Václav Posejpal

Dvě poznámky k vlastním pracím o závislosti refrakce plynů na tlaku

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 52 (1923), No. 1-2, 124--133

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123258

sont, comme on sait, des invariants des formes $f_1(t), f_2(t)$, définies par (I), où

$$A_0 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \\ c_0 & c_1 & c_2 \end{vmatrix}, \quad 5B_0 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_4 \\ b_0 & b_1 & b_4 \\ c_0 & c_1 & c_4 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} a_0 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Toutes les formations invariantes d'un système de quatre formes de la variable u, soit

$$f_1(u), f_2(u), G_1(u), G_2(u),$$

où les formes $G_1(u)$, $G_2(u)$ sont données par les expressions (II) et (5), ou bien exprimées moyennant $f_1(u)$, $f_2(u)$ dans (6) et (6'), fournissent, égalées a zéro, des équations dont les racines donnent les paramètres des points de la courbe situés sur une droite, si les coefficients des formes figurent, dans ces formations, au premier degré. Si ces coefficients y figurent au 2^e, 3^e,... degré, on obtient, par le procédé indiqué tout à l'heure, les paramètres des points de la courbe situés sur une conique, une cubique, etc. On obtient, de cette manière, pour des valeurs générales des coefficients $a_0\, a_1, \ldots$, $b_0, \ldots$, toutes les formations invariantes ayant ces propriétés. Notons, cependant, que dans ce procédé la variable $[t_1, t_2]$, dont dépendent les coefficients des formes $G_1(u)$, $G_2(u)$, doit être considérée comme constante.

On peut démontrer par le même procédé, presque sans aucun calcul, les théorèmes: Les points d'inflexion d'une quartique unicursale sont situés sur une conique, ce qui a lieu aussi pour les points de contact des tangentes doubles.

Enfin, l'auteur mentionne des formes, analogues aux formes $G_1(u)$, $G_2(u)$, et qui se rattachent à la quintique plane unicursale et à la sextique gauche. Cette dernière courbe possède quatre formations de cette espèce (des invariants plans).

Dvě poznámky k vlastním pracím o závislosti refrakce plynů na tlaku.

Václav Posejpal.

§ 1. V prvé práci, z r. 1917, o závislosti refrakce plynů na tlaku menším jedné atmosféry[1]) jsem našel, vycházeje z kvadratického výrazu pro refrakci

(1) $$n\text{-}1 = Kp\,(1 + \beta p)$$

následující hodnoty konstant K a β, pro $t = 16^0$, $\lambda = 5462\,A^0$ (t. j.

[1]) Annalen der Phys. Bd. 53, 629, 1917. Rozpravy čes. akad. II. tř., roč. 26, č. 61, 1918. Bulletin intern. de l'Académie des. Sc. de Bohême, 1918.

zelená čára rtuťová), a tlak p, vyjádřený v normálních millimetrech rtuti:

$$(1') \quad \begin{array}{l} K \,.\, 10^6 = 0{\cdot}36138 \pm 0{\cdot}00010 \\ 10^8\,\beta = 396 \pm 32 \end{array}$$

a ztoho pro teplotu $t = 0^0$ a tlak $p = 760\,mm$ rtuti normálních.

$$(n\text{-}1) \,.\, 10^6 = 291{\cdot}67 \pm 0{\cdot}14$$

Číslo 291 67 je náhodou v mezích pozorovacích chyb identické s číslem 291·8, jež nalezl r. 1880 L. Lorenz a jež je nejmenší ze všech dosavadních měření. Naproti tomu číslo 396 naprosto se lišilo od těch, která pro β dříve udali Mascart (r. 1877), $\beta \,.\, 10^8 = 72$, J. Chappuis a Rivière (r. 1885), $\beta \,.\, 10^8 = 65$, Perreau (r. 1896), $\beta \,.\, 10^8 = 90$ Mé číslo více než čtyřikráte převyšuje největší z těchto hodnot. Nejzávažnějším důsledkem této různosti je okolnost, že kdežto starší měření konstanty β zůstávají v souhlase s theoretickým požadavkem, aby tak zvaná specifická refrakce byla na tlaku nezávislou, je vysoká hodnota mého čísla s tímto požadavkem ve sporu. Lorenz-Lorentzův výraz pro specifickou refrakci $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ přechází totiž pro řídké plyny, při kterých n málo se liší od 1, ve výraz Newton-Gladstonův $\frac{n-1}{\varrho}$. Vyjádříme-li pak závislost specifické hmoty ϱ na tlaku obdobně s (1), tedy

