

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Tilšer

K úvodu do základů deskriptivní geometrie. [IV.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 13 (1884), No. 2, 59--87

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123169>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1884

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

K úvodu do základů deskriptivní geometrie.

Od

Františka Tilšera,

prof. při české vysoké škole technické v Praze.

(Pokračování.)

IV. O přípravném vyučování deskriptivní geometrii na stupni prvním.

Předkem budiž zde poznamenáno, že zvolili jsme různé druhy znaků symbolických dle určitých zásad, které vůbec vyplývají jakožto samozřejmé postuláty již z povahy věci, jakmile jasně vytčen jest účel, jehož symboly těmi dosíci chceme; jako na př. že užívati sluší pro každý zvláštní druh předmětů, které vyznačiti máme, též zvláštního druhu symbolických znaků písmenných; že znaky symbolické býti mají co možná jednoduchými, a že dlužno je vybíráti — ač není-li nijaká potřeba nevyhnutelná na překážku — ze známých již znaků písmenných, kterých neužívá se posud všeobecně pro určitá vyznačení pojmová; znaků však, které již obecné platnosti na jiném poli vědeckém nabyly a dobře se osvědčují, že ponechati sluší u významu dosud obecně uznaném atd.

Jednotlivá písmena vyskytujících se různých druhů písem podávaly k tomu mnoho vhodného materialu, ješto se zde pojí zcela *určitý pojmový význam* k určitým různě vytvářeným, *viditelným znakům písmenným*. Upotřebením právě těchto znaků za znaky symbolické odpadá též potřeba, hledati zvláštní nová jména pro *symboly* jednotlivých druhů předmětů, jelikož jim i při upotřebením jich ve smyslu právě vytknutém ponechati lze ona pojmenování, která jim přísluší jakožto *viditelným znakům slyšitelných* hlásek. Že nejlépe k dosažení našich účelů *takové* druhy písem se hodí, jichž *tvar, poloha a velikost* snadno determinovány býti mohou dle jednoduchých známých zásad geometrických, jest patrno právě tak, jako že tam, kde nastává potřeba vytvářeti *nové* znaky symbolické, toto tvárnění díti se musí dle zcela určitých pravidel. —

Ostatně vytknuty budou ještě v následujících úvahách ony zvláštní důvody, které rozhodnými byly pro volbu toho kterého druhu písma, kdykoli se toho potřeba ukáže. —

Aby *jednotlivá* daná a blíže určitelná *tělesa* jakožto *nositelé zvláštních forem* vedle označení jich *vzlaštším jmenem* i jednoduše *symbolicky* vyznačena byla, jest vhodné užívati *jednotlivých písmen* t. zv. *egyptského písma*, které se nazývá též písmo *kamenné i trámové*, tvaru asi následujícího:

A, B, C, ,

a sice předkem pro důvody mnemotechnické, poněvadž *jméno* — kamenné, trámové — toho druhu písma připomíná pevná tělesa určitých forem, pak ale též proto, že při pohlížení na tyto znaky symbolické, k jichž vytvárnění větší množství hmoty třeba, než při jiných jednoduchých druzích písma, kterých obecně se užívá, snadněji na mysl se přivádí *hmotnost fyzických*, těmito symboly vyznačených *těles*; a konečně též proto, že z těchto symbolických znaků snadně odvoditi lze způsobem vhodným a smyslu přiměřeným symboly jiné, kterých potřeba nastává, kdykoli jde o *určité označení částí prostoru, které daná tělesa fyzická formy určité právě vyplňují anebo které jimi jinak určité omezeny auebo tělesy fyzickými vůbec určitým způsobem determinovány bývají*, — jak později blíže naznačeno bude.

Ku *symbolickému označení stran mezných* vůbec, které při daných tělesech pozorovány bývají a blíže determinovány býti mohou, zvolil jsem veliká, stojatá písmena latinská tak zvané antikvy, tvaru asi tohoto:

A, B, C, ,

kdežto ku *symbolickému označení hran mezných*, jakožto *společných* mezi *různých stran* daného tělesa, neb jinakých ve *stranách mezných* se vyskytujících, *lineárných útvarů* jakožto *společných* mezi *různých částí téže strany* mezní, užívati budeme velikých latinských písmen téhož druhu písma, však *ležatých* — t. zv. *moderní tučné kursivy* — tvaru asi tohoto:

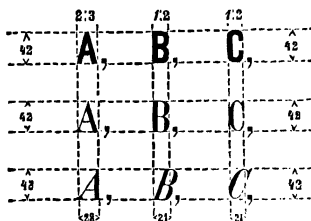
A, B, C, ,

malá písmena posléz uvedeného druhu písma konečně, jako

a, b, c,,

sloužití nám budou za symboly jednotlivých *částic mezných* vůbec, zvláště pak *částic vrcholových*, jimiž dány jsou *společně* meze *různých hran* mezných.

Poněvadž písmena v typografii obecně užívaná a určitým jmenem pojmenovaná — na př. polotučná antikva — nejsou všude a vždy určité podoby ve smyslu geometrickém, nýbrž sestrojena jsou často na základě poměrů různých, bylo by zajisté ve prospěch snadnějšího vzájemného dorozumění jakož i přesně zákonného vývoje celé nauky, ustanoviti pro určité druhy potřebných znaků symbolických také docela přesně formu jich podlé zásad geometrických tak, aby určité řady podobných určitých významů vždy přiměřenými určitými sobě podobnými symboly se vyjadřovaly, jak to v následujících třech řadách jest naznačeno:



kde poměr šířky k výšce písmen celistvých jakož i jednotlivých částí jejich byl blíže určen. Relativná velikost a vzájemná poloha znaků symbolických řídila by se pak podlé jiných okolností, k nimž také později přihlížeti budeme.

Co se provedení samého týče, vyhovělo by se požadavku takovému velmi snadno, a sice buď tím, že by se určité druhy jednoduchých již na mnoze užívaných písem jinak také úhledných za tím zvláštním účelem jako vzory ustanovily, aneb že by se písmena přiměřené formy teprv sestrojila.

Hledíme-li však k vyučování samému, kdy se pojednává o problému morfologickém, tu jest bez toho nutná potřeba, aby se učňům ustanovily určité poměry ku sestrojení znaků symbolických, typických. Tím by se ovšem také všude na základě daných poměrů určitých druhy písma stejné formy docílily. V dosavadní typografii se k této stránce upotřebení znaků

symbolických nepřihlíželo, ač setkáváme se tu s přerozmanitými velmi četnými druhy písem nejen jednoduchých ale i složitých na mnoze současně velmi ozdobných. —

Při takovém označování *jednotlivých, tvar tělesa určujících prvků* dlužno však zvláště k tomu ukázati, že *ani strany, ani hrany mezní, ani částice mezní* o sobě samostatně nebytují, nýbrž vždy pouze při daných tělesných útvarech jakožto zevní jich meze se vyskytují, zrakem i hmatem pozorovány bývají, a takto jako *první* nejobecnější *poznatelné vlastnosti těles fyzických* beze všech ohledů k vlastnostem jiným, jež s *jakostí* těles jsou sloučeny, pojímány býti mají.

Dotkne-li se učitel dlaní ruky své na kterémkoli místě mezní strany dané krychle a posouvá-li pak ruku svou podle oné strany v *kterémkoli směru* aby, — poukázav k písmenu, kterým ona strana označena býti má, — uvedl to, co označeno bylo, — v určitou souvislost se znamením označujícím, dotýká se přece *krychle* samé, avšak ve zvláštní části její meze, kterážto mez se stává zvláštním předmětem určitého uvažování. Podobné platí, když pošnuje tužku, dotýkaje se její špičkou hrany tohoto tělesa v *jednom neb druhém z obou možných směrů* od kterékoliv z její mezních částic počínaje, a při tom zření žákovo podobným způsobem k této hraně obrací, ukázav k ní jakožto ku společné mezi dvou stran mezních *krychle*, vyjadřuje tuto závislost přiměřeně též v symbolickém označení, asi způsobem tímto:

$$A_{BC}, B_{CA}, C_{AB},$$

značí-li symboly *A, B, C* tři určitým vrcholem krychle jednak omezené hrany a *A, B, C*, k těm hranám mezním se vztahující, na každé z nich normalní, rovné strany mezní.

