B. Šalamon

Grafické methody v kartografii. [I.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 52 (1923), No. 1-2, 156--159

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123246

Les considérations faites dans ce travail sont valables encore pour l'expression de l'intensité généralisée par Quiquet dans la forme $\mu_x = \alpha + \Sigma \gamma_i e^{\gamma_i x} \varphi_i (x)$. En dérivant l'équation (9), on obtient l'équation

$$u \frac{d^2 z}{du^2} + (1 - \sigma + \zeta u) \frac{dz}{du} + \zeta z = 0, \tag{11}$$

dont la solution peut être considérée comme une série hypergéométrique ou une série de Bessel dégénérées. Ces solutions ont été étudiées, au point de vue de la théorie des fonctions, par Pochhammer et Graf. De l'equation (9) suit la fraction continue convergente

$$z = \gamma\, a_{x+t} = \frac{1}{\sigma + u\,\zeta} - \frac{1}{\sigma + u\,\zeta} - 1 - \frac{2\,u\,\zeta}{\sigma + u\,\zeta - \dots}$$

Grafické methody v kartografii.

B. Šalamon.

I.

Konstrukce mapy jest zvláštním případem problému o zobrazování plochy na plochu; při ní speciálně kulové, nebo ellipsoidické plochy na rovinu. Ze svých úvah vylučujeme konstrukci plánů, poněvadž se při té applikuje toliko podobnost mezi rovinnými zjevy. Omezujeme se tedy takto jen na mapy geografické. Podle zobrazovací methody, jejíž volba závisí na mnoha faktorech a která jest rovněž zajímavým problémem mathematickým, nesestrojuje se však v praxi celá mapa. Poněvadž se totiž dává zobrazovací methodě forma počtářská, ve které se vyskytují jako neodvisle proměnné ve vzorcích zeměpisné souřadnice, anebo veličiny, které se z nich musí dříve odvoditi, lze podle ní konstruovati toliko obraz sítě (z poledníků a rovnoběžek) a obrazy těch míst území, jejichž geograf. souřadnice jsou známy. Pramenem pro ostatní materiál bývají kartografovi jiné mapy téhož území. Z těch se dají sice najíti geograf. souřadnice jednotlivých zobrazených bodů, ale grafická interpolace k tomu potřebná jest jen hrubě přibližná. Data z ní odvozená — dosazena do vzorců — dala by výsledky, jejichž spolehlivost nebyla by přiměřená pracovní námaze spojené s výpočtem. Grafický postup byl by tu mnohem případnější. Kromě toho bývá takových bodů veliké množství a nad to jsou výpočtové vzorce ponejvíce dosti složité. Kartograf-praktik obchází z těchto důvodů přímou cestu matematickou a nahrazuje ji — dosud snad bez výjimky — odhadem, řídě se při něm hlavně jen svou zručností a smyslem pro věc. Ale právě bodů a zvláště čar takto sestrojovaných užívá nejvíce geograf při svých měřeních na mapě. Vezmeme-li v úvahu, že kartografova subjektivita uplatňuje se nutně kromě naznačeného svrchu případu ještě při generalisaci čárových zjevů, zvláště když má mapa menší měřítko nežli její pramen (předloha), uznáme, že musí geograf klásti podmínku, aby se postupovalo při konstrukci map co nejvíce objektivně, neboť jinak mají pro něj význam pouhých náčrtků.

Podáváme v tomto článku základní myšlenky grafické methody, podle které lze i podrobný materiál, zvláště také čárový přenášeti objektivně z předlohové mapy do nové kresby. Popisovaný způsob má ještě tu výhodu, že není při něm třeba znáti zobrazovací methodu předlohy. Klade na ni toliko podmínku, aby její síť byla dosti rozlehlá a tím umožnila grafickou interpolaci.

Předloha i nová mapa jsou obrazy globu. Supponujme, že měřítka obou map jsou stejná. Eliminujeme-li globus z úvah, možno pojímati novou mapu (kopii) jako obraz předlohy (originálu). Předpokládejme, že vztah mezi oběma jest sice obecný, ale že jest v rozsahu sítě na originálu obapolně jednoznačný. V praxi tak vždy bývá. Z úvah svých vylučujeme dále podobnost obou map, protože neskýtá v praxi žádných obtíží. Abychom mohli dáti vztahu mezi kopií a originálem jednoduchý tvar, zvolme počátky souřadných os pravoúhlých x, y, resp. X, Y ve sdružených bodech o, O obou sítí. O těchto ještě k vůli zjednodušení přijměme, že jsou obě obrazem téže sítě s globu. Orientujme dále obě soustavy osové tak, aby osa X byla tečnou sdruženou s tečnou x, a stejné aby platilo o osách Y, y. Budou tudíž obě soustavy osové splývati s páry tečen v bodech o, O, které jsou obapolně pravoúhlé. V přímkách X, Y budou proto ležeti osy Tissotovy indikatrice. S její pomocí sestrojíme obě soustavy os souřadných.

Poledníkové obrazy, které jdou body o, O, jsou tak sdruženy, že na nich příslušejí k sobě průsečíky jejich se souhlasnými obrazy rovnoběžkovými. Vyjádřeme křivkou závislost oblouků s poledníku v kopii (počítaných mezi bodem O a jednotlivými uvedenými průsečíky) na příslušných obloucích s poledníku v originálu. — Oblouky takto k sobě přiřazené jsou pravoúhlými souřadnicemi bodů na křivce znázorňující. Její tečna v bodě, který náleží k páru o, O, udává svou směrnicí k_1 měrné číslo poloprůměru hledané indikatrice, zapadajícího do tečny k poledníku v bodě O. Obdobně lze najíti měrné číslo k_2 poloprůměru s tečny sestrojené v bodě O k rovnoběžce. Poledník a rovnoběžka bodem O na kopii svírají úhel Ω, kdežto souhlasné křivky v originálu tvoří úhel ω. Tissotova indikatrice jest takto určena dvěma poloprůměry $k_1 . d$, $k_2 . d$, při čemž d jest libovolná délka, a podmínkou, že k jejich úhlu Ω má příslušeti orthogonálně affinně úhel ω. Po nalezení hlavní osy indikatriční, jež určí polohu osy X, lze vyhledati s pomocí orthogonální affinity také souřadnou osu x.

Vztah mezi oběma mapami bude vyjádřen rovnicemi

$$X = f_1(x, y), \quad Y = f_2(x, y).$$

Vykládejme je jako rovnice dvou pomocných ploch přiřazených k originálu. Konstrukci těchto ploch provedeme s pomocí jejich vrstevnic. Ty budou příslušeti k hodnotám X = konst; resp. Y = konst: První podmínka na př. značí v kopii přímku rovnoběžnou s osou Y. Vyhledejme její průsečíky se sítí této mapy. Body s nimi sdružené na originálu leží v příslušných polednících nebo rovnoběžkách a najdou se na nich podle obloukové vzdálenosti od některých sdružených bodů sítě. Oblouky tyto se vnášejí, po případě odměřují z křivek znázorňujících relaci mezi sdruženými oblouky poledníkovými, resp. rovnoběžkovými. Bude tudíž třeba předem sestrojiti tyto křivky pro každý pár sdružených obrazů poledníkových a rovnoběžkových. Měření a nanášení oblouků dá se při tom provésti s dostatečnou přibližností a lehce jednoduchým křivkoměrem kolečkovým, poněvadž křivky, na nichž leží oblouky, mívají poměrně malá zakřivení. Sdruženými body nalezenými v kopii proloží se konečně vrstevnice. Hustotu vrstevnic třeba tak voliti, aby bylo možno vyhledávati s dostatečnou přibližností na obou pomocných plochách jejich obecné body i křivky. Jsou-li takto určeny obě tyto plochy, udává délka promítacího paprsku vztyčeného v některém bodě originálu, měříme-li ji k první pomocné ploše, souřadnici X, a měříme-li ji ke druhé ploše, souřadnici Y obrazu v kopii.

