Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 2, 87--89

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123283

Úlohy.

Úloha 6.

Jsou-li m, p celistvá čísla kladná, x libovolná veličina, bude hodnota součtu $\sum_{\alpha=o}^{p}(-1)^{\alpha}\binom{p}{\alpha}\binom{x-\alpha}{m}$ nullou pro $m<p$, jednotkou pro $m=p$, a bude $=\binom{x-p}{m-p}$ pro $m>p$.

Docent M. Lerch.

Úloha 7.

Řešiti soustavu rovnic

$$(x+y)(xy+a^2)=c^2x+d^2y$$
$$(x+y)(xy+b^2)=d^2x+c^2y.$$

Prof. A. Strnad.

Úloha 8.

Řešiti rovnici

$$(\cos x-\sin x)(\cos 3x+\sin 3x)=\frac{1}{2}\sqrt{5}.$$

Týž.

Úloha 9.

Které ostré úhly vyhovují rovnici

$$\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{16}{13}\left(1-\frac{3}{8}\sin 2x\right)^2?$$

Prof. Jos. Pour.

Úloha 10.

Přímky půlící vnější úhly n-úhelníka omezují nový n-úhelník; sestrojiti prvý, dán-li druhý. Úloha buď řešena při $n=3, 4, 5$.

Prof. *A. Strnad.*

Úloha 11.

Najdi krychlový obsah pravidelného 20-stěnu, dána-li jest hrana jeho a. *Insp. Ant. Jeřábek.*

Úloha 12.

Veď koulí řez rovinný tak, aby příslušná výseč kulová byla jím rozpůlena, a ustanov středový úhel 2α výseče.
Prof. J. Sommr.

Úloha 13.

Vypočítejte povrch přímého kruhového kužele vepsaného do koule, jejíž povrch jest p, je-li poměr pláště a základny kužele roveň poměru základnou vytvořených vrchlíků koule.
Prof. *Jos. Pour.*

Úloha 14.

Na oblině kolmého kužele kruhového o temeni t dány povrchové přímky M, N, jimiž určená rovina jde osou O kužele. V přímce M stanoven bod m, v přímce N bod n tak, že $tn : tm = \lambda$. Roviny položené body m, n kolmo ku O odtínají kužele kruhové K, K_1; rovina jdoucí body m, n kolmo ku rovině mnt odtíná kužel elliptický K′. Vyšetřiti poměr obsahů těchto tří kuželů. Prof. *A. Strnad.*

Úloha 15.

Najděte rovnici kružnice, jež dotýká se osy Y pravoúhlé soustavy souřadnic i přímky $72x + 65y = 0$ a protíná osu X v bodě (1, 0). Prof. *Jos. Pour.*

Úloha 16.

Který z trojúhelníků omezených osami a tečnou v některém bodě ellipsy má nejmenší ploský obsah? *Týž.*

Úloha 17.

Z nějakého bodu osy vedena jest v úhlu α přímka k parabole, jejíž parametr jest p tak, že úseky mají se k sobě jako $1 : k$. Vypočítejte plochu úseče. *Týž.*

Úloha 18.

Dvě shodné paraboly parametru p mají společný vrchol; osy jich tvoří úhel α. V kterém úhlu protínají se obě křivky a jakou plochu omezují? Prof. *A. Strnad.*

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Zpráva c. k. českého realného a vyššího gymnasia v Kolíně za školní rok 1888 přináší dva kratší články, které napsal *Václav Tlučhoř.*

a) Linearní sestrojení polu a poláry kuželosečky určené linearními podmínkami. (3 strany.)

Dané podmínky lze vždy tak upraviti, že jest kuželosečka určena dvěma tečnami s příslušnými body dotyčnými a k tomu ještě buď bodem neb tečnou. Pan spisovatel ukazuje, kterak můžeme za těchto podmínek sestrojiti k danému polu poláru aneb naopak, a sice užitím věty: Poláry libovolného bodu vzhledem k osnově kuželoseček dvojnásob se dotýkajících protínají se v jednom bodě dotyčné tětivy. Sestrojení tohoto užito pak v několika zvláštních případech, kdy kuželosečka dána jest na př. polohou i délkou dvou sdružených průměrů aneb oběma asymptotami a bodem a pod. Všechny tyto snadné úlohy rozřešeny zcela případně konstrukcemi jednoduchými; složitější a obsažnější úvahy nalézáme v článku druhém.

b) O rovinné křivce 6ho řádu se 4mi dvojnými body a její degeneraci při problemu nadoskulačních kuželoseček. (5 stran.)

Zde nejprve ukázáno, že svazek kuželoseček a promětná s ním involuce tečen libovolné kuželosečky vytvořují křivku 6ho stupně se 4mi body dvojnými ve vrcholech svazku. Dán-li svazek kružnic a zvláštní s ním projektivná involuce tečen paraboly, rozpadne se ona křivka 6ho stupně v osamělý dvojný bod v úběžnou přímku a v cirkulárnou křivku 3ho stupně. Případ tento se vyskytne, hledáme-li geometrické místo pro ohniska nadoskulačních kuželoseček v společném bodě dotyčném; zmíněná křivka 3ho stupně jest tu Queteletova fokála, která má ve společném bodě kuželoseček bod dvojný. Mimo to ukázáno, že osy těchto kuželoseček obalují určitou parabolu, jejíž řídicí přímka jest zároveň geom. místem jich středů.

Naznačivše takto zcela stručně obsah pěkného tohoto článku, dovolíme si připojiti dvé malých poznámek. Zdá se nám, že lépe jest na místě jmena řád křivky užívati po příkladě předních našich geometrů (viz na příklad Cremona - Weyr) názvu, stupeň (Ordnung) a jmeno řád ponechati k označení pojmu