$$\varrho = K_\varrho\, p\,(1 + \beta_\varrho\, p), \text{ máme}$$

$$(2) \qquad \frac{n-1}{\varrho} = C\,(1 + (\beta - \beta_\varrho)\, p)$$

$\frac{n-1}{\varrho}$ bude na tlaku nezávislé, když bude

$$(3) \qquad \beta - \beta_\varrho = 0$$

Nuže, pro β_ϱ, pro tlaky pod jednou atmosferou, našel Rayleigh $\beta_\varrho \,.\, 10^8 = 61$, pro tlaky vyšší tato hodnota zvolna klesá, tak že na př. pro střední tlak 4 atm. činí 54, 10 atm. 52 atd. Jak patrno, podmínka (3) je dosti uspokojivě splněna hodnotami β starších autorů, v mém případě výraz (3) má však značnou hodnotu kladnou, specifická refrakce pod jednou atmosferou s tlakem roste. Tento překvapující výsledek mé první práce však vážně podpíraly dva důležité momenty, dodávajíce žádoucí spolehlivosti mému měření.

Především číselná hodnota refrakce $n-1$ mnou nalezená se shodovala v mezích pozorovacích chyb s hodnotou Lorenzovou. Význam této shody ležel v tom, že měrný postup Lorenzův dává výsledek theoreticky správný, ať závislost refrakce na tlaku je jakákoliv. To nelze říci o všech ostatních četných měřeních této refrakce, která z velké části, jak bližší diskusí jsem ukázal, nedbáním této závislosti nutně vedou k číslům větším.

Na druhé straně ukázala bližší úvaha, že β mnou nalezené je toliko na pohled v rozporu s hodnotami staršími, ve skutečnosti však že se k nim přirozeně řadí. Tyto starší hodnoty se totiž vztahují na intervaly tlakové značně větší, se středním tlakem nad jednou atmosférou a, jak na prvý pohled je patrno, ani mezi sebou dobře nesouhlasí. Jejich rozdíly jsou značně větší než přípustné chyby pozorovací. Dalo se z toho souditi, že vzorec (1) nepostačuje pro větší intervaly tlakové, tak že β se s tlakem mění. Seřadiv tyto výsledky, můj v to počítaje, dle stoupajícího středního tlaku jsem pak ukázal, že β je tomuto střednímu tlaku, pokud týž není velmi značný, nepřímo úměrno.

Byl jsem tudíž oprávněn svůj výsledek $\beta \,.\, 10^8 = 396$ považovati za v podstatě správný a v důsledku toho prohlásiti, že specifická refrakce vzduchu pod jednou atmosférou s tlakem roste. Při tom však jsem nepřehlížel, že překvapující ráz tohoto výsledku vyžaduje dalšího podepření co nejspolehlivějšího. Za tím účelem jsem v druhé práci[2]) během r. 1918—1919 provedl především revisi instrumentaria a jeho konstant, zejména specielního manometru rtuťového, jehož kalibraci jsem, nyní za pomoci dvou mikroskopů, co nejpečlivěji opakoval. V důsledku této kalibrace přepočítal jsem výsledky práce prvé a stanovil definitivně

$$(4)\qquad \left.\begin{aligned} K \,.\, 10^6 &= 0{\cdot}36254 \pm 0{\cdot}00010 \\ \beta \,.\, 10^8 &= 396 \pm 32 \text{ (t. j. zůstane nezměněno)} \\ (n-1) \,.\, 10^6 &= 292{\cdot}59 \pm 0{\cdot}14 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Vzduch}\\ \text{roku 1917}\end{array}$$

Na to jsem během r. 1919 proměřil vzduch znovu, při čemž jsem zvolil podstatně jiný methodický postup a našel:

$$(5)\qquad \left.\begin{aligned} K \,.\, 10^6 &= 0{\cdot}36284 \pm 0{\cdot}00013 \\ \beta \,.\, 10^8 &= 318 \pm 41 \\ (n-1) \,.\, 10^6 &= 292{\cdot}67 \pm 0{\cdot}13 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Vzduch}\\ \text{roku 1919.}\end{array}$$

Stejným způsobem jsem pak proměřil kysličník uhličitý a našel

$$(6)\qquad \left.\begin{aligned} K \,.\, 10^6 &= 0{\cdot}55191 \pm 0{\cdot}00026 \\ \beta \,.\, 10^8 &= 1063 \pm 55 \\ (n-1) \,.\, 10^6 &= 447{\cdot}96 \pm 0{\cdot}28 \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}CO_2\\ \text{roku 1919.}\end{array}$$

Jako při vzduchu, tak i zde můj výsledek pro refrakci leží na straně menších čísel dřívějších autorů, a sice je mu nejbližší číslo 447·0, jež r. 1908 naměřil Rentschler. Pokud pak β se týče, je zase stejně nepoměrně veliké proti měřením starším a značně větší než β_ϱ, jež pro tlaky pod jednou atmosférou činí $10^8 \beta_\varrho = 730$. Tedy důležitý fakt, nalezený pro vzduch, platí obdobně i pro CO_2:

[2]) Rozpravy čes. akad., tř. II., roč. XXIX, čís. 13, 1920. Bulletin 1920, Časopis L, č. s. 2—3, pg 150, 1921; Journal de Physique et le Radium (6) t. II., pg 85, 1921.

Specifická refrakce pro tlaky pod jednou atmosférou s tlakem roste. V této druhé práci jsem také poukázal na to, jak máme tomuto výsledku rozuměti se stanoviska dnešních názorů na stavbu hmoty.

Obě tyto práce doznaly povšimnutí v literatuře jednak s francouzké, jednak s německé strany. Chceme v následujícím poukázati na důsledky pro náš problem z toho plynoucí:

§ 2. Časově na prvém místě sem patří práce W. Traub, Die Dispersion der Luft im ultravioletten Spektrum.[3]) Předmět této práce je podstatně různý od našeho problemu, jak již její název ukazuje. To bylo také příčinou, že jsem ji přehlédl a teprve před krátkou dobou na ni byl upozorněn. Zájem, který práce Traubova pro náš úkol má, spočívá však v tom, že autor podn'cen mou publikací z roku 1917 si klade, na výzvu prof. Paschena, mimo jiné za úkol, stanoviti co možno přesně refrakci $n-1$ pro zelenou čáru rtuťovou, $\lambda = 5462\,26\,\mathring{A}$. Nalézá $(n-1) . 10^6 = 293{\cdot}274$. V tabulce 3 na str. 546 svého pojednání srovnává pak tento výsledek s čísly, která naměřili Kayser a Runge a Koch, jehož výsledek je rovněž jako Traubův nezávislý na tom, jak refrakce s tlakem se mění. Sestavil jsem tyto výsledky zároveň se svými vlastními v tabulku I.

Tabulka I.

	$(n-1) . 10^6$	Δ
Posejpal r. 1917	292·59	
Kayser a Runge r. 1893	292·64	
Posejpal r. 1919	292·67	$-$ 0·60
Traub r. 1920	293·274	$+$ 0·43
Koch r. 1909	293·700	

Praví-li Traub, že se jeho hodnota nalézá uprostřed hodnot Kayser Runge a Kocha, vidíme, že se stejně dobře, ba ještě lépe nalézá uprostřed mezi hodnotami mými vlastními a Kocha. Traub, který znal pouze můj provisorní výsledek z r. 1917, před definitivní kalibrací manometru, shledal ovšem mezi tímto výsledkem (291·8) a svým, jakož i Kochovým, dokonalý rozpor. Vidíme, že ve skutečnosti tohoto rozporu není, naopak to, že se můj výsledek liší od přesnějšího výsledku Traubova téměř stejně, toliko v opačném smyslu, jako výsledek Kochův, dodává spolehlivosti mých měření novou a cennou podporu. Nesmíme totiž zapomínati, že mým úkolem nebylo měřiti refrakci, nýbrž její závislost na tlaku pod jednou atmosferou, tedy ne $n-1$, nýbrž β, a že podle toho byla moje methoda upravena. Kdežto tedy na př. Traub (a obdobně i Koch) měří $n-1$ ze změny tlakové 730 *mm* a tomu odpovídajícího posunutí interferenčního zjevu o 248 proužků, mohl jsem já užíti toliko změny tlakové 100 *mm* a tomu odpovídajícího posunutí

[3]) Ann. der Phys. (4) B. 61, 533, 1920.

33 proužků. Vyšetřuji pak ze svých měření refrakci $n-1$ pro normální tlak a teplotu jedině za účelem kontroly těchto měření, při čemž definuji pojem korrigované hodnoty této refrakce. Souhlasí-li pak můj výsledek s přesnějším výsledkem Traubovým prakticky stejně dobře, jako výsledek Kochův, je to pro posouzení spolehlivosti mých měření veličiny β fakt velmi uspokojivý.

Poněvadž právě na této veličině β tolik záleží, budiž ještě k vůli úplnosti poznamenáno toto: Hlavní zdroj nejistoty mých měření leží v kalibraci manometru, jež hraje roli při měření stálé změny tlakové $dp = 100$ *mm*. Příslušné posunutí interferenčního zjevu jsem označil ds a vyšetřoval měřením poměr $\frac{ds}{dp}$. Kladu pak

$$\frac{ds}{dp} = \alpha_1 + \beta_1 p,$$

načež konstanty rovnice (1) jsou vyjádřeny vztahy

$$K = \frac{\lambda}{L}\,\alpha_1, \quad \beta = \frac{1}{2}\frac{\alpha_1}{\beta_1},$$

kdež L je délka trubice s plynem. Kalibrace manometru spočívá v tom, že stanovíme trať y, o kterou se sníží rtuť v rameni jednom, stoupne-li v rameni druhém o trať x, měřenou mikroskopem. Při kalibraci se měří y rovněž mikroskopem, a poněvadž x (a tudíž i y) se nachází buď velmi přibližně anebo přesně mezi dvěma pevnými značkami, má poměr $\frac{y}{x}$ stálou hodnotu a $dp = x\left(1 + \frac{y}{x}\right)$. Položme $1 + \frac{y}{x} = \vartheta$ a uvažujme, jaký vliv na výsledek má nová kalibrace manometru, dávající hodnotu na př. ϑ'.

Dle prvé kalibrace máme

$$\frac{ds}{x.\vartheta} = \alpha_1 + \beta_1 p,$$

dle druhé $\qquad \frac{ds}{x\vartheta'} = \alpha'_1 + \beta'_1 p,$ z čehož jde:

$$\alpha_1 \vartheta = \alpha'_1 \vartheta', \quad \beta_1 \vartheta = \beta'_1 \vartheta' \text{ a tedy}$$

$$K' = \frac{\lambda}{L}\alpha'_1 = K\frac{\vartheta}{\vartheta'} \quad ; \quad \beta' = \frac{1}{2}\frac{\alpha'_1}{\beta'_1} = \beta,$$

t. j. nová kalibrace má vliv pouze na konstantu K, nikoliv však na β.

Kalibroval jsem manometr celkem třikráte. První kalibrace, před započetím práce r. 1917, podala z 9 za sebou jdoucích měření

$$\vartheta_1 = 2{\cdot}00111$$

a byla málo přesná. Měl jsem tehdy toliko jeden mikroskop, který bylo nutno zastavovati střídavě na jedno i druhé rameno, což způsobovalo v měření nejistotu. Proto jsem před započetím druhé práce nejprve znovu a co nejpečlivěji manometr kalibroval za pomoci dvou mikroskopů, přibližně stejně zvětšujících, z nichž jeden byl trvale zařízen na rameno x, druhý na rameno y. Z 18 nejlepších za sebou jdoucích měření jsem stanovil

$$\vartheta_2 = 1{\cdot}99325.$$

Konečně během posledních 10 pozorování při druhém měření vzduchu bylo odečítáno, týmiž dvěma mikroskopy, po každé x i y a kalibrace z 9 za sebou jdoucích pozorování dala

$$\vartheta_3 = 1{\cdot}99632.$$

Za základ výpočtů pak jsem zvolil střed z ϑ_2 a ϑ_3,

$$\vartheta = 1{\cdot}99480$$

Mohl jsem však právem podržeti pouze kalibraci ϑ_2, poněvadž je provedena za nejlepších podmínek a obsahuje nejdelší řadu. V tom případě by naše výsledky pro vzduch měly tyto hodnoty:

		Rok 1917	Rok 1919	
	$K \,.\, 10^6 =$	$0{\cdot}36283$	$0{\cdot}36313$	
(7)	$\beta \,.\, 10^8 =$	396	$318,$	t. j. zůstane beze změny.
	$(n-)\,.\,10^6 =$	$292{\cdot}74$	$292{\cdot}90$	

Sestavíme-li je v tabulku II, vidíme, že by to byl výraz pro refrakci mnou r. 1917 nalezený, jenž by se od výsledku Traubova lišil jen o málo více než výsledek Kochův, ovšem že ve smyslu opačném, kdežto můj výsledek z r. 1919 by byl přesnějšímu výsledku Traubovu nejbližší. To však je celkem vedlejší. Hlavní věcí je fakt, že tento mé vlastní pozorovací chyby nevalně převyšující rozdíl mezi mým a Traubovým výsledkem je v prvé řadě zaviněn kalibrací manometru, kterážto však nemá vlivu na naši konstantu β.

Tabulka II.

	$(n-1)\,.\,10^6$	Δ
Kayser a Runge r. 1893	$292{\cdot}64$	
Posejpal r. 1917	$292{\cdot}74$	$-\ 0{\cdot}53$
Posejpal r. 1919	$292{\cdot}90$	$-\ 0{\cdot}37$
Traub r. 1920	$293{\cdot}274$	$> +\ 0{\cdot}43$
Koch r. 1909	$293{\cdot}70$	

Lze tedy důsledek plynoucí z práce Traubovy pro náš úkol formulovati takto: Pokud vůbec můžeme z číselné hodnoty refrakce $n-1$ pro normální tlak a teplotu, ku které vedou naše měření, posuzovati spolehlivost konstanty β, přináší práce Traubova této spolehlivosti plnou podporu.

§ 3. Druhá práce, která se našich úkolů dotýká, je pojednání C. Chéneveau, Sur la variation de la réfraction spécifique des sels dissous en solutions étendues.[4])

Ve své druhé práci, zejména v Časopise a v Journal de Physique, jsem poukázal na to, kterak experimentální výsledek mých prací, totiž veliká hodnota parametru β a z ní plynoucí stoupání specifické refrakce řídkých plynů s tlakem, plyne dosti přirozeně z dnešních představ o elektronové stavbě hmoty. Dále jsem poukázal v úvahách, majících za podklad názor zejména od novějších prací Perrinových ustálený, že je úplná obdoba mezi molekulami řídkého plynu a zředěného roztoku, na souběžný průběh specifické refrakce plynů s tlakem a fluorescenční mohutností látek rozpuštěných s koncentrací a vyslovil domněnku, že oba zjevy mají společnou příčinu, totiž vznik stabilních stavů atomových o vyšší vnitřní energii se stoupajícím zředěním. Naznačil jsem v Časopise jako zajímavý úkol zjistiti přímým měřením specifické refrakce látek rozpuštěných, že také zde má obdobný průběh jako u plynů mnou studovaných. Nuže, C. Chéneveau měl stejnou myšlenku. Průběh specifické refrakce vzduchu a kysličníku uhličitého s tlakem jsem znázornil ve své francouzské publikaci graficky, opíraje se o fakt mnou prokázaný, že β je tlaku nepřímo úměrno. Chéneveau, jenž vykonal dlouhou řadu prací přímo základních v oboru refrakce zředěných roztoků,[5]) ukazuje ve své práci, že skutečně průběh specifické refrakce zředěných roztoků s tlakem osmotickým je v podstatě stejný jako mnou udaný průběh specifické refrakce plynů s napětím. Věc je nejlépe patrna z obou obrázků, kde nahoře (obraz 1.), jsou křivky pro plyny, jak jsem je nakreslil já, dole (obraz 2.) křivky pro solné roztoky, jak je nakreslil Chéneveau. Vidíme, že tlaky, pro které změna refrakce s tlakem je patrná, jsou řádově stejné, v případě plynů však celkem nižší než v případě roztoků.