K takovým momentům sluší již při prvotním zavádění těchto symbolických znaků zvláštní zření míti, aby snad samostatným označením oněch prvků, jimiž *forma těles* jest určena, nevznikla domněnka, že samostatně bytují; což dosti často v naukách o tvarosloví se vyskytuje, kde na př. uvádí se list papíru jakožto zástupce strany mezní jediné, aby se — jak se obyčejně praví — *znázornila rovina*, což však, jak později dokážeme, jest nesprávné. Ono samostatné označení jen v ten

smysl vykládáno budiž, že jednotlivé mezní strany, hrany neb částice, ačkoli se vždy pouze při daných, skutečně bytujících tělesích vyskytují, přece pojímány býti mohou a vskutku též se pojímají jakožto *zvláštní předměty* bližšího určení *tvaru, velikosti a polohy*, nepřihlížejíc k nositelům jich neb k *jakosti hmoty* těles. —

Aby se vyznačila též symbolicky a přesně ona závislost jednotlivých prvků tvar určujících s tělesy, stačí připojíme-li ku symbolu prvku tvar určujícího ještě symbol tělesa, jakožto pouhý index, k čemuž užijeme písmenek téhož písma kameného menšího druhu, a sice buď v pravo dole, buď v pravo nahoře, když na prvním místě pro jiné důležité příčiny již připojen byl index jiný.

Dle toho slušelo by tedy označovati jednotlivé strany mezní

$$A, B, C, \dots$$

tělesa **A** symboly

$$A_A, B_A, C_A, \dots,$$

jednotlivé hrany mezní téhož tělesa

$$A_A, B_A, C_A, \dots,$$

jednotlivé částice mezní konečně symboly

$$a_A, b_A, c_A, \dots$$

Podobným způsobem daly by se vyjádřiti též jednotlivé lineární útvary mezní vyskytující se v daných stranách mezních symboly

$$A_A, B_A, C_A, \dots,$$

a jednotlivé částice mezní daných stran mezních neb daných hran mezních symboly

$$a_A, b_A, c_A, \dots \text{ a } a_A, b_A, c_A, \dots$$

Pokud však rozdělení lze *strany mezní těles* na *dvě typická skupení* totiž na *strany mezní rovné a oblé*, a pokud tyto opět posuzovati sluší dle *trojí zvláštní povahy* jich jakožto *strany vypuklé, vyduté a vypuklovyduté*, k čemuž ukázáno bylo na př. při plném a dutém válci, při plné a duté polokouli, při vřetenu šroubovém a při matici šroubové; — potud dlužno též po-

starati se o to, by vhodnými symboly přesně vyznačeny byly též tyto *různé věcné základy pojmů příslušných t. zv. pojmů reálních*. Toho však dosáhneme způsobem velice jednoduchým, klademe-li nad symboly různých stran mezních oblých znaky v určité poloze, jež podobají se začátečním písmenům slov „convexní“ (vypuklý) a „concavní (vydutý) a jichž užívá se, ovšem k jiným účelům, též v jiných naukách; a sice pro *vypuklé strany* mezní znak \smile , pro *vyduté strany* mezní znak \frown , pro strany mezní *vypukloduté* pak znak \sim , konečně jakožto symbolu rovné strany mezní užívati budeme přímé čárky nad symbolem strany mezní položené.

Tím obdržíme pro *všechny druhy charakteristických ve skupení oblých stran* mezních zahrnutých prvků tvar určujících přesná označení v symbolech tohoto tvaru typického:

$$\check{A}, \check{B}, \check{C}, \dots,$$

pro všechny pak rovné strany mezní, jež často také jediným slovem „stěny“ se nazývají, typy této podoby

$$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots$$

Pro obě hlavní skupení hran mezních, které pojímati lze jakožto společné meze vždy dvou stran mezních tělesa, a které na *přímé a křivé hrany* dělíme, možno analogicky užití přesných znaků symbolických, rozeznáváme-li mezi křivými hranami *hrany rovnostranné a prostorové*; a dělíme-li ony dle hlavního typu stran mezních vypuklých neb vydutých, je určujících.

Tak opatřili bychom znaky křivých hran mezních rovnostranných řezů při dutém válci kruhovém, které přísluší vypuklé straně mezní, symbolem \smile ; které však náleží straně vyduté symbolem \frown ; všechny pak křivé hrany mezní prostorové jako na př. při závitku vřetena šroubového, znakem \sim .

Vhodné symboly *pro označení všech druhů křivých hran mezních* měli bychom tedy ve znacích

$$\check{A}, \check{B}, \check{C}, \dots,$$

ony pro přímé hrany mezní pak ve znacích

$$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots,$$

aniž by při poslednějším vyznačeno bylo, zda-li pojímají se

jakožto společná mez dvou rovných stran mezních, neb jedné rovné a jedné oblé, neb dvou oblých stran mezních — na př. při tělesech o stranách oblých válcových — což ovšem přesně způsobem jiným vyznačiti lze a ukáže-li se toho potřeba, též vskutku se označuje.

Užívající toho, co právě jsme uvedli, při konkrétním příkladu, označíme předměty v seznamu pomůcek učebných, o nichž prvé jsme jednali, pod serií modelů dřevěných uvedené po sobě jdoucími písmeny písma kamenného; ku označení dutého kruhového válce uijeme pak symbolu F , ku označení všech čtyř stran jeho mezních symbolů

$$\check{A}_F + \hat{B}_F + \bar{C}_F + \bar{D}_F \quad \text{neb} \quad (\check{A} + \hat{B} + \bar{C} + \bar{D})_F.$$

Aby zde symboly se vyjádřilo, že pojímati sluší každou hranu mezní jakožto společnou mez vždy dvou určitých, typických stran mezních, tedy jen co do *rozsáhlosti její délkové*, stačí, připojí-li se symboly obou oněch stran mezních s jich typickým příznakem ku symbolu hrany mezní jakožto indexy. Dle toho bylo by nám vyznačiti čtyři křivé hrany

$$\check{A}, \hat{B}, \check{C}, \bar{D},$$

dutého válce kruhového F , které zde pojímáme jakožto společné meze rovných stran mezních \bar{C} a \bar{D} s vypuklou stranou mezní \check{A} a vydutou stranou mezní \hat{B} symboly

$$\check{A}\bar{C}\check{A}, \hat{B}\bar{C}\hat{B}, \check{C}\bar{D}\check{C} \text{ a } \bar{D}\bar{D}\bar{B};$$

k čemuž přimysliti sluší ještě symbol tělesa samého, není-li zřejmé připojen ve způsobě symbolu složitěho $\check{A}\bar{C}\check{A}_F$.

Podobně bychom počínali si v případech jiných.

Analogickým způsobem možno vyznačiti vrcholové *částice mezní* jakožto *meze společné* dvou neb více hran mezních.

Netřeba asi zvláště odůvodňovati, že při těchto *obecných úvahách* zření též k tomu obracetí sluší, že při některých tělesech jest celý povrch jedinou oblou stranou mezní beze všech hran mezních, křivých neb přímých — vejce, koule —;

jiná tělesa pak že obmezena jsou jednou oblou a jednou neb několika rovnými stranami mezními, jako polokoule, čtvrtkoule; kdežto při tělesech pouze rovnými stranami mezními obmezených, kterážto tělesa obyčejně dle množství těchto stran čili stěn se pojmenují — polyedry, mnohostěny — alespoň čtyry rovné strany mezní vyskytnouti se musí (tetraéder, čtyrstěn); rovněž že při jednotlivých stranách mezních jediná křivá hrana mezní se vyskytuje, kdežto při jednotlivých rovných stranách mezních o výhradně přímých hranách mezních alespoň tři přímé hrany býti musí, a že zde tvar rovných stran mezních, ve kterých počet hran mezních vždy počtu vrcholů i počtu úhlů se rovná — mnohoúhelníky neb polygony se nazývají. —

Abychom při rozeznávání těles ještě oné potřebě vyhověli, která naskytuje se při bližší determinaci jak jednotlivých *tvornin* a jich dílů, tak při determinaci mnohých druhů *tvárnin* ve všech případech, kde *nelze stejně snadně a stejně přesně určití tělesa podle všech tří rozměrů*, neb kde k jednomu neb dvěma rozměrům méně se přihlíží, jak se to děje při mnohých nerostech, listech rostlinných a květech, při kalíškách květových a při tyčinkách, při vlasech zvířat, při vláknech pavučin, při látkách předených vůbec, zvláště však při papíru a při vláknitých tělesích, jichž užívá se ku průmyslným pracím, na př. ku tkaní rozmanitých druhů tkanin, připojíme v takovém případě ku symbolům těles ještě zvláštní příznak připomínající možnost přesného určení rozměrů oněch těles a sice rovněž *nad symbol* tělesa.

