Viktor Trkal

Poznámka k nejnovějšímu (Bornovu) modelu vodíkové molekuly

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 52 (1923), No. 1-2, 161--169

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123248

Jelikož v uvedeném vzorci (5) nevyskytuje se poloměr obvodu, kde se kapka odtrhuje, může tento vzorec sloužiti k vypočítání absolutní hodnoty povrchového napětí. To by byla veliká přednost této methody ku stanovení povrchového napětí před methodou vážením kapek. Naproti tomu tato methoda je daleko obtížnější. Hlavní obtíž spočívá v přesném měření času. K orientaci, jak přesně tato methoda udává povrchové napětí, vypočteme toto pro rozhraní voda-rtuť z hodnot, které udává Kučera v citované práci na str. **560**. Zde velikost kapillárního protitlaku byla **1·67** *cm* rtuti a poloměr kapky **0·040** *cm*. Z těchto hodnot vypočtené povrchové napětí

$$\alpha = \frac{1{\cdot}67}{3} \times 13{\cdot}6 \times 0{\cdot}040\, g/cm = 0{\cdot}303\, g/cm.$$

To velmi blíží se **0·32** *g/cm*, kteroužto hodnotu má Kučera za nejpravděpodobnější.

*

Déduction d'une formule pour la vitesse d'écoulement du liquide d'un tube capillaire.

(Extrait de l'article précédent.)

Le courant du liquide dans un tube capillaire est maintenu par la pression sous laquelle le liquide s'écoule, diminuée de la contrepression qui existe au bout du tube. Comme la grandeur de cette contrepression change sans cesse, il faut déterminer sa valeur moyenne qui est donnée par l'expression

$$\frac{3\,\alpha}{R},$$

où R est le rayon des gouttes sortant du tube. Pour la quantité G du liquide qui s'écoule du tube pendant le temps T, la relation a lieu:

$$G = L\left(p - \frac{3\,\alpha}{R}\right) T,$$

où L est une constante, p la pression sous laquelle le liquide s'écoule. On peut, en s'appuyant sur cette relation, déterminer expérimentalement la valeur absolue de la tension superficielle α.

Poznámka k nejnovějšímu (Bornovu) modelu vodíkové molekuly.

Napsal *Viktor Trkal*.

1. V 31. sešitě (ze 4. srpna 1922) letošního ročníku přírodovědeckého týdenníku „Die Naturwissenschaften" (str. 677—678) podrobuje *M. Born* kritice model vodíkové molekuly, který navrhl

A. Eucken (tamtéž, seš. 23, str. 533 – 534), totiž takovou konfiguraci, kde oba elektrony kmitají mezi oběma jádry skoro přímočaře a nesrazí se s jádry jen proto, že jádra rotují kolem společného těžiště, a dospívá k přesvědčení, že model *Euckenův* nutno zavrhnouti, ježto odporuje zásadám theorie kvant. Z citovaného článku *Bornova* pro lepší porozumění dalšího vyjímám toto:

Born případně poznamenává, že doba, kdy fantasii badatele se otvíralo široké pole vymýšleti modely atomů a molekul dle libosti, dnes již minula; nyní pomocí pravidel kvantových jsme s to s jakousi, třeba ne naprostou, jistotou sestrojovati takovéto modely. Pro výstavbu molekuly přichází v úvahu na prvém místě *Ehrenfestův* princip „adiabatické transformability". Představme si dva nějak v prostoru ležící normální, jednokvantové atomy vodíku a sbližujme velice pomalu jejich jádra tak dlouho, až oba atomy začnou na sebe poněkud znatelněji působiti. V tomto okamžiku máme před sebou volně spřažený systém, jehož vzájemné působení dalo by se vypočítati dle method theorie poruch, k čemuž se zvláště dobře hodí přibližný způsob počtu, který upravili pro potřeby kvantové theorie *M. Born* a *W. Pauli jun.* (Ztschr. für Physik *10*, str. 137, 1922). Při tom nutno míti na zřeteli, že systém obou vodíkových atomů jest „zvrhlý"; jsou totiž úhlové rychlosti obou elektronů kolem jejich jader stejné. Dále *Born* naznačuje velmi stručně a jen v hlavních rysech cestu, kterou by se tu bylo bráti, a dospívá k výsledku, že existují jen čtyři typy drah s jednoduchými vlastnostmi periodickými. Tyto čtyři typy drah liší se vespolek tím, že kladný směr uzlové čáry (průsečnice roviny dráhy elektronu s rovinou jdoucí jádrem k tomuto elektronu příslušejícím a kolmou ke spojnici jader, kladná v místě výstupného uzlu) u obou atomů může býti buď stejný anebo právě opačný, a že elektrony se mohou nalézati buď na místech sobě odpovídajících anebo na místech protilehlých. Pro úhel normály k rovině dráhy elektronu kolem jádra se spojnicí obou jader nalézá *Born* (pro oba vodíkové atomy tvořící molekulu) jedinou pro theorii kvant a stabilitu modelu přijatelnou hodnotu 60°. Z těchto čtyř typů drah jenom jeden může býti dle *Borna* stabilní a to ten, kde obě uzlové čáry mají kladný směr (výše definovaný) právě opačně namířen a elektrony se nacházejí na protilehlých (homologických) místech, t. j jejich fázová difference jest 180°, a to jest právě model vodíkové molekuly, (viz obr. 1.), který považuje *Born* za pravděpodobně správný, neodkryje-li přesné propočítání tohoto modelu spor se zkušeností. *Born* také soudí, že dissociační energie při tomto modelu vyjde větší než u modelu *Bohr-Debyeova*,[1]) který jest mechanicky nestabilní a proto *Bohrem* samým již dávno byl opuštěn. Další důvod,

---

[1]) Model *Bohr-Debyeův*: Obě jádra tvoří osu molekuly a jsou v klidu; oba elektrony krouží vzájemně diametrálně kolem této osy v rovině souměrnosti obou jader.

který se zdá svědčiti pro správnost tohoto modelu, vidí *Born* v principu, jehož s úspěchem užívá *Bohr* ve svých pracích o modelech atomů všech prvků periodické soustavy (Ztschr. für Physik, *9*, str. 1—67, 1922),[2]) že se totiž nevyskytují ony dráhy, jichž roviny splývají, a z ostatních že normálnímu stavu odpovídá dráha s nejmenším momentem, což vede k zmíněnému modelu *Bornovu*. A dále: Sbližujeme-li ponenáhlu obě jádra, až splynou, dospějeme k modelu atomu parhelia v normálním stavu, jak jej udal *Bohr*, a který z mnoha důvodů bude asi pravděnejpodobnější konfigurací helia. Dle *Bohra* (Ztschr. f. Phys., *9*, str. 32, 6. ř. zdola, 1922) v normálním stavu heliového atomu pohybují se oba elektrony v ekvivalentních jednokvantových (dle *Bohrova* označení 1_1) drahách, které jsou v prvém přiblížení kruhy.

2. V jednom ze srpnových čísel letošních anglického přírodovědeckého týdenníku „Nature" (č. 2755, vol. 110, ze dne 19. srpna 1922, str. 247) sděluje *L. Silberstein* v článku „Some Spectrum Lines of Neutral Helium derived theoretically" tuto překvapující novinku: Více než čtyřicet spektrálních čar neutrálního helia (atomové číslo = 2) (a *Silberstein* soudí, že pravděpodobně celé spektrum neutrálního helia) dá se vyjádřiti vzorcem:

$$\nu = 4R\left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2}\right)$$

kde ν jest vlnočet (reciproká délka vlny), světla spektrální čáry vyjádřený v cm^{-1}, $R = 109730$ Rydbergova konstanta a konečně m_1, m_2, n_1, n_2 celá čísla; v lehce pochopitelné symbolice píše *Silberstein* kratčeji hořejší formuli takto:

$$\nu = \left(\frac{m_1 \,.\, m_2}{n_1 \,.\, n_2}\right).$$

Porovnáme-li to se vzorcem vyjadřujícím spektrum vodíku (atomové číslo = 1), resp. ionisovaného helia (atomové číslo = 2), t. j.