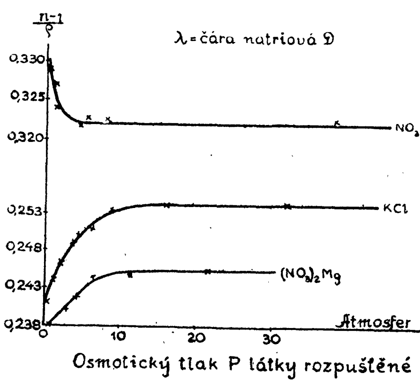
Význam práce C. Chéneveau pro náš úkol netřeba zdůrazňovati. Jí nabývá náš experimentální výsledek nového ověření, sice také nepřímého, zato však tím zajímavějšího. Chéneveau udal 3 křivky, z nichž dvě mají přesně obdobný průběh s našimi dvěma křivkami způsobem až překvapujícím, naproti tomu křivka třetí, pro $NO_3\,NH_4$, jeví průběh opačný: specifická refrakce se stoupajícím tlakem klesá. Chéneveau soudí, že obdobný výsledek lze očekávati u vodíku a naznačuje, jak třeba doplniti můj výklad celého zjevu, aby také tento případ byl v něm zahrnut. Závislost refrakce $n-1$ vodíku na tlaku pod jednou atmosférou měřil týmž instrumentariem a stejnou methodou, které já jsem v druhé serii svých měření r. 1919 použil, Dr. Schacherl. Ponechávám si na pozdější dobu, až Dr. Schacherl

[4]) C R. t. 172, p. 1408, 1921.

[5]) Viz na př. jeho práci Les propriétés optiques des solutions, Paris 1913, stran 240.

své výsledky uveřejní, popsati podrobně průběh specifické refrakce s tlakem jak u vodíku, tak také u kyslíku, jehož refrakci obdobně před Dr. Schacherlem proměřil asistent fysikálního ústavu, Dr. J. Šafránek.[6])

Obr. 1.



Obr. 2.

Budiž jen předběžně poznamenáno, že kyslík se chová obdobně jako oba mnou studované plyny, vzduch a kysličník uhličitý, naproti tomu specifická refrakce vodíku jeví chod opačný, analogický s $NO_3\ NH_4$, tedy právě tak jak to Chéneveau očekával.

V Praze, dne 15. září 1922.

*

[6]) Časopis L I, 308, 1922.

Deux remarques à ses propres travaux sur la variation de la réfraction des gaz avec la pression.

(Extrait de l'article précédent.)

§ 1. En admettant

(1) $$n-1=Kp\,(1+\beta p)$$

j'ai trouvé en 1917[4]) pour l'air atmosphérique ($t=16^0$, $\lambda=5462\,UA$ p en millimètres V).

$K.10^6=0{\cdot}36138\pm0{\cdot}00010$, $10^8\beta=396\pm32$ et alors $(n-1)\,10^6=291{\cdot}67\pm0{\cdot}14$ ($t=0^0$ C, $p=760\,mm$).

En exprimant par ϱ la densité on obtient pour la réfraction spécifique d'un gaz sous faible pression

(2) $$\frac{n-1}{\varrho}=C\,(1+(\beta-\beta_\varrho)\,p),$$

où il y a, approximativement, (3) $\beta-\beta_\varrho=0$ pour les valeurs des auteurs anciens, mais pour ma valeur de β, (3) donne un grand nombre positif. Il s'en suit l'augmentation de la réfraction spécifique avec la pression. Ce résultat inattendu a été étayé par deux faits importants. C'est d'une part l'accord de $n-1$ avec la valeur donnée par Lorenz dont la méthode d'observation était indépendante de la variation de la réfraction avec la pression, d'autre part, le désaccord entre ma valeur de β et celles des autres n'est qu'apparent, β étant inversement proportionel à la pression moyenne.

Néanmoins je tenais à corroborer ce résultat inattendu au dessus de tout doute. J'ai donc fait dans un second travail[2]) tout d'abord une nouvelle calibration de mon manomètre, et par suite j'ai corrigé les résultats du premier travail, en donnant définitivement: $K.10^6=0{\cdot}36254\pm0{\cdot}00010$, $\beta.10^8=396\pm32$ (est resté le même) $(n-1).10^6=292{\cdot}59\pm0{\cdot}14$. L'air, en 1917.

Ensuite j'ai fait, par une autre voie, de nouvelles mesures de l'air et de l'anhydride carbonique qui m'ont donné: $K.10^6=$ $=0{\cdot}36284\pm0{\cdot}00013$, $\beta.10^8=318\pm41$, $(n-1).10^6=292{\cdot}67\pm0{\cdot}13$. L'air en 1919.

$K.10^6=0{\cdot}55191\pm0{\cdot}00026$, $\beta.10^8=1063\pm55$, $(n-1).10^6=$ $=447{\cdot}96\pm0{\cdot}28$. CO_2 en 1919.

Mes travaux ont été l'objet de deux articles.

§ 2. L'article plus ancien, de M. W. Traub,[3]) diffère sensiblement de mon problème; il est intéressant par le fait que son auteur donne la valeur précise de la réfraction de l'air, $(n-1).10^6=293{\cdot}274$. Le tableau I montre que ma valeur de 1919 est sensiblement aussi rapprochée de la sienne que celle de Koch de 1909 et plus rapprochée que celle de Kayser et Runge de 1893, ces deux travaux étant cités par M. W. Traub. En remarquant que ma méthode n'était adaptée qu'à la mesure de β et que ma valeur de $n-1$ ne sert qu'à leur contrôle, je déduis de cet accord relativement bon un fort appui pour la validité du grand nombre trouvé par moi pour β, avec toutes ses conséquences. Cette conclusion est d'autant plus raisonnée que l'incertitude dans ma valeur de $n-1$ provient, pour la plupart, de la calibration de mon manomètre spécial, tandis que la valeur de β en est tout à fait indépendante.

§ 3. L'article de M. C. Chéneveau,[4]) apporte à la validité de mes résultats un appui beaucoup plus directe et plus intéressant. J'ai cherché à faire comprendre la grande valeur de β et ses conséquences par des idées sur la structure électronique de la matière. L'analogie étroite qui existe entre l'état gazeux et la solution diluée de la matière m'a fait remarquer le parallélisme de la marche du pouvoir fluorescent des corps dissous et de la réfraction spécifique des gaz. En admettant une relation plus intime de ces deux phénomènes j'étais amené à supposer que la variation de la réfraction spécifique, prouvée par moi pour les gaz, doit se retrouver dans le cas des solutions diluées. M. Chéneveau guidé par la même idée à montré qu'on trouve, en réalité, dans le cas des solutions les mêmes courbes que j'ai données pour les gaz. (Voir fig. 1. et 2.). Mais il a obtenu une troisième courbe de marche contraire: la réfraction spécifique y baisse avec la pression. M. Ch. prévoit le même résultat, dans le domaine des gaz, pour l'hydrogène. Les mesures qui ont été effectuées, avec mes appareils, par MM. Šafránek et Schacherl sur l'oxygène et l'hydrogène et qui feront, de ma part, l'objet d'un article spécial, confirment cette prévision de M. Chéneveau.

Oskulační hyperbolický paraboloid dle vrcholové přímky Frézierova cylindroidu.

Napsal prof. *Bedřich Procházka.*

Cylindroid Frézierův budiž určen kružnicí A, ležící v nárysně, a ellipsou B, nalézající se v rovině svislé β, svírající s nárysnou úhel 45° a promítající se do této průmětny v kružnici $B_2 \cong A$ (viz obraz 1.), jejíž střed s_2^B leží se středem s_A ve přímce svislé. Rovina řídící ϱ této sborcené plochy bude tudíž kolmá k ose X, a její přímka povrchová P, procházející nejvyššími body a, b obou křivek řídících, již budeme zváti vrcholovou, bude — ježto vzdálenost průmětů s_1^A, s_1^B, jakož i bodů s_A s_2^B učiněna zde rovnou 2-násobnému poloměru kružnice A, — s oběma průmětnami svírati úhel 45°.

1. Abychom sestrojili hlavní tečnu G_a cylindroidu v bodě a, sestrojíme*) v bodech a, b kuželoseček A, B tečny T_a, T_b. Před-

---

*) Bedřich Procházka: *„Příspěvek ke strojení oskulačních hyperboloidů ku plochám sborceným"*; uveřejněno v „Rozpravách České Akademie", třída II., ročník VI., čís. 15., na str. 23.