Proložíme-li nějakou čarou na originálu válcovou plochu, kterou naplňují promítací paprsky v jejích bodech vztyčené, a sestrojíme li průseky její s pomocnými plochami, nabudeme pomůcek ke konstrukci tečen a poloměrů zakřivení pro obraz této čáry v kopii. Zapotřebí jest k tomu rozvinouti uvedenou plochu válcovou a s ní také obě průsečné křivky. Jsou při tom tak sdruženy, že náleží na nich k sobě vždy body s téhož promítacího paprsku. Vyhledáme-li podíl směrnic tečen k oběma křivkám ve dvou sdružených bodech, dostaneme směrnici tečny v kopii Sestrojíme-li k oběma rozvinutým průsekům první derivační křivky, budou určovati směrnice jejich tečen druhé derivace souřadnic X, Y podle oblouku čáry v originálu. Hodnot těchto spolu s prvními derivacemi lze užíti ke konstrukci poloměru zakřivení obrazu v kopii. Sestrojení provede se grafickou substitucí do obecného vzorce pro poloměr zakřivení Při speciální práci dá se konstrukce směrnic tečen v kopii urychliti zavedením logaritmických stupnic a také grafická substituce pro poloměr zakřivení dá se vhodně praviti.

*

Les méthodes graphiques dans la cartographie.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur explique dans cette article de quelle manière on peut appliquer une méthode graphique pour construire le détail d'une carte géographique d'après celui d'une autre carte dont on se sert comme modèle. A ce but, on exprime, à l'aide de deux surfaces auxiliaires, les relations entre les coordonées rectangulaires des points de la carte nouvelle, et celles des points associés à ceux-ci sur le modèle. Ces deux surfaces auxiliaires sont définies par des lignes de niveau, dont les projections sur le plan du modèle sont les images des lignes droites parallèles aux axes des coordonées sur la carte nouvelle. On se sert de ces surfaces, non seulement pour trouver graphiquement les coordonées des points du détail de la carte, mais encore pour construire les tangentes et les centres de courbure de ses diverses lignes.

Odvození vzorce pro rychlost výtoku kapaliny z kapilláry.

Napsal *Karel Teige.*

Prof. Kučera ve své habilitační práci „Zur Oberflächenspannung von polarisierten Quecksilber"[1]) přichází též k otázce, jaký je vztah mezi množstvím vyteklé rtuti z kapilláry, povrchovým napjetím rtuti a tlakovou výškou, pod kterou rtuť vytéká. Dospívá tam k tomuto závěru:

Kdyby výtok rtuti z kapilláry byl závislý pouze na vnitřním tření, tu by při téže tlakové výšce vyteklo za stejný čas stejné množství rtuti, nezávislé na roztoku, do kterého rtuť kape a na elektrické polarisaci; čili proudění rtuti bylo by konstantní. Avšak tomu tak není. Jak z pokusů vyplývá, toto množství vyteklé rtuti při stejné tlakové výšce je tím menší, čím větší je povrchové napětí. Povrchové napětí působí tlakem proti tlaku sloupce rtuťového. Kučera dále odhaduje velikost tohoto kapillárního protitlaku asi takto: Tento protitlak v každém okamžiku obnáší

$$\frac{2\alpha}{r},$$

kde α je povrchové napětí mezi rtutí a roztokem, do něhož rtuť kape, a r poloměr kapičky u kapilláry. Ovšem velikost kapičky se stále mění a proto také r se stále mění. Kučera pouze pro orientaci béře za r poloměr odkáplé kapky. K tomu dodává: Při tom béřeme

---

[1]) Lipsko 1903. Výtah Ann. der Phys. 11., 529. (1903).