Je-li možno určití snadno všechny tři rozměry, užívati budeme znamení \sim ; kde v poměru ku třetímu jen dva rozměry zvláště patrně se vyskytují, jako při listech rostlin, papíru a t. p., tam užijeme znaku $-$; při označení těles vláknitých klademe znak \sim .

Poznamenati konečně sluší, že nepřihlížíme při tomto přípravném vyučování blíže ku t. zv. tělískům prachovitým o zcela nepatrných rozměrech, při kterých — užívajíce mikroskopu — často velice podivuhodné, zákonné formy pozorujeme.

Shrneme-li v jedno všechny posud naznačené pomůcky ku přesnému označení *prvků*, kterými určuje se tvar těles hmotných vskutku bytujících, jak jsme je vytkli počtem všechněm

možným případům stačícím, vyšedše ve shodě s „instrukcí“ od těles hmotných jakožto vlastních nositelů tvarů, obdržíme pro všechny, při bližším určení těles v přírodě — tvornin i tvárnin — užívané representanty symbolů následujících šest skupení; a sice:

1. pro pevná tělesa v přírodě skutečně bytující *Pour les corps solides naturels existants*

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots;$

2. pro oblé strany mezní těchto těles *pour les surfaces courbes de ces corps*

$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \dots;$

3. pro rovné strany mezní těchto těles *pour les surfaces planes de ces corps*

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots;$

4. pro křivé hrany mezní těchto těles *pour les arêtes courbes de ces corps*

$\check{A}, \check{B}, \check{C}, \dots;$

5. pro přímé hrany těchto těles *pour les arêtes droites de ces corps naturels*

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots;$

a konečně

6. pro jednotlivé částice mezní, zejména vrcholové těles *pour les sommets particuliers des corps*

$a, b, c, \dots;$

při čemž patrné jest, že potřebí i když přihlížíme k obecné charakteristice různých prvků tvarů různými příznaky vyznačených pouze dvanáct typických druhů znakových ku determinaci nesčíslného množství tvarů všech hmotných předmětů mimo nás v prostoru bytujících. —

Ačkoliv těchto potřebných pomůcek mnoho není, poznáváme přece, že nikoliv jediné abecedy, nýbrž několik již při prvotním rozeznávání prvků, formu těles určujících, jest potřebí a přesvědčíme se v ikonognosii později, že k uvědomělému po-

znání forem těles ještě muochem více jich bude zapotřebí, má-li se dosíci aspoň toho, co *Herbart* svou abecedou názoru (A, B, C der Anschauung) chtěl dosíci.

Není nesnadno poznati, že rozumným užíváním naznačených znaků symbolických, s kterými — jako se slovy — spojeny jsou *určité pojmy reálné* prvků určujících tvar těles, podstatně přispěti možno ku jistému poznání všech *vzájemných vztahů* jak mezi jednotlivými prvky tvar téhož tělesa určujícími, tak i mezi prvky, které různým tělesům přísluší; k čemuž především náležejí vzájemné polohy přímých hran mezních, pak ony rovných stran mezních a konečně polohy přímých hran mezních ku rovným stranám mezním. To zvláště v dalším rozvoji našich úvah na jevo přijde, když pokusíme se o to, vyjádřiti *každý z jasně poznaných, určitým symbolickým znakem naznačených pojmů slovy několika různých jazyků*, jak se to právě dříve dvěma jazyky učinilo.

Mezi čelnějšími determinacemi, které se vztahují ku vzájemné poloze těles mezi sebou, na tomto stupni přípravného vyučování zvláště vytknutí sluší relativní polohy charakteristických jednoduchých prvků tvar určujících — přímých hran mezních a rovných stran mezních těles — k tělesu zemskému samému, na onom místě, kde právě se vyskytuje těleso oněmi prvky určené. Při tom označíme těleso zemské symbolem **T** jakožto začáteční písmenou slova latinského terra (země). Mezi těmito polohami vyznačí se především *hlavní: vertikální* či *svismá* a *horizontální* či *vodorovná*. Poloha *svismá* aneb lépe řečeno *směr svismý* přímé hrany mezní a rovné strany mezní určuje se známým způsobem pomocí t. zv. olovnice, *poloha* pak *vodorovná* přímé hrany mezní a rovné strany mezní pomocí libelly neb krokvice. —

Samo sebou se rozumí, že při této jakož i jiných podobných příležitostech vždy ukazovati dlužno ku známým tvorninám neb tvárninám, jichž prvky tvar určující v těchto zvláštních směrech neb polohách se nalezejí, jak to vskutku často v tvaroslovích vyznačeno bývá. Mluvíme o horizontálním povrchu rybníku při klidné hladině vody, o vertikálním směru kmenů stromových, o svismých stěnách, vodorovné podlaze a o vodorovném stropu pokoje. K otázce, zda-li přímé hrany

určitých předmětů, na př. při jednotlivých sebe rozsáhlejších stavbách vskutku jsou stejnosměrnými mezi sebou, i když poznány byly jakožto vertikální při determinaci jich polohy pomocí olovnice, nelze ještě na *tomto stupni* vyučování blíže přihlížeti. —

Aby též symbolicky krátce vyznačeny byly zvláštní vzájemné polohy prvků tvar určujících, užiti lze, jak samo sebou se rozumí, znaků, kterých již v geometrii vůbec se užívá.

Výrazy jako:

$$\bar{A}_A \parallel \bar{B}_A \parallel \bar{C}_A \parallel \bar{D}_A$$

aneb

$$\bar{A}_A \perp \bar{A}_A; \quad \bar{B}_A \perp \bar{A}_A$$

zajisté vůbec srozumitelnými jsou dle dřívějších pokynutí. —

Že porovnáváním *předmětů stejnorodých*, jaké se vyskytují v prvech určujících formu těles fysických, vznikají také *pojmy stejnorodé reálné* jakožto *prvky řad myšlenkových stejnorodých*, jimiž k *axiomům Euklidovy geometrie* nutně jsme vedeni, také se snadno nahlédne, zejména, když se výsledek takového porovnání — měření — jako *přímých hran s přímými hranami, rovných stran s rovnými stranami* vyjádří pomocí symbolů příměřených.

Shledá-li se porovnáním *přímých hran* na př., že

$$\bar{A}_A = \bar{A}_B,$$

$$\bar{A}_A = \bar{A}_C,$$

shledá se také porovnáním hrany \bar{A}_B s hranou \bar{A}_C , že

$$\bar{A}_B = \bar{A}_C,$$

kterýžto výsledek jakožto první axiom *Euklidovy geometrie* se vyjadřuje a námi jakožto obecně uznaná věta považuje:

Rovnají-li se dvě věci něčemu třetímu, jsou také mezi sebou rovny.

Tím se dostává *empirickému původu* známých axiomů zároveň příměřeného výrazu. —

Při úvahách o vzájemných vztazích prvků tvar daných těles určujících nastává mnohdy nutná potřeba, přihlížeti též ku *částem prostoru*, které *právě ohraničeny* bývají *některými z daných těles* určitým způsobem, který blíže determinovati možno; jakož i k oněm částem prostoru, které *právě zaujaty* bývají *každým daným tělesem jakožto hmotou určité stálé formy*.

Jest pak jasné pojetí takových blíže určitelných částí prostoru, velmi důležitá nejen pro všechny díly *věd inženýrských*, ale i pro *nižší sféry činnosti technicko-průmyslových*. — Zvláštních neshod ani zde s tímto prvotním pojmáním nebude spojeno, jakmile učitel náležitě ocenil ony představy, k předmětům těm se vztahující, ve kterých žák již zběhlým jest; a jakmile ku bližšímu vysvětlení užije oněch pomůcek, které přiměřeny jsou chápavosti žáků. Též zde vhodné symboly konati budou velmi platné služby. Vhodné pomůcky, jichž upotřebiti lze s prospěchem ku jasnému pojetí určitých částí prostoru, jsou přerůzného druhu. Nejjednodušším a nejvíce přesvědčujícím stává se pojmání oněch částí prostoru, které určeny jsou stranami mezními daných pevných těles, které však nikoli látkou těchto těles, nýbrž jinými látkami skupenství plynného, tekutého neb i pevného vyplněny jsou, anebo takovými střídavě snadno vyplněny býti mohou. Příklady takových částí prostoru podávají nám nejen všechny místnosti k obývání určené, jež obmezeny jsou různými tvárninami pracně za tím účelem vyrobenými, by pojišťovaly život lidský proti různým možným nepohodám, nýbrž i rozličné, v bytech i mimo ně se vyskytující nářadí, nádobí, duté míry a t. p., které rovněž za tím účelem sdělány byly, aby se jimi pokud možno trvale určité části prostoru pojistily, a které také sloužívají ku přerůzným účelům v životě lidském. Třeba jen si poněkud všimati rozmanité potřeby tohoto života a spůsoby, jakými se jim u národů kulturních pomocí různých tvárnin vyhovuje, počínaje od kolébky, do které matka dítě své klade, až k hrobu, jimž také určitá část prostoru se vymezuje, aby mrtvé tělo v rakvi uložené na určitém místě v lůně země bylo pochováno, tu zajisté se pozná nesmírná důležitost jasného pojmání *oněch částí prostoru*, které jednotlivými tělesy jsou za doby jich bytování *zaujaty i omezeny*. Blížíší studium nenáhlého vývoje lidské kultury počínaje od

předhistorických dob, kdy ještě člověk jakožto obyvatel jeskyní sdílel bydliště své s medvědy, nalezá v přerůzných tvarech nenáhle a pracně vyrobených tvárnin látku ke všem oborům lidského života kulturního se vztahující, která však teprve v poslední době bližšího povšimnutí a ocenění dochází v *příčině poznání poznenáhleho vývoje člověčenstva.*

Při sledování takých, velice pracných výkonů, které směřovaly ode dávna k pojištění *částí prostoru určité formy, velikosti a vzájemné polohy,* v popředí vystupují různé druhy hradebních pevností na určitých místech povrchu zemského zřízených, k nimž zde zvláště poukázáno budiž, poněvadž takové práce opevňovací to byly, jež podnět zavdaly ku založení *géométrie descriptive Mongem* při vojenské škole inženýrské v Mézières-u. — Uvažující jen poněkud pilněji o této věci, dospějeme ku přesvědčení, že jasné ponětí částí prostoru jak jednotlivými danými tělesy určitě ohraničených, tak všemi, jednotlivými tělesy vyplněných jest nevyhnutelně nutným nejen ve všech oborech činností technicko-živnostenských, průmyslových a uměleckých, nýbrž že jest velice důležitým též pro veškerý přírodopzt. Filosofické bádání setkává se zde, jak známo, s jedním z nejtěžších svých problémů, o kterém v nejnovější době, zvláště od časů Kantových, nejružnější sobě na vzájem odporující mínění se hájí, ač způsobem nepochybným již *Newton* k uspokojivému pojetí určitých částí prostoru se zřetelem ku světovým tělesům makrokosmu poukázal, *) kteréžto pojetí pravým býti se osvědčuje též se zřením ku fysickým tělesům a částím tellurického mikrokosmu, tak že zde jen na tom záleží, aby nalezeny byly vhodné prostředky k jeho objasnění, aby ono užití se mohlo pro další vývoj nauky *Mongeovy* a její upotřebení.

Aby ve shodě s *Koperníkovým* systemem a ve smyslu *Newtonova* pojetí prostoru docílilo se *jasného pojetí o určitých částích prostoru,* které *právě obmezeny jsou* jednotlivými, pevnými tělesy tellurického mikrokosmu, jakož i o částech prostoru, které zaujaty jsou vždy takovými pevnými tělesy samými, třeba jest přihlížeti k takým poznatelným částem prostoru již

*) *Philosophiae naturalis principia mathematica* autore *Isaaco Newtone.*
Colonia, Allebrogum MDCCLX pag. 12.

při vyučování přípravném ku deskriptivní geometrii na prvním stupni. —

Poněvadž však zde hlavně jen záleží na tom, by ukázalo se k *správnému způsobu pojmání oněch částí prostoru*, kterýž ōsvědčovati se má v dalším theoretickém rozvoji nejen *deskriptivní geometrie* a veškeré technické praxi, nýbrž i jiných věd exaktních vůbec, proto upotřebíme, jak samo sebou se rozumí, jen nejjednodušších, již obecně určených, typicky vytvárněných těles, užívající při tom též všech pomůcek determinace, jež jsme posud poznali.

I zde výhradně možno užiti pevných těles plných, jakož i jednodušších těles dutých, která slouží za modely při vyučování kreslení od ruky.

Ze sbírky modelů sádrových, dřevěných neb z jinaké pevné látky vytvárněných, jež obyčejně se v skříní chovají, vybereme za pomůcky k našemu výkladu plnou kostku, válec kruhový a plnou kouli, kterážto tělesa téhož způsobu označíme symboly

A, B, C,

pak dutou kostku, dutý válec kruhový a dutou polokouli, jimž nechať náleží symboly

D, E, F.

Aby možno bylo postavití tělesa tato někde mimo skřín, potřebí jest, by tu bylo, jak obecně se praví, pro ně *místo*, právě jako pro budovu, jejížto stavbu kdo podniká, zapotřebí jest místa stavebního, aneb pro stroj, jenž na určitém místě postavití se má.

Nalezají-li se tato tělesa na některém místě vedle sebe v určitém pořádku, tu, jak známo, jest nemožno postavití na totéž místo současně jiná tělesa, aniž by se ona prvá odstranila; hmotné pevně sloučené částice těles kladou takovému pokusu odpor; neprostupná, pevná tělesa určitého tvaru vyplňují — jak se říká — určité částě prostoru, v nichž současně jiná tělesa fysická umístěna býti nemohou, a které proto, pokud tělesy pozorovanými zaujaty jsou, nejsou onou měrou přístupnými *bezprostřednímu poznání našemu*, jak zevnější formy těles samých, která pozorujeme. —

Proti tomu jest při každém z daných těles dutých část prostoru, jejížto zjev spočívá na zjevu tělesa samého, — kterou užití možno k zvláštním účelům, a kterou při tom užívání blíže poznáváme, považující ji co do *tvaru i velikosti* potud za nezměnitelnou, pokud nemění se tvar i velikost pevného tělesa, ji obmezujícího, třeba by *poloha tělesa* pevného dutého se jakkoliv měnila. Všechny látky jakéhokoli druhu, které prostor tělesem dutým, na př. dutou mírou obmezený *po sobě* úplně vyplňují — jako atmosférický vzduch nějaká tekutá hmota, neb i jiná nějaká plná tělesa, k dutině přesně přiléhající a svými zevnějšími stranami mezními meze tělesa onu část prostoru určujícího se dotýkající — vyplňují *části prostoru* co do tvaru a velikosti *stejně, změnou polohy dutého tělesa se neměníci*. Měla-li by daná tělesa plná **A, B, C** takovou formu a takovou velikost, že by v příslušných tělesech dutých **D, E, F** přesně vyplňovala *části prostoru* tělesy těmito *obmezené* — což snadno připravit lze pro vyučování, k čemuž však se nepřihlíželo při sbírce modelů dřevěných, o které prvé jsme jednali —, tu byla by nám patrně ona tělesa dutá **D, E, F** též úplně vhodnou, přesnou pomůckou k utvoření si jasného ponětí o tvaru a velikosti oněch částí prostoru, která tělesy **A, B, C** vždy vskutku zaujata jsou, pokud jich vlastní tvar a velikost se nemění, *necht dostanou se tělesa tato do polohy jakékoli*.

Podobně dal by se tvar a velikost částí prostoru, které tělesa **D, E, F** sama ku svému bytování na kterémkoli místě právě potřebují, dokud svou vlastní hmotou tvaru a velikosti stále prostor vyplňují, blíže vyznačiti jinými tělesy pevnými, k jichž mezím zevnější strany mezní těchto těles by přesně přiléhaly.

Abychom po takovém primitivním sice, však snadno dosažitelném a přesvědčivém pojímání *části prostoru, které právě danými pevnými tělesy vyplňovány jsou*, pojistili si též prostředky, kterých třeba k dalšímu, jasnému dorozumění se při úvahách příslušných, jest i zde především nutno, aby tyto části prostoru, jakožto něco od fysických těles, která je vyplňují, *podstatně různého* zvláště pojmenovány a též charakteristickými symboly zvláště vyznačeny byly. Symboly tyto lišiti se budou sice od symbolů těles, blízká souvislost však obou druhů symbolů určité

ukazovati bude k souvislosti těch částí prostoru, které ta která tělesa právě zaujímají.

Protože pak ony části prostoru, které danými tělesy právě zaujímány jsou, nejsnadněji se vyznačí a k jasnému pojetí přivedou pomocí *mezi jiných těles fysických*, nazývám každou takovou část prostoru fysickým tělesem určité velikosti a určitého tvaru právě vyplňovanou *tělesem metafysickým*, jehož *tvar* i *velikost* mysliti dlužno s tou dokonalostí neb nedokonalostí, které možno pozorovati na fysickém tělese při jeho zevnějším tvaru.

Že zde slovy „*metafysické těleso*“ nemíníme totéž, co ve vyšších oborech věd mathematických se označuje výrazem „*těleso geometrické*“ neb „*matematické*“, zde prozatím jen mimochodem podotýkáme.

Poněvadž pak nejsnadněji dospíváme k bližšímu pojetí takové části prostoru co do formy i velikosti tím způsobem, že odstraníme příslušné fysické těleso z určitého místa, kde obmezeno bylo jedním neb více jinými fysickými tělesy — na př. plnou kostku z duté kostky, cihlu z formy neb ze zdi — vidělo se mi nejvhodnějším ku symbolickému označení metafysických těles užívati takových znaků písmenných, jichž zevnější tvar by se úplně rovnal tvaru písmen sloužících za symboly těles samých, a které z nich také odvoditi možno, odstraníme-li z nich vnitřní hmotu, čímž patrně též ukazuje se k onomu odstranění hmoty tělesa samého, takže možné jest, jednoduchým způsobem zhotoviti potřebné typy k označení těles metafysických z typů symbolických, jichž užili jsme k označení těles fysických.

Jakmile užili jsme tedy symbolů

A, B, C,

k označení určitých *fysických*, plných těles přírody, dlužno upotřebiti symbolů

A, B, C,

ku symbolickému označení částí prostoru oněmi tělesy právě vyplňovaných čili *metafysických* těles příslušných.

Ježto však rozeznáváme vedle oněch částí prostoru, které právě tělesy zaujímány jsou, pokud k nim přihlížíme jakožto k tělesům plným — ještě takové určité části prostoru, které

nejsou vyplněny hmotou daných pevných těles samých, nýbrž které jen *obmezeny jsou částí mezi těchto těles*, při nichž bezprostředně pojaty býti mohou, jako na př. při tělesech dutých, proto vytknouti třeba různé symbolické označení též pro tyto dva mezi sebou různé případy. Toho však dosáhneme snadno tím, že připojíme mluvíme-li o *části prostoru* tělesem samým právě *vyplňované* ku symbolu části prostoru příslušný symbol tělesa, onu část prostoru vyplňujícího, jakožto index dole v pravo; užijeme-li tedy pro označení fyzických těles plných písmen

A, B, C,

jakožto symboly, budeme míti k označení příslušných těles *metafyzických* v skupení

AA, BB, CC,

symboly přiměřené.

Část prostoru, která právě vyplňována jest určitým fyzickým tělesem, nazývá *Newton: locus — místo* tělesa. Pravit: *locus est pars spatii, quam corpus occupat*. Že při tom *velikost a tvar místa* se nemění, pokud nemění se fyzické těleso co do tvaru a velikosti své, třeba by *místo* samo měnilo se pohybem fyzického tělesa a změnou jeho polohy, to vytýká *Newton* zvláště řka: *pars, inquam spatii, non situs corporis, vel superficies ambiens: „Nam solidorum aequalium aequales semper sunt loci.“*

Můžeme tedy ve smyslu *Newtonově* nazývati též *lokálními* neb *místními metafyzickými tělesy* ony části prostoru, které právě vyplňovány jsou fyzickými tělesy a které srovnávají se s *locis* jakožto *metafyzická tělesa prvního druhu*, jež jsme označili symboly dříve uvedenými.

V případech však, kdy danými tělesy determinovány jsou určité, nikoliv hmotou toho tělesa vyplněné, nýbrž právě jen *obmezené části* prostoru, užívati sluší libovolné, od symbolu determinujícího tělesa různé písmeny jakožto symbolu této *části prostoru*, *zde bezprostředně se zjevem tělesa poznatelné*, ku kterémuž znaku pak připojen buď symbol tělesa onu část prostoru určujícího. Označíme-li tedy symboly

U, V, W

části prostoru těles dutých, při vyučování přípravném vzduchem vyplněné, které určeny jsou dutou kostkou, dutým válcem a dutou polokoulí, doplniti sluší k přesnému dorozumění se tyto symboly v

$$U_D, V_E, W_F.$$

Tento druhý druh těles metafysických pojímání sluší jakožto identický s oněmi částěmi prostoru, které *Newton spatium relativum* nazývá a které určujeme smysly svými co do jich vzájemné polohy k daným fysickým tělesům. *Newton* pokračuje o nich, říká „*a sensibus nostris per situm suum ad corpora definitur*“, a ukazuje zvláště ku rozsahu takových částí prostoru pod povrchem zemským. My můžeme takto určitelné části prostoru, které obmezovány jsou mezemi pevných těles, aniž by tělesa těmi zanjaty byly, nazývati též *relativními metafysickými tělesy*, anebo také *phaenomenálními*, poněvadž se nám bezprostředně s tělesy dutými zjevují, a která, jako *pouze pojímatelná* metafysická tělesa druhu prvního, obsažena jsou ve *spatium absolutum*, kterýmž jménem *Newton* označil bezmezný, co do podstaty své všude stejný, nezměnitelný prostor, objímající veškerá tělesa světová v jich pohybu zákonném.

Patrné jest, že ve shodě s dřívějšími úvahami užívati sluší symbolů

$$D_D, E_E, F_F$$

pro ony části prostoru, které vyplněny jsou hmotou těles dutých samých.

Který praktický důležitý význam symbolům

$$(D + U)_D, (E + V)_E, (F + W)_F$$

přísluší, snadno rozhodnouti lze. —

Že v případě již dříve uvedeném, kdy daná tělesa plná by tak byla vytvářena, že by přesně přiléhala k daným tělesům dutým, pojímání lze příslušná metafysická tělesa obou druhů jakožto mezi sebou stejná i co do formy i co do velikosti, tedy

$$A_A = U_D, B_B = V_E, C_C = W_F;$$

a že v tom směru *Newtonem* stanovená poučka o rovnosti míst ještě rozšířena býti může, rovněž z úvah svrchu uvedených patrně vysvítá.

Zde ještě krátce k tomu poukázati chceme, že hodí se k jasnému pojetí určitých částí prostoru plnými tělesy právě vyplňovaných též takové typicky vytvárněné jednoduché plné modely, které rozděleny jsou rovnými řezy ve dva neb více dílů, které udržovány jsou ve spojení jinými částěmi hmotnými; jak to vidáme při řezích pyramid, hranolů, kuželů, válců a jiných těles.

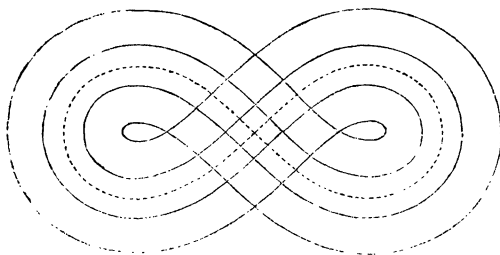
Kdybychom na př. plnou hmotnou pyramidu \mathbb{K} , které přísluší metafysické těleso \mathbb{K} , rozdělili rovným řezem ve dva díly, z nichž onen díl, ve kterém vrchol obsažen jest, označíme znakem ${}^1\mathbb{K}$, komol pak symbolem ${}^2\mathbb{K}$, tu možno pomocí tělesa ${}^2\mathbb{K}$ vyznačiti onu část prostoru, kterou by těleso ${}^1\mathbb{K}$ vyplňovalo za libovolné polohy tělesa ${}^2\mathbb{K}$, kdyby rozdělení se nebylo stalo, tím způsobem, že ku hranám toho tělesa přikládáme přímé hrany jiných těles, které mají délku příslušných hran tělesa ${}^1\mathbb{K}$, a které tedy ku společnému vrcholu konvergují; mājíce pak zření ku tělesu ${}^2\mathbb{K}$ jakožto základu tohoto určení, můžeme onu část prostoru naznačiti znakem ${}^1\mathbb{K}{}^2\mathbb{K}$. Podobným způsobem bylo by možno pomocí tělesa ${}^1\mathbb{K}$ vyznačiti část prostoru, kterou by těleso ${}^2\mathbb{K}$ zaujímal, a pro kterou užiti by slušelo symbolu ${}^2\mathbb{K}{}^1\mathbb{K}$. Části pak prostoru, tělesy ${}^1\mathbb{K}$ a ${}^2\mathbb{K}$ právě vyplňované označeny by byly přiměřeně symboly ${}^1\mathbb{K}{}^1\mathbb{K}$ a ${}^2\mathbb{K}{}^2\mathbb{K}$, a rovnaly by se oněm zcela i co do tvaru i co do velikosti, líšíce se však od nich co do polohy v prostoru potud, pokud obě tělesy ${}^1\mathbb{K}$ a ${}^2\mathbb{K}$ netvoří spolu jediné těleso \mathbb{K} . Že však zde pro všechny možné polohy fyzických těles ${}^1\mathbb{K}$, ${}^2\mathbb{K}$ a \mathbb{K} se zřetelem k příslušným metafysickým tělesům platí rovnice

$${}^1\mathbb{K} + {}^2\mathbb{K} = \mathbb{K}$$

kterouž již *Newton* jako axiom způsobem vhodným vyjádřil větou: *locus totius idem est cum summa locorum partium*, to patrně také vyplývá z úvah dřívějších.

Ku symbolickému označení kosmického, bezmezného prostoru samého, který *Newton* nazval *spatium absolutum*, který v němčině obyčejně slovy *Weltraum* neb *Allraum* se označuje, jež však

my slovem *vesmír* jmenovati hodláme, užívati budeme *vždy symbolu*, jenž na základě rovnostranné hyperboly ve formě



zákonně se sestrojuje.

Vlastní základ konstrukce symbolu, totiž rovnostranná hyperbola, není v symbolu tomto ani onou částí vyznačena, kterou by bylo možno zde sestrojiti, nýbrž pouze *lemniscata*, která na základě hyperboly se odvodila. Za základ dalších konstrukcí užito zde lemniscaty na hyperbole závislé, jež beztoho za symbol nekonečna sloužívá, tím způsobem, že se k ní pomocí hyperboly sestrojují normaly,*) na kteréžto normaly pak k dalšímu zobrazení křivek na lemniscatě závislých naneseny jsou určité délky od jich proniku s lemniscatou v obojím směru. Že slova „prostor“ též v přeneseném smyslu se užívá s významem několikerým, může učitel žákům mimochodem poznamenati.

Není zde dostatečného místa, bychom sledovali jednotlivé, důležité důsledky, které naskytují se za racionálního užití symbolických pomůcek pro správné poznání jak forem *předmětů konkrétních*, realních, mimo nás bytujících, tak i *částí prostoru*, které oněmi předměty právě *vyplňovány* neb jinak *určitě obmezeny* jsou, jakmile náležitě rozeznáme také *pomysly*, kterých především o *fysických tělesích* nabýváme, od *pomyslů zvláštních částí prostoru* oněmi tělesy právě vyplňovaných neb jinak *určitě obmezených*; kterýžto rozdíl zvláště tím se pojistit může, že přesně vyznačí se obě příslušná skupení pomyslů též vhodnými

*) Viz: Soustava deskriptivní geometrie od Františka Tilšera 1870 Pag. 84.

symboly, a v jazycích, kde bohatost slov pro takové subtilní rozeznávání se vyskytuje — jako v jazyku českém — také vhodnými slovy. Z té příčiny budeme mluvíti o *pojmech těles fysických* jak o *ponětích těles metafysických*. Poněvadž však na tomto stupni přípravného vyučování toto rozeznávání pomyslů nemůže býti předmětem bližších úvah, není ani třeba, abychom již zde uvedli jednoduché symboly, kterých později pro naznačení *pomyslů* vůbec, pak pro naznačení *pojmu* a *poněti* užívati budeme. Ovšem jest ihned patrné, že naše pojímání určitých částí prostoru rovněž jako *Newtonovo* zcela vyhovuje podmínkám, jež s pojetím o zemském pohybu po *Koperníkovi* vzniklém dány jsou; neboť vždy jest jen řeč o částech prostoru tělesem fysickým *právě vyplňovaným* neb *právě obmezeným*, z čehož vysvítá, že zde užívá se též pojetí času v těsné souvislosti s pojetím prostoru. Sledujeme-li bedlivě poznenáhly vývoj lidstva, poznáváme nade všechnu pochybnost, kterak na základě pomyslů nižších, totiž pojmu *těles fysických vůkol* nás bytujících a *poněti částí prostoru* oněmi tělesy určených dospěl člověk k pomyslům nejvyšším čili k *ideám* a sice k *idei nekonečného prostoru absolutního* čili *vesmíru*, bytnoty veškerenstva zaujímajícího; a k *idei věčnosti času*, všechny doby jich bytování obsahujícího.

Bude úlohou *ikonognosie* ukázati, jak následkem nevšímání si tohoto rozdílu nejen *mezi různými pomysly* nýbrž i *mezi pomysly* a *jich substraty*, zvláště od dob *Kantových*, který při řešení otázky o pojímání prostoru v bludy se zapletl, vyvíjely se theorie o prostoru, které opraviti exaktním vědám přísluší, jakmile dosti jasně poznání budou všichni hlavní činitelové, kteří přispívají k nabytí oněch pojmu a jich upotřebení — zejména ve vědách exaktních, inženýrství atd.

Seznámil-li se žák nauky *Mongeovy*, jejížto zakladatel vyjádřil se o prostoru podobně jako *Newton*: *L'espace est sans limites; toutes ses parties sont parfaitement semblables, elles n'ont rien qui les caracterise,* *) s prvky obecnými tvar fysických těles určujícími a dospěl-li dalším postupem jich pomocí ku jasnému pojetí určitých částí prostoru, — při čemž ovšem obmezujeme se, jak samo sebou se rozumí, jen na to,

*) Géométrie descriptive. Par G. Monge. Bruxelles 1839, pag. 20.

co nevyhnutelně nutným a bezprostředně zřejmým jest, — aniž bychom z počátku ku dvojitému poznanému pohybu země přihlíželi —, tu zbývá ještě při vyučování přípravném na stupni prvním, bychom zření obrátili ku zákonným formám osvětlení, které poznati lze při určitých tělesech fysických vůbec, a sice předpokládajíce nejen siderické *světlo sluneční*, nýbrž užívajíce též jednotlivých na snadě jsoucích t. zv. *centrálných fotoforů tellurických*, kteréž se vyskytují na př. v jednotlivých plamenech plynových neb ve světle elektrickém a t. p.

Instrukce pro kreslení od ruky na prvním stupni zmiňuje se na jednom místě *) v tomto smyslu o oné potřebě, přihlížeti ku vysvětlení forem osvětlení již při počátku kreslení dle stereometrických předmětů. Z mnohem důležitějších ještě příčin nesmí však poučení ono chyběti v přípravném vyučování ku deskriptivní geometrii, prvé než přistoupí se k odůvodňování kteréhokoli druhu zobrazování těles přírody.

Nejen že z poznatelných forem určitého osvětlení bezpečně odvodíme *další přirozené základy pro tvoření ponětí o určitých částech prostoru*, ony jsou nám též mocným podnětem k abstrakci velkého počtu *veledůležitých pomyslů geometrických*, které stávají se později předmětem exaktního zkoumání v nejvyšších oborech mathematického bádání; docházejíce zároveň velmi cenného upotřebení při mnohých způsobech určitého zobrazování útvarů geometrických.

Aby lze bylo bezpečně vyložiti různé naskytující se formy osvětlení při daných tělesech a poukázati též s dostatečnou určitostí ku zákonitosti jich, dlužno užívati nejen oněch symbolů, které slouží k označování prvků určujících tvar daných těles, nýbrž i jiných, vhodných symbolů, jimiž označí se fotofony právě dané neb předpokládané.

Několik pokynů as postačí.

I zde budiž nám při našem snažení základní zásadou, poznávati formy osvětlení při *předmětech samých* za *daného určitého zdroje světla*, a určití při tom ony *části prostoru*, ve kterých působí paprsky světelné, dané těleso přímo osvětlující,

*) Instruction für den Unterricht an den Realschulen in Österreich.
Wien 1881, pag. 270.

jakož i ony části, kam žádné přímé světlo při té které dané vzájemné poloze fotoforu k tělesům daným vniknouti nemůže; *aniž bychom při tom užívali jakýchkoli obrazů znázorňujících*, naopak vyjadřující pouze slovy a symboly všechna pozorování a určení, jež jsme konali. Tyto části prostoru obého druhu, které obyčejně se rozeznávají jakožto *prostor světla a stínu*, pojímati můžeme též jakožto *tělesa metafysická druhého způsobu* a označujeme je také jednoduše jakožto taková symbolicky.

Je-li dáno jakožto zdroj *přímého* osvětlení *slunce*, označíme tento, pro veškerý život zemský tak předůležitý *siderický fotofor* počátečním písmenem jména slunce (soleil, sun, sonne), kterou opatříme hvězdičkou v pravo nahoře jakožto indexem ve způsobě S^* ; kdežto za znak obyčejného *tellurického fotoforu centralního* — plamene plynového, elektrického světla — sloužití bude symbol hmotné částice mezní, opatřený hvězdičkou v pravo dole ku př. S_* . —

Abychom naznačili, že *jednotlivá hmotná tělesa osvětlená* jsou určitým způsobem, že dostává se jim tedy přímého světla ze *siderického* neb *tellurického* fotoforu, připojíme, přihlížejíce k tomu, co dříve jsme řekli, ku symbolům *osvětlených* a tedy nepřímé světlo dále rozšiřujících těles hvězdičku v *levo nahoře* neb *dole*.

Na příklad, naznačující *osvětlení* tělesa zemského a měsíčního sluncem, které by v *určitém okamžiku* určité vzájemné poloze těchto tří těles světových odpovídalo, užijeme symbolů

$$S^* : {}^*T : {}^*L ;$$

kdežto ku naznačení *části prostoru* světového, které oněmi tělesy světovými v onom okamžiku zaujaty jsou, a které, jak již dříve jsme uvedli, *Newton „místa“* nazývá, klásti sluší výraz

$$Ss^* : T^*T : L^*L.$$

Že význam těchto symbolů, znamenajících právě zaujaté části prostoru světového se při neustálém pohybu a měnící se vzájemné poloze oněch těles světových *každým okamžikem* mění, netřeba blíže odůvodňovati, ač nemáme-li pouze formu a velikost oněch částí, nýbrž i také *vzájemnou* jich polohu na mysli.

V případu, že sluncem osvětlena jsou daná tělesa přírody na určitém místě povrchu zemského se naskytující, a že vysvětliti nám jest určitou formu osvětlení v *určitém právě okamžiku* pozorovanou, jest s prospěchem, zjistiti pro tento okamžik směr paprsků slunečních tělesem, při kterém jsou přímé hrany, naznačiti pak symbolicky tento směr jakožto určující stejnosměrné paprsky, znakově \bar{S}^* , a poukázati konečně k tomu, že, poněvadž vzájemná poloha země a slunce stálé změně podrobena jest, tedy i forma osvětlení stále se měniti musí; o čemž také po uplynutí doby přiměřené, když se forma osvětlení prvního okamžiku byla ku př. v mezích stínu vrženého nějakým způsobem trvale vyznačila, snadno jistoty se nabývá. —

Abychom naznačili, že více předmětů tellurických osvětleno jest zemským centrálním fotoforem, na př. plamenem plynovým, vyjádřili bychom, předpokládajíc určitou *vzájemnou stálou polohu* předmětů a fotoforu, poměr jich vzájemný symbolicky

$$s_* : *A : *B : *C : \dots$$

o *přesné pak určení formy osvětlení* mohli bychom se pokusiti užívajíc symbolů pro *prvky tvar oněch těles určující*, jakmile by zvláště vyznačeny byly též paprsky světelné ze zdroje světelného s_* vycházející, které přímo na jednotlivé částice mezní těles osvětlených dopadají.

Na příklad značí-li **A** těleso fysické formy tetraëdrické, jehožto dvě rovné strany \bar{A} a \bar{B} při určité poloze tetraëdru jsou osvětleny, druhé pak dvě strany mezní \bar{C} a \bar{D} ve *vlastním stínu* se vyskytují, kdežto hrany mezní \bar{A} , \bar{B} , \bar{E} , \bar{F} jeví se býti společnými hranicemi stran mezních osvětlených a ve vlastním stínu se vyskytujících, tu mohli bychom tento výsledek určité formy osvětlení symbolicky krátce vyznačiti, užijeme-li znaku \equiv za slovo určití neb *determinovati* a připojíme-li při tellurickém světle pro *rovné strany mezní* (neb pro *části oblých stran mezních*, je-li tu jakých ve zvláštních případech), ve vlastním stínu jsoucí, řecké písmeno σ ($\sigma\kappa\iota\alpha =$ stín), jakožto index k symbolům stran mezních v *pravo dole*. Dle toho byly by, hledíme-li pouze k osvětlenému tetraëdru, **A** vyjádřeny jasně a přehledně symbolicky

$$s_* : {}_*\mathbf{A} = ({}_*\bar{\mathbf{A}} + {}_*\bar{\mathbf{B}}), ({}_*\bar{\mathbf{A}}_\sigma + {}_*\bar{\mathbf{B}}_\sigma + {}_*\bar{\mathbf{E}}_\sigma + {}_*\bar{\mathbf{F}}_\sigma), \\ ({}_*\bar{\mathbf{C}}_\sigma + {}_*\bar{\mathbf{D}}_\sigma),$$

prvky formu osvětlení určující, kde hrany $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{E}}, \bar{\mathbf{F}}$ tvoří prostorový čtyřúhelník, t. zv. řídicí mnohoúhelník paprsků mezních příslušného tlumače paprsků (Strahlenbündel), tetraedr osvětlujícího, kterýžto tlumač vyplňuje část prostoru, kterou pojímáti dlužno jakožto jehlan.

Jsou-li daná fysická tělesa v takové vzájemné poloze, že při určitém osvětlení jedno octne se v stínovém prostoru druhého, že toto tedy na ono, jak obyčejně se praví, stín vrhá — stín vržený —, sluší to přesně symbolicky vyjádřiti jednoduchým způsobem se zřením k tomu, že jen na takých stranách mezních vržené stíny naskytnouti se mohou, které by jinak přímo osvětleny byly, kdyby tu nebylo tělesa, jež toto osvětlení zamezuje.

Klademe tudíž místo znaku $*$, který ukazuje ku přímému osvětlení, znak stínu σ ; tedy na místo

$${}_*\bar{\mathbf{A}}_{\mathbf{B}}, {}_*\bar{\mathbf{B}}_{\mathbf{B}}, {}_*\bar{\mathbf{C}}_{\mathbf{B}}, \dots$$

slušelo by klásti

$${}_\sigma\bar{\mathbf{A}}_{\mathbf{B}}, {}_\sigma\bar{\mathbf{B}}_{\mathbf{B}}, {}_\sigma\bar{\mathbf{C}}_{\mathbf{B}}, \dots$$

předpokládajíc, že ty strany mezní v celém svém rozsahu jsou ve vrženém stínu.

Velmi poučným jest, určiti formu osvětlení při jednotlivých předmětech jednoduchých, na př. při tetraedru, hexaedru, kuželi, válci a kouli, když předměty ty osvětleny jsou nejdříve jedním pak dvěma centrálními fotofory tellurickými současně a když osvětlené těleso vrhá stín na rovnou stranu tělesa jiného ku př. rovnou stěnu; a vyznačiti též vhodnými tělesy jinými — přímými tyčemi — *meze oněch částí prostoru*, kam nevnikne přímé světlo ze žádného zdroje světla, jakož i *meze oněch částí prostoru*, kde působí z obou zdrojů světla vycházející paprsky světelné, které dané těleso přímo osvětlují.

Že určitá tělesa metafysická, k jichž pojímání nutně jsme vedeni při určování formy osvětlení těles tellurických, ve vzájemné poloze mezi sebou i k zeměkouli trvajících, také přiměřenými lze označiti symboly, a symbolů těch že s prospěchem

užití možno v dalším odvozování zákonů geometrických, v ikonognosii bude ukázáno. —

Učitel, jenž užívá *jednoduchých symbolických znaků ku bližšímu rozeznávání tvaru těles fysických a metafysických*, jakož i při obecném *určení formy osvětlení*, brzy se přesvědčí, jak mocně přispívá se tím k bezpečnému vedení žáků při *pozorování tělesných předmětů, směřujícimu ku správnému pojetí jich* bytování ve smyslu formálním, jakož i ku správnému pojetí formy osvětlení právě jim příslušné.

Poněvadž v téže době i *hmatem* i *zrakem* poukázati možno ku vztahům mezi prvky tvaru těles určujícími a příslušnými symboly, nesluší nízkou ceniti tyto jednoduché znaky písmenné, jichž ve smyslu prvé uvedeném užívati dlužno, a to nejen proto, že zamezí se tím nejasná a nejistá *synonymika*, která bujela při pouze *jmenovitém označování jednotlivých prvků formu různých těles určujících*, nýbrž i proto, že možno i *beze vši řeči hláskové a beze všeho jmenovitého označování*, pouze užíváním prvků tvaru těles určujících a příslušných symbolů, které nastávající konstruktér zajisté *zrakem* vnímá, a poukazováním k jich příslušnosti vzájemné, ve tvaroslovích určitou měrou návod ku tvoreniu určitých pojmů dáti a tedy i hluchoněmé se základy tvarosloví do jisté míry seznámiti. —

Vzhledem k tomu jeví se býti znaky symbolické, které určeny jsou, aby působily na zrak a hmat, neocenitelným doplňkem řeči zvukové pro sluch určené, poněvadž jimi, jak *Frege*, hledě k *vědeckému oprávnění písma pojmového* zcela správně dí: „*vystříhati se lze nedorozumění s jinými a spolu chyb ve vlastním myšlení.*“ *)

Uvážíme-li, že k nečetným symbolům, které co do *tvaru* i *polohy* přesně určiti možno a které též snadno sestrojiti lze, pojí se celé řady nejen *představ jasně spořádaných*, nýbrž i *pojmu exaktních*, které jeví se býti výsledkem *synthetické činnosti myšlenkové*, při *určování tvarů těles* podnikané, a které též jednoduše symbolicky označiti můžeme jakožto zvláštní skutečnosti našeho vědomí, aniž by na tomto stupni vyučování

*) Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik. Von Dr. H. Ulrici. Halle 1882 pag. 48.

třeba, ba možno bylo, žáka ku vědomí této jeho činnosti myšlenkové na základě vědy psychologické přiváděti, ba aniž by vůbec dovoleno bylo při počátku vyučování jej na myšlenkový obsah jeho vlastní duševní činnosti při tom i jen upozorňovati; tu pochopíme, že možno jest hned od nastoupení na půdu přípravného vyučování užívatí těchto symbolických znaků jakožto bezpečných vodítek při dalším postupu. Neboť žák jen tehdy bezpečně užívatí bude příslušných symbolů, když si byl již utvořil úplně jasný pojem o tom, co jimi se vyznačuje. Intuitivní činnost vykonává se při pozorování daných předmětů stejnoměrně s jasným logickým myšlením - při přesném rozeznávání jich tvarů a tím nabude se onoho pevného základu, k němuž vždy opět vraceti se třeba při všech dalších čistě abstraktních úkonech myšlení nejen při vyučování geometrii vůbec a deskriptivní geometrii zvláště, nýbrž i při jiných odvětvích lidského vědění.

Cena bezpečného určování a nepochybného označování při těchto základních činnostech našeho poznávání tím patrněji se jeví, uvážíme-li, že starší filosofičtí badatelé, spatřující v těchto úkonech mez lidského poznání vůbec, svedeni byli k tomu, že vydávali za axiom onen známý výrok: „*nihil est in intellectu, quod non prius fuerit in sensu*“; a že i novější kritické bádání, ač hranici toho, co exaktně poznati lze, značně dále pošinulo, přece též první své základy spatřuje v pozorování předmětů smyslům se naskytujících. Vždyť sám Kant počíná svou transcendentální aesthetiku slovy: „Auf welche Art und durch welche Mittel sich auch immer eine Erkenntniss auf Gegenstände beziehen mag, so ist doch diejenige, wodurch sie sich auf dieselben unmittelbar bezieht und worauf alles Denken als Mittel abzweckt, die *Anschauung*.“ *)

Při pojednání o morfologickém problému nastává učiteli geometrie deskriptivní tatáž úloha, kterou filosofický badatel zahrnuje mezi své fundamentální problémy; o její pak rozluštění pokouseti se přísluší jim oběma ve spolku s fysikem a fysiologem.

*) Imanuel Kant's Kritik der reinen Vernunft. Herausgegeben von Benno Erdmann. Leipzig 1880. Str. 51.

Jakým způsobem za současného užívání příslušných symbolických označení možno ještě dále objasnit naše poznání funkcí jednotlivých činitelů tohoto pozorování — z nichž při pojednávání o *problému morfologickém* na prvním stupni patrně jen *jednostranně* k předmětům mimo člověka bytujícími se běře zřetel —, pokud činitelé tito obzvláště při úkonech zraku jsou účinnými, a pokud vůbec sledovati je lze dle nynějšího stavu vědy, to později v tomto pojednání krátce naznačíme, v druhém oddělení „*Základů ikonognosie*“ však šíře provedeme.

Však již zde poznamenati sluší, že též až posud obyčejné užívání obrazů znázorňujících, jakých často ku vysvětlení užívá se v theorii vidění, snadno k bludným úsudkům zavádí a že jest věci přiměřenější, pokládati za základ bádání prostorové vztahy vzájemné polohy podmětu pozorujícího ku předmětu pozorovanému, jakéž v empirické skutečnosti poznáváme, a vyjádřovati poznatelné činitele přesnými, ku zákonné souvislosti jich účinků poukazujícími symboly.*)

V tom smyslu dojde též *podstatné opravy* symbolické označení, jehož užil jsem ve svém díle **) při výkladu processu vidění, třeba by *slovní* výklady v celku nezměněny zůstaly a jen částečného doplnění vyžadovaly. Objektivním pojímáním processu vidění za stálého užívání příslušných symbolů k označení nejpodstatnějších, poznatelných faktorů při tom činných, nejen že přispívá se značným způsobem ku poznání toho, co slovem vid označujeme, nýbrž možno jest uvéstí též poznané již zákony ve formu ku dalšímu užití příhodnější, a objasnití lépe podivuhodnou zákonitost, která vládne zjevy předmětů v prostoru působením světelného étheru na oko pozorovatelovo sprostředkovanými, než to možno bylo upotřebením prostředků posud užívaných.

Jaká důležitost přísluší uvedeným dosud symbolickým znakům ještě v jiných směrech, jakmile k nim se pojí jasné utvořené pomysly, blíže vyznačíme v dalších úvahách o *přípravném vyučování deskriptivní geometrii na stupni druhém*, jednájice

*) Zur Analysis der Wirklichkeit. Von Otto Liebmann. Strassburg 1870. Str. 139.

**) System der technisch-malerischen Perspective. Von Franz Tilscher. Prag 1867 a 1883. Str. 269—285.

zvláště o *problemu konstruktivním*, při které příležitosti jasně na jevo vyjde, kterak nevědomé zaměňování základních prvků různých řad pojmových sobě příbuzných jest hlavní příčinou nesrovnalostí, jež dosud se vyskytují na *poli geometrickém vůbec a v geometrii deskriptivní* obzvláště. —

(Pokračování.)

O funkcích goniometrických.

Studujícím píše **Otakar Ježek**, assistent na č. technice.

V analýsi definují se, jak známo, funkce $\sin z$ a $\cos z$ řadami:

$$\begin{aligned} \sin z &= z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \dots\dots\dots \\ \cos z &= 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \dots\dots\dots \end{aligned} \quad (\alpha)$$

platnými pro libovolné, tedy obecně soujenné z . V případě, že z jest číslo reálné, kladné nebo záporné, dokazuje se pak totožnost funkcí definovaných řadami (α) s funkcemi goniometrickými téhož jména.

Sledující úvahy věnovány jsou analytické definici funkcí goniometrických, v podstatě různé od předcházející a poprvé vytknuté prof. L. Seidlem v Mnichově.*)

I. Za tím účelem budiž napřed řešena úloha: „Stanovte druhou odmocninu soujenného čísla $A + Bi$ pouhým odmocňováním.“**) Nechť číslo vyhovující úloze naší jest tvaru: $A_1 + B_1 i$, pak platí rovnice

$$\sqrt{A + Bi} = A_1 + B_1 i \quad (1)$$

*) Prof. L. Seidel přednášel dne 9. listopadu 1867 v kr. akademii věd v Mnichově: „Ueber eine Darstellung des Kreisbogens, des Logarithmus und des elliptischen Integrales erster Art durch unendliche Produkte.“ Přednáška tato v zasedacích zprávách uveřejněna není; úvahy zde podané čerpány jsou ze spisu prof. R. Lipschitze: „Grundlagen der Analysis.“ II. díl str. 75. a sledující.

**) Patrně lze tuto úlohu též řešiti formulí Moivre'ovou; způsobu toho však nemožno zde užiti, jelikož funkce $\sin z$ a $\cos z$ za neznámé předpokládáme.