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \text{ resp. } \nu = 4R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

můžeme říci, že se věci mají tak, jako kdyby oba elektrony heliového neutrálního atomu si nezpůsobovaly znatelných vzájemných poruch v drahách, které tedy jsou skoro přesně kruhy anebo ellipsy. Pro parhelium uvádí *Silberstein* tyto čáry:

---

[2]) Vyšlo též jakožto třetí kapitola knížky: *N. Bohr*, Drei Aufsätze über Spektren und Atombau. Sammlung Vieweg 56, Braunschweig 1922.

Spektrální čára	ν vypočtené	ν pozorované	A. *Fowler*: Report on Series in Line Spectra (London 1922), p. 94; Helium, Singlet System:				
$\left(\frac{9.27}{6.7}\right)$	14968	14970	*Diffuse*	$1P - mD$,	$1P = 27175{\cdot}17$,	$m = 2$,	$mD = 12205{\cdot}09$
$\left(\frac{6.10}{4.7}\right)$	19807	19805	*Sharp*	$1P - mS$,	$1P = 27175{\cdot}17$,	$m = 3$,	$mS = 7369{\cdot}82$
$\left(\frac{14.14}{5{\cdot}8}\right)$	19935	19932	*Principal*	$1S - mP$,	$1S = 32032{\cdot}51$,	$m = 2$,	$mP = 12100{\cdot}56$
$\left(\frac{7.11}{5.5}\right)$	22527	22529	*Sharp*	$1P - mS$,	$1P = 27175{\cdot}17$,	$m = 4$,	$mS = 4646{\cdot}52$
$\left(\frac{7.18}{4.8}\right)$	23977	23980	*Sharp*	$1P - mS$,	$1P =$ „	$m = 5$,	$mS = 3195{\cdot}17$
$\left(\frac{22.24}{5.7}\right)$	24843·9	24843·96	*Sharp*	$1P - mS$,	$1P =$ „	$m = 6$,	$mS = 2331{\cdot}21$
$\left(\frac{7.19}{5.5}\right)$	24939	24 35	*Diffuse*	$1P - mD$,	$1P =$ „	$m = 6$,	$mD = 2240{\cdot}00$
$\left(\frac{11.21}{5.6}\right)$	25313	25215	*Principal*	$1S - mP$,	$1S = 32032{\cdot}51$,	$m = 7$,	$mP = 6817{\cdot}21$
$\left(\frac{9.18}{4.8}\right)$	25822	25820	*Diffuse*	$1P - mD$,	$1P = 27175{\cdot}17$,	$m = 8$,	$mD = 1354{\cdot}68$
$\left(\frac{13.20}{5.6}\right)$	26053	26047	*Sharp*	$1P - mS$,	$1P =$ „	$m = 9$,	$mS = 1127{\cdot}91$

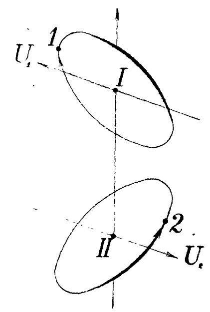
Také u lithia (atomové číslo = 3) se podařilo najíti *Silbersteinovi* prozatím osm čar spektrálních, jejichž vlnočet se dá analogicky vyjádřiti vzorcem:

$$\nu = 9R\left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_3^2} - \frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2} - \frac{1}{m_3^2}\right).$$

Silberstein se domnívá, že obecně u prvku, jehož atomové číslo jest Z, podaří se prokázati platnost vzorce:

$$\nu = Z^2 R \sum_{i=1}^{Z} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{m_i^2}\right).$$

3. Zdá se tudíž lákavé zkusiti, zda by se nedalo s úspěchem užíti také při *Bornově* modelu vodíkové molekuly podobného předpokladu o nepatrnosti poruch v drahách elektronů. Kdybychom tedy připustili, že elektrony nejen v atomech, nýbrž i v molekulách nezpůsobují sobě značnějších poruch v drahách, a dále, že také jádro nepůsobí nijakých znatelnějších poruch v (rovinné) dráze



Obr. 1.

jemu nepříslušejícího elektronu, mohli bychom souditi, že dráhy elektronů v modelu vodíkové molekuly jsou buď (skoro) čistě kruhové, (jak předpokládá *Bohr* u parhelia[3]) a jak by se dalo souditi ze schematického obrazce *Bornova*, kde jádra stojí ve středu a v rovině dráhy elektronů, kterýžto obrazec jest zde reprodukován v obr. 1., anebo (skoro) čistě elliptické.

