Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 2, 234--240

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123288

Úlohy.

Úloha 13.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$\sqrt{x^2 - y^2} - \sqrt{2xy} = 3 - 2\sqrt{10}$$
$$x^2 + y^2 = 41.$$

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 14.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$\sqrt[3]{x^2 + 2y^2} + \sqrt{x^2 + 20y} = 36$$
$$\sqrt{x^2 + 20y} - 4\sqrt[6]{x^2 + 2y^2} = 15.$$

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 15.

Na výstavě složeno bylo 13.685 pomerančů do čtyrboké pyramidy. a) Z kolika vrstev skládala se tato pyramida? b) Jak byla vysoká, byl-li průměr každého pomeranče 10 cm?

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 16.

Města A a B na bocích pohoří jest spojiti cestou vedoucí přes přímý vodorovný hřbet tak, aby cesta měla po obou bocích totéž stoupání. Svah boku, na němž leží A, jest m; svah druhého boku, na němž jest B, rovná se n. Vodorovné vzdálenosti míst A, B od hřbetu jsou a, b; odlehlost těchto vzdáleností — měřená na hřbetě pohoří — jest c.

Vyšetřiti bod P, kde cesta z A do B překročí hřbet.

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 17.

Kolikrát lze čísti slovo „Komenský" ve skupině

ý	*k*	*s*	*n*	*e*	*n*	*s*	*k*	*ý*
k	*s*	*n*	*e*	*m*	*e*	*n*	*s*	*k*
s	*n*	*e*	*m*	*o*	*m*	*e*	*n*	*s*
n	*e*	*m*	*o*	**K**	*o*	*m*	*e*	*n*
s	*n*	*e*	*m*	*o*	*m*	*e*	*n*	*s*
k	*s*	*n*	*e*	*m*	*e*	*n*	*s*	*k*
	k	*s*	*n*	*e*	*n*	*s*	*k*	*ý*.

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 18.

Na nejjednodušší tvar uvésti jest výraz

$$x = \frac{a^2 \sin^2\alpha + b^2 \cos^2\alpha - ab}{a \sin^2\alpha - b \cos^2\alpha}.$$

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 19.

O čtyrúhelníku ABCD, ve kterém

$$\overline{AB} = a, \quad \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = b,$$

dokázati jest relaci

$$a \sin \frac{\alpha - \beta}{2} = b \sin \frac{\gamma - \delta}{2},$$

jsou-li úhly α, β, γ, δ *při vrcholech A, B, C, D čtyrúhelníka.*

Prof. *R. Hruša.*

Úloha 20.

Sestrojiti jest čtyrúhelník ABCD, ve kterém

$$\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA},$$

dány-li délky obou úhlopříček a úhel jimi sevřený.

Prof. *Rud. Hruša.*

Úloha 21.

Rovina stojící kolmo ve středu tělesné úhlopříčky krychle seče ji v pravidelném šestiúhelníku; tento jest základnou dvoj-

jehlanu, jehož vrcholy jsou ve vrcholech řečené úhlopříčky. Vypočítejte povrch a obsah tohoto dvojjehlanu, dána-li hrana krychle.

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 22.

Nejdelší strana šikmého kužele opsaného kouli jest $CA = 72$, nejkratší $CB = 58$, spojnice jejich pat $AB = 50$. Vypočítejte obsah tohoto kužele.

Prof. *Ant. Sýkora* v Rakovníku.

Úloha 23.

Řešiti jest rovnoramenný lichoběžník, jemuž lze vepsati kružnici, dána-li jeho úhlopříčka u a výška v.

$$(\text{Na př. } u = \sqrt{775},\ v = \sqrt{375}).$$

Učitel *Frant. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 24.

Rovnoramenný lichoběžník abcd, ve kterém

$$\overline{ab} = 2a, \quad \overline{bc} = \overline{cd} = \overline{da} = a,$$

rozdělen jest úhlopříčkami ve 4 trojúhelníky. Vypočítati obsah a úhly deltoidu, jehož vrcholy jsou ve středech kružnic.

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 25.

V pravidelném osmistěnu o hraně a vepsány kruhy do dvou protějších stěn. Který jest obsah válce, jehož základnami jsou tyto kruhy?

Učitel *Frant. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 26.

Do koule vyvrtána jest kuželovitá dutina tak, že vrchol tohoto dutého kužele jest na povrchu koule a osa jeho splývá s průměrem koule. Jak veliký musí býti úhel osového řezu kužele, aby obsah dutiny rovnal se polovině obsahu koule?

Učitel *Frant Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 27.

Kruhový kužel obsahu K jest naplněn vodou. Postavíme-li jej na vrchol tak, aby jedna povrchová přímka byla svislou, zůstane v něm množství vody k. Který jest úhel osového řezu kužele?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 28.

Na které zeměpisné šířce jest v době rovnodennosti v pravé poledne vržený stín koule na rovinu vodorovnou roven a) povrchu té koule, b) polovici tohoto povrchu?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 29.

Sestrojiti jest úhel φ vyhovující rovnici

$$a \cos \varphi + b \sin \varphi = c.$$

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 30.

V přímce $P \equiv 2x + 3y - 18 = 0$

ustanoviti jest bod mající od bodů

$$a(13, 6), \quad b(2, 9)$$

a) nejmenší rozdíl vzdáleností, b) největší součet vzdáleností.

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 31.

Kterou křivku značí v pravoúhlé soustavě rovnice

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = \sqrt{a} \quad ?$$

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 32.

V které vzájemnosti jsou křivky dané rovnicemi

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{y-9} = \sqrt{x+y-1}$$
$$\sqrt{x-4} + \sqrt{y-9} = \sqrt{x+y-25} \, ?$$

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 33.

O rovnoramenný trojúhelník opsána parabola, jejíž vrchol jest v temeni trojúhelníka. Plocha omezená parabolou a rameny trojúhelníka rovná se obsahem čtverci vepsanému v trojúhelník rovnoramenný a spočívajícímu na jeho pů̊dici. Které jsou úhly trojúhelníka?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 34.

Na ose paraboly dány body a, b; ustanoviti jest na parabole bod m, aby paprsek $\overline{am}$ v bodě m od paraboly odražený procházel bodem b.

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 35.

Která jest číselná výstřednost ellipsy, má-li se strana čtverce vepsaného ku straně čtverce opsaného jako $2:3$?

Učitel *Fr. Jirsák* v Dobřenicích.

Úloha 36.

V kterém poměru k ploše ellipsy

$$x^2 + 9y^2 = 18y$$

jest plocha kruhu určeného průsečíky této ellipsy s konfokálnou rovnoosou hyperbolou?

Jan Schüller, posl. filosof. v Praze.

Úloha 37.

Jak velká jest část kruhu

$$x^2 + y^2 - 2y\sqrt{3} - 9 = 0$$

obsažená vně ellipsy

$$4x^2 + 9y^2 = 144?$$

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 38.

Jak velká jest část ellipsy

$$9x^2 + 16y^2 = 144$$

obsažená vně kruhu

$$x^2 + y^2 - 15y + 8\frac{1}{4} = 0?$$

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 39.

K hyperbole rovnoosé dané rovnicí $xy = k^2$ *sestrojena v bodě* n *normála* N *protínající křivku v dalším bodě* n_1; *v tomto zřízena normála* N_1 *stanovící nový průsečík* n_2 *atd. Které jsou souřadnice těchto průsečíků?*

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Úloha 40.

Za podmínek úlohy předešlé sestrojena jest k hyperbole v bodě n *kružnice křivosti, protínající hyperbolu v bodě* m. *Dokažte, že body* m, n_1 *jsou sdruženy souměrně dle středu hyperboly.*

Řed. *A. Strnad* v Kutné Hoře.

Vypsání cen za řešení úloh.

Výbor Jednoty českých mathematiků usnesl se, aby za správná řešení úloh v „*Příloze*" uveřejněných uděleny byly studujícím středních škol ceny tyto:

1. Ceny první:

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. X.
Strouhal: