a konečně methoda Fourierova pro určování koefficientů.

V kapitole následující vyloženy nejprve některé jednoduché způsoby summace řad trigonometrických; pak vyšetřována konvergence řad trigonometrických, při čemž opírá se spisovatel o známou Abelovu transformaci nekonečných řad a dostává tak způsobem velmi jednoduchým některé důležité věty o řadách Fourierových příslušících k funkci dané v intervalu $(0, 2\pi)$. Jakožto applikace podán důkaz Weierstrassovy věty, že funkce spojitá může býti vyjádřena v daném intervallu polynomem anebo konečnou řadou Fourierovou s odchylkou menší co do absolutní hodnoty než ε (na kterýžto důkaz upozornili prví Lerch a Volterra). Dále řešen problém Dirichletův, dle něhož jest dokázati existenci funkce hovící rovnici

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

pro všecky body uvnitř jednoduché uzavřené křivky C a jejíž hodnoty na křivce C jsou dány. Řešení podáno pro ten případ, že C jest kruh a odvozena zároveň příslušná formule Poissonova.

V kapitole třetí jsou podány další věty o podmínkách pro konvergenci Fourierových řad. Dokázány zejména věty Riemannovy, odvozeny podmínky Diniovy, Jordanovy a Dirichletovy. Jakožto další použití dáno jest odvození formule integrální Fourierovy, velmi pěkné odvození formule summační Euler-Maclaurinovy a známých vzorců pro součty Gaussovy (dle Dirichleta).

V obou kapitolách posledních jest zprvu dán příklad spojité funkce, jejíž Fourierova řada nekonverguje v celém intervalu, pojednáno o řadách Fourierových divergentních a o operacích s řadami Fourierovými. Konečně dokázány některé obecné věty o řadách trigonometrických; uvádím tu pouze větu Riemannovu; tato učí nás počítati součet řady

$$\tfrac{1}{2}a_0 + \sum_k (a_k \cos kx + b_k \sin kx) = A_0 + A_1 + A_2 + \ldots$$

a praví, že součet této řady jest dán limitou

$$\lim_{h=0} \frac{F(x+2h) + F(x-2h) - 2F(x)}{4h^2},$$

kde

$$F(x) = C + C_1 x - \frac{A_0 x^2}{2} - \frac{A_1}{1^2} - \frac{A_2}{2^2} - \frac{A_3}{3^2} - \ldots,$$

jestliže řada daná jest konvergentní. r.

Ernst Lindelöf, **Le calcul des résidus et ses applications à la théorie des fonctions.** Collection de monographies sur la théorie des fonctions publiée sous la direction de M. *Émile Borel.* Paris, Gauthier-Villars, 1905. Stran 141.

Aby dokázal větu Cauchyovu o integrálech komplexní proměnné, dokazuje spisovatel velmi jednoduchým způsobem nejprve větu: Každá funkce analytická $f(z)$, jednoznačná a holomorfní v oboru T jednoduše souvislém, jest derivací funkce $F(z)$ týchž vlastností. Tato funkce $F(z)$ jest určena až na konstantu. Věta Cauchyova jest pak jenom pouhým důsledkem této věty. Věta Cauchyova pak použita známým způsobem na odvození Taylorovy řady, Laurentovy a vět o residuech; z těchto pak vět vyvozeny jsou důkazy pouček o kořenech rovnic daných pomocí funkcí analytických o dvou proměnných, zvláště pak formule Lagrangeova a formule Jensenova, která mezi těmi nullovými body $a_1, a_2, \ldots a_m$ a póly $b_1, b_2, \ldots b_n$ funkce analytické $f(x)$ (při tom jest každý nullový bod, resp. pól tolikráte vzíti, kolik obnáší jeho řád), jež nacházejí se v kruhu o poloměru r, stanoví vztah

$$log \left| \frac{a_1 . a_2 \ldots . a_m}{b_1 . b_2 \ldots . b_n} \right| = (m - n) \, log \, r - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} log f(re^{i\varphi}) \, d\varphi.$$

Další užití týkají se jednoduchých funkcí lomených jednoperiodických a s tím souvislých čísel a polynomů Bernoulliových, Eulerových a pod. a počítání integrálů omezených. Jako zajímavý příklad pro rozklad v nekonečný součin uvádím ze stránky 41. tuto rovnici

$$sin \, x - ax \, cos \, x = (1 - a) \, x \prod_1^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{\lambda_\nu^2}\right).$$

Oddíl třetí jest věnován výkladu o vzorcích součtových, při čemž zvlášť zajímavé a úplné jsou poznámky historické. Ze vzorců součtových odvozeny různé vztahy opět pro čísla a polynomy Bernoulliovy (a příbuzné), jakož i tento vzorec Schaarův

$$\sum_{\nu=0}^{n-1} e^{\frac{p\pi i}{n}\nu^2} = e^{\frac{\pi i}{4}} \sqrt{\frac{n}{p}} \sum_{\nu=0}^{p-1} e^{-\frac{n\pi i}{p}\nu^2},$$

kde n a p jsou dvě čísla celá bez společné míry a jedno z nich jest sudé; z tohoto vzorce snadno vyplývá známý vztah pro Gaussovy součty. Upozorniti jest mi i na použití na výpočet koefficientů ve Fourierových řadách ve tvaru někdy pohodlném pro počet; toto použití pochází od Cauchyho, jenž je podal poněkud nepřesně. Pro funkci $F(x)$ máme totiž za jistých supposicí tento rozvoj

$$F(x) = A_0 + \sum_{k=0}^{\infty} (A_k \cos 2k\pi x + B_k \sin 2k\pi x),$$

kde

$$A_k = 2 \int_0^{\infty} e^{-2k\pi t} \left(q(1, t) - q(0, t)\right) dt,$$

$$B_k = 2 \int_0^{\infty} e^{-2k\pi t} \left(p(1, t) - p(0, t)\right) dt,$$

a

$$F(t \pm i\tau) = p(\tau, t) \pm q(\tau, t).$$

Z těchto vzorců ku př. vyplývá snadno rozvoj $log \sin \pi z$, $log \, \Gamma(z)$.

V oddílu čtvrtém použity předcházející výklady při funkcích $\Gamma(x)$, $\zeta(s)$, $\zeta(s, w)$ a oddíl poslední zabývá se konečně tímto úkolem: Dána-li jest řada Taylorova tvaru

$$F(x) = \varphi(0) + \varphi(1)\,x + \varphi(2)\,x^2 + \,.\,.\, + \varphi(k)\,x^k + \,.\,.\,.$$

kde φ jest analytická funkce svého argumentu, vyšetřovati jest vlastnosti funkce $F(x)$, známe-li vlastnosti funkce φ. Provedeny pak důkazy některých důležitějších vět vztahujících se k tomuto úkolu a podána některá nová použití těchto vět. *r.*

Dr. *Niels Nielsen.* **Handbuch der Theorie der Gammafunktion.** Leipzig, B. G. Teubner, 1906. Stran 326.

Dr. *Niels Nielsen.* **Theorie des Integrallogarithmus und verwandter Transzendenten.** Leipzig. B. G. Teubner, 1906. Stran 106.

Účelem prvého spisu jest seskupiti literaturu a výsledky o gammafunkci, jež jest jedna z nejdůležitějších transcendent v analysi a jest, jak spisovatel v úvodu poznamenává, spis ten výsledkem dvacetiletého studia a prací jeho. Leží na snadě důležitost a užitek takovýchto spisů pro odborníka.

Kniha rozdělena na tři oddíly. Prvý vztahuje se ku theorii gammafunkce na základě nauky o funkcích, při čemž se snaží spisovatel býti pokud možná elementárním.

Druhá část týká se nauky o omezených integrálech, pokud souvisí s gammafunkcí.

Třetí část konečně pojednává o tak zvaných rozvojích v řadu fakultní. Jsou to rozvoje pro funkci $F(x)$ tvaru

$$F(x) = \sum_k \frac{k!\, a_k}{x(x+1)(x+2)\ldots(x+k)}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

a_k nezávislo na x. Těmito rozvoji zabýval se již Stirling (Methodus differentialis sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum; r. 1730).

Jest nemožno ve stručnosti načrtnouti poněkud podrobněji bohatý obsah díla. Poukazuji jenom ještě na obsáhlý seznam literatury sestavený abecedně dle jmen autorů. I důležitější práce v českém jazyku uveřejněné jsou tu uvedeny (práce Lerchovy a Weyrovy).

Jako prvý spis o gammafunkci v podobném směru pojednává druhý spis svrchu uvedený o integrállogarithmu, jehožto definici integrální lze takto psáti

$$li(e^{-x}) = C + log\, x + \int_0^x \frac{e^{-t} - 1}{t}\, dt,$$

a o transcendentě

$$L(x) = \sqrt{\frac{\pi}{4}} - \int_0^x e^{-t^2}\, dt,$$

jakož i o transcendentách, které vzniknou integrací týchž funkcí, avšak dle jiných čar integračních. Funkce tyto souvisí velmi úzce s gammafunkcí. Tuto lze totiž psáti (v oboru čísel reálných a při $x > 0$)

$$\Gamma(x) = \int_0^\omega e^{-t}\, t^{x-1}\, dt + \int_\omega^\infty e^{-t}\, t^{x-1}\, dt = P(x, \omega) + Q(x, \omega),$$

kde $P(x, \omega)$ a $Q(x, \omega)$ jsou t. zv. Prymovy funkce, druhá z nich jest při $\omega > 0$ celistvou funkcí x. Funkce $li(e^{-\omega})$ a $L(\omega)$ dostaneme z $Q(x, \omega)$, posoudíme-li proměnné x specielní hodnoty. Jest totiž

$$li(e^{-\omega}) = -\, Q(0, \omega), \qquad L(\omega) = \tfrac{1}{2} Q(\tfrac{1}{2}, \omega^2).$$

r.

Dr. *W. F. Osgood*, ord. Prof. an der Harvard-Univ., Cambridge, Mass. **Lehrbuch der Funktionentheorie.** In zwei Bänden. Erster Band. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner; 1907. Stran XII, 642.

(B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der math. Wiss. mit Einschluss ihrer Anwendungen, svazek XX: 1.)

Nauka o theorii funkcí stojí v popředí mathematického badání posledních několika desetiletí a jest pochopitelno tudíž že v poslední době poněkud ve větší míře než dříve stává se theorie funkcí předmětem učebnic. Tak máme, (nehledíme-li ku příslušným výkladům v učebnicích pojednávajích vůbec o analysi jako jsou Jordanova, Goursatova, Picardova, Hermiteova, Demarestova,) učebnice o theorii analytických funkcí od Biermanna, Durège-Maurera, Lásky, Petersena, Fouëta. Borela, Banchiho, Vivantiho, Forsytha, Harkness-Morleye a od jiných. K těmto učebnicím přistupuje nyní kniha Osgoodova, jejížto první svazek právě vyšel a která pro svůj neobyčejně jasný a snadno přístupný a zároveň přesný výklad zajisté delší dobu bude zaujímati přední místo mezi učebnicemi o analytických funkcích. Výklad jest doprovázen četnými jednoduchými příklady a úlohami, jakož i pečlivými illustracemi. V následujícím chci stručně naznačiti obsah prvního svazku.

V první části pojednáno o větách a methodách nauky o funkcích s reálnými proměnnými. Nejprve objasněny některé základní pojmy z differenciálního a integrálního počtu, zejména pojem limity při jedné a několika proměnných, pojem spojitosti funkcí, derivace, implicitní funkce. Zvláštní péče věnována pojmu stejnoměrné konvergence a jeho použití na věty o řadách funkcí. Další výklad vztahuje se k integrálům dle křivek a k nauce o množinách. Tu jest podán arithmetický důkaz věty, že jednoduchá (t. j. bez dvojných bodů) uzavřená regulární křivka dělí rovinu ve dvě kontinua. V přídavku k první části pojednáno o funkcích (reálné proměnné), jež mají derivace a to všecky derivace a přece nelze je rozvinouti v řadu Taylorovu v žádném bodě. *) O existenci takových funkcí opírá se poznámka autorova, že vlastnost funkce — dáti se rozvinouti v řadu Taylorovu — jest vlastností podřízeného druhu, vlastností, kterou, připisujíce ji funkci řešící učitý problém, tuto často zbytečně specialisujeme; při tom poukazuje zároveň autor na to, že všecky důkazy vět o funkcích, jež opírají se o vlastnost funkce dáti se rozvinouti v řadu Taylorovu, snáze provésti lze bez předpokladu této vlastnosti (vyjma důkaz existenční pro řešení rovnic diff. parc., ve kterémžto případě jiný důkaz nežli prostřednictvím Taylorovy řady není znám).

V druhé části vyloženy základy funkcí komplexní proměnné. Základní větu při tom tvoří Cauchyova věta o integrálech komplexní proměnné, jejíž rozšíření Goursatem rovněž podáno. Při konstrukci Riemannových ploch, příslušných ku daným funkcím mnohoznačným, použito s výhodou věty Darbouxovy o konformním zobrazování ve velkém. Velmi podrobně obírá se kniha s analytickým pokračováním funkcí.

Ve třetí části podána jsou konečně některá použití. Tato vztahují se především k nauce o periodických funkcích (o jedné a dvou periodách), ku rozkladu těchto funkcí v řadu zlomků resp. v nekonečné součiny, při čemž odvozena zároveň k tomu se vztahující obecná věta Weierstrassova a věty Mittag-Leflerovy. Velmi pěkná jest kapitola o elementárních funkcích. Tu se vychází z definice ku př. pro logarithmus dané rovnicí

$$L(x) = \int_1^x \frac{dx}{x}$$

*) První, kdo podal úplně přesvědčivý příklad takovýchto funkcí, jest *M. Lerch* v pojednání »Über die Nichtdifferentiirbarkeit gewisser Funktionen«. Journal für reine u. ang. Math., sv. 103, str. 136. Příklad Lerchův jest zároveň velmi jednoduchý. Viz též jeho pojednání »Über die analytische Natur einer von P. du Bois-Reymond betrachteten Funktion. Monatsch. für Math. und Physik sv. 8, str. 377 (anebo překlad v Acta math. sv. 22, str. 371).

a systematicky způsobem velmi jednoduchým vlastnosti této funkce jakož i funkce inversní se odvozují. Podobně při definici funkcí trigonometrických tvoří jako nejpřirozenější *analytické* východisko rovnice differenciální $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$. Při tom však i jiné způsoby definic jsou v úvahu vzaty. V kapitole o logarithmickém potenciálu objasněny nejprve příslušné problémy mathematické fysiky (anebo jak spisovatel na jednom místě praví „fysikální mathematiky"), pak odvozeny vlastnosti harmonických funkcí a podán důkaz principu Dirichletova. V dalším dokázána ještě zevšeobecněná věta Picardova o celistvých funkcích a stručně pojednáno o vyjadřování analytických funkcí pomocí jednoznačných funkcí. *r.*

J. A. de Séguier, **Éléments de la théorie des groupes abstraits**. Théorie des groupes finis. Paris, Gauthier-Villars 1904, str. 176.

Pojem grupy vybudován nejprve za účelem alg. řešení rovnic. Rozvoj mathematiky v druhé polovici 19. století způsobil, že se tento pojem i v jiných oborech jejích stal důležitou pomůckou a následkem toho stala se nauka o grupách sama pro sebe (bez ohledu na applikace) předmětem četných badání.

Účelem Séguierovy knihy jest podati v tomto směru učebnici o grupách. V kapitole první a následující pojednáno o základních pojmech a o větách obecných vztahujících se k dělitelům grup. Předmět kapitoly třetí jsou grupy Abelovy a „Hamiltonovy" a v kapitole poslední pojednáno konečně o grupách řádu p^m (zvláště pak o grupách řádu p^3, p^4, p^5). Z dodatků uvádím výklad o grupách pohybů, dále výklad o maticích (zvláště celistvých a jich „elementárních dělitelech"), o rovnicích a o shodách lineárních. *r.*

Čtvrtý internacionální sjezd mathematiků.

Redakci došlo pozvání ku *4. sjezdu internacionálnímu mathematiků* se žádostí, aby toto pozvání aspoň ve výtahu v Časopise bylo uveřejněno.

Sjezd konati se bude v *Římě od 6. do 11. dubna 1908*. První sjezd byl v Curychu r. 1897, druhý v Paříži r. 1900. třetí v Heidelberku r. 1904.