Avšak jednoduchý počet nás přesvědčí, že model *Bornův* nemůže býti tak jednoduchý, jak ukazuje schematický obrazec 1., neboť pak by nevyhovoval staticky.

Za předpokladu kruhových drah obou elektronů, v jichž středu sedí jádra, bude v jistém okamžiku konfigurace *Bornova* modelu vodíkové molekuly taková, jak ukazuje obr. 2. Spojnice elektronu *1* resp. *2* s jádrem *I* resp. *II* bude svírati se spojnicí jader úhel 60^0. Ježto dle předpokladu dráhy obou elektronů jsou kruhové a jádro leží v rovině dráhy příslušného jemu elektronu, bude $\overline{I1} = \overline{II2} = r =$ poloměru kruhové dráhy jednoho i druhého elektronu. Jaké síly působí na jádro *I*? — Předně odpudivá síla od jádra *II* velikosti $e^2 : c^2$, kde $\overline{I\,II} = c$, a směru $\overrightarrow{IM}$, za druhé přitažlivá síla od elektronu *1* velikosti $e^2 : r^2$ a směru $\overrightarrow{I1}$ a za třetí přitažlivá síla od

[3]) Helium má dvě rozličná spektra; jedno nazývá se dle Bohra spektrem orthohelia, druhé zove se spektrem parhelia a bylo původně připisováno jinému prvku než heliu. Serie orthohelia sestávají z uzoučkých dvojitých čar, kdežto čáry parhelia jsou jednoduché.

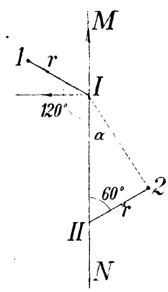
elektronu 2 velikosti $e^2 : (r^2 + c^2 - rc)$ a směru $\overrightarrow{I2}$. Označíme-li úhel $\widehat{II\,I\,2}$ písmemem α, bude

$$\sin\alpha = \frac{r\sqrt{3}}{2\sqrt{r^2 + c^2 - rc}}, \quad \cos\alpha = \pm\frac{r - 2c}{2\sqrt{r^2 + c^2 - rc}}.$$

Rozložíme-li složky síly působící ve směru $\overrightarrow{I1}$ resp. $\overrightarrow{I2}$ ve složky padající jednak do směru IM, jednak do směru k němu kolmého, obdržíme:

$$\frac{e^2}{2r^2}, \quad \frac{e^2\sqrt{3}}{2r^2}, \quad \text{resp.} \pm\frac{e^2(r-2c)}{2(r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{e^2 r\sqrt{3}}{2(r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}},$$

kde e jest náboj jádra a $-e$ náboj elektronu.



Obr. 2.

Má-li zůstati jádro v klidu, musí platiti tyto vztahy:

$$\frac{e^2}{2r^2} + \frac{e^2}{c^2} = \pm\frac{e^2(r - 2c)}{2(r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}},$$

$$\frac{e^2}{2r^2}\sqrt{3} = \frac{e^2 r\sqrt{3}}{2(r^2 + c^2 - rc)^{\frac{3}{2}}}.$$

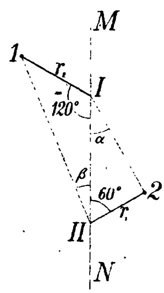
Z druhé rovnice obdržíme $c = r$ a dosazením do prvé přijdeme k tomuto sporu

$$\frac{3}{r^2} = \pm\frac{1}{r^2}$$

což znamená, že jádro I nemůže býti v klidu. Zcela podobně vyšetříme, že jádro II nemůže zůstati v klidu. Tudíž dráha kruhová jak u elektronu 1, tak i u elektronu 2 jest nemožná. Analogicky se mají věci v každém dalším okamžiku, kdy $\widehat{1IM} = \widehat{I\,II\,2} = \psi > 60^0$. Toliko v případě $\widehat{1IM} = \widehat{I\,II\,2} = 90^0$ mohou býti obě jádra v klidu a to vyžaduje $c = r$, jak se lehce přesvědčíme.

Byla by tudíž na snadě myšlenka zkusiti, zda snad ellipsa (anebo nějaká jiná křivka rovinná, v jejíž rovině leží jádro) může býti považována za dráhu jednoho i druhého elektronu, za *Bornova* předpokladu, že obě uzlové čáry jsou antiparallelní a svírají se spojnicí jader úhel 60° resp. 120°, při čemž fázová difference obou elektronů činí 180°.

V tomto případě bude v jistém okamžiku konfigurace modelu vodíkové molekuly taková, jak ukazuje obr. 3. Úvahou zcela po-



Obr. 3.

dobnou jako prve obdržíme tyto vztahy (viz obr. 3.)

$$\sin\alpha = \frac{r_1\sqrt{3}}{2\sqrt{r_1^2+c^2-r_1c}}, \qquad \cos\alpha = \pm\frac{r_1-2c}{2\sqrt{r_1^2+c^2-r_1c}};$$

$$\sin\beta = \frac{r_2\sqrt{3}}{2\sqrt{r_2^2+c^2+r_2c}}, \qquad \cos\beta = \pm\frac{r_2+2c}{2\sqrt{r_2^2+c^2+r_2c}};$$

$$(A) \qquad \frac{e^2}{2r_2^2}\sqrt{3} = \frac{e^2 r_1\sqrt{3}}{2(r_1^2+c^2-r_1c)^{\frac{3}{2}}},$$

$$(B) \qquad \frac{e^2}{c^2}+\frac{e^2}{2r_2^2} = \pm\frac{e^2(r_1-2c)}{2(r_1^2+c^2-r_1c)^{\frac{3}{2}}},$$

$$(C) \qquad \frac{e^2}{2r_1^2}\sqrt{3} = \frac{e^2 r_2\sqrt{3}}{2(r_2^2+c^2+r_2c^{\frac{3}{2}}},$$

$$(D) \qquad \frac{e^2}{c^2} = \frac{e^2}{2r_1^2} \pm \frac{e^2(r_2+r_2c}{2(r_2^2+c^2+r_2c^{\frac{3}{2}}},$$

při čemž znamení jsou na sobě nezávislá.

Z rovnice *(A)* obdržíme

$$(E)\qquad (r_1^2 + c^2 - r_1 c)^{\frac{3}{2}} = r_1 r_2^2$$

a dosazením *(B)* najdeme

$$(F)\qquad r_2^2 = \frac{c^2}{2r_1}\,[-r_1 \pm (r_1 - 2c)].$$

Podobně z rovnice *(C)* plyne

$$(G)\qquad (r_2^2 + c^2 + r_2 c)^{\frac{3}{2}} = r_1^2\, r_2$$

a dosazením do *(D)* nalezneme

$$(H)\qquad r_2 = \frac{\mp 2c^3}{c^2(1 \pm 1) - 2r_1^2}.$$

Porovnáním *(F)* a *(H)* přicházíme ke sporu, že kladné číslo má se rovnati zápornému:

$$(K)\qquad [c^2(1 \pm 1) - 2r_1^2]^2 \cdot [-r_1 \pm (r_1 - 2c)] = 8r_1c^4.$$

Z toho vidíme, že jádra nemohou ležeti v rovinách drah elektronů, které dle spolu *Borna* mají svírati úhel 60°. Pravděpodobně jádra budou vykonávati kmity kolem jistých rovnovážných poloh. Bližší diskusse tohoto problému vedla by nás zde příliš daleko; doufám, že se budu moci k tomuto problému vrátiti na jiném místě podrobněji.

Ke konci ještě v krátkosti dovolím si poznamenati, že kombinací tohoto modelu vodíkové molekuly s *Bohrovým* modelem heliového atomu a inversí mohli bychom dospěti k novému modelu heliového jádra v tomto schematickém tvaru: Kolem elektronu jakožto středu opisuje každé ze dvou vodíkových jader přibližně kruh, úhel rovin těchto dvou kruhů jest 120°; pod tímto systémem nalézá se zcela podobný a podobně položený systém druhý téže struktury, při čemž spojnice obou elektronů jest osou takto vzniklého nového útvaru, tak že celý tento útvar má značný stupeň souměrnosti. Souhrn těchto dvou systémů tvoří tedy jeden celek a tento útvar by mohl sloužiti modelem heliového jádra, neodkryje-li ovšem přesné propočítání tohoto modelu rozpor se skutečností. Také touto otázkou se hodlám podrobněji zabývati později.

V Praze, v ústavu pro teoretickou fysiku Karlovy university, 16. září 1922.

*

Remarque au sujet du récent modèle (de Born) de la molécule de l'hydrogène.

(Extrait de l'article précédent.)

Le modèle de Born de la molécule de l'hydrogène ne peut être que schématique: en effet, une preuve fait voir que les orbites circulaires ou elliptiques, ou, plus généralement, planes, ne sont pas, pour des raisons de statique, possibles. Les noyaux ne peuvent pas etre situés dans les plans des électrons, qui doivent, selon Born, faire un angle de 60°. Il est vraisemblable que les noyaux oscillent autour de certaines positions d'équilibre.

On pourrait, en combinant le modèle de Born pour la molécule de l'hydrogène avec celui de Bohr pour l'atome de l'hélium, et en faisant l'inversion, aboutir à un nouveau modèle du noyau de l'hélium ayant la forme schématique que voici:

Autour de l'électron comme centre, les deux noyaux d'hydrogène décrivent, chacune, à peu près un cercle, les plans de ces deux cercles faisant un angle de 120°; sous ce système se trouve un second système de la même structure, parfaitement semblable et homothétique au premier, tandis que la droite des deux électrons est l'axe de ce nouveau système, de sorte que cette figure possède un degré considérable de symétrie.

Egyptské zlomky.

Napsal *Q. Vetter.*

V zachovaných egyptských památkách počítá se výlučně s kmennými zlomky, to jest se zlomky o čítateli 1. Výjimku tu tvoří jen zlomky $\frac{2}{3}$ a $\frac{3}{4}$, ba dokonce i $\frac{5}{6}$. Než znaky pro $\frac{5}{6}$ a $\frac{3}{4}$ brzy zanikly, takže se udržel jen znak pro $\frac{2}{3}$, jak vidíme také ve známém papyru Ahmesově. Užívání kmenných zlomků, jak ukazuje Sethe,[1]) nebylo omezeno jen na Egypťany, avšak u nich bylo vybudováno v obdivuhodný systém, jak jej nikde jinde nenalézáme. $\frac{2}{3}$ a $\frac{3}{4}$ byly podle Setheho[2]) zlomky „komplementární“, které se na rozdíl od kmenných zlomků nečtly na základě jmenovatele nýbrž čítatele „2 díly“ a „3 díly“ totiž ze 3 a 4. Tato úsloví nelze však pokládati za naše obyčejné zlomky s čítatelem větším než 1, nýbrž jen za jakýsi náběh, který se spíše blíží pojmu pomocné jednotky, kde se kmenový zlomek $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{4}$ považuje za novou jednotku, jakýsi nový celek. Podle F. Hultsche[3]) považovali Egypťané $\frac{2}{3}$ za rovnocenné kmenným zlomkům a byli si při tom úplně vědomi, že to jest vlastně zkratka pro $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$.

Sethe[4]) správně podotýká, že nechápeme, jak mohli Egypťané používati tak těžkopádného aparátu, jakým jest počítání se zlomky

[1]) *K. Sethe*: „Von Zahlen und Zahlwörtern bei den alten Aegyptern . . .“ Strassburg 1916, 62 nn.

[2]) L. c., 91 nn.

[3]) *F. Hultsch:* „Elemente der ägyptischen Teilungsrechnung“, Abh. d. phil.-hist. Cl. d. sächsischen Ges. d. Wissensch. XVII (1897) No. 1., 30 nn.

[4]) L. c., 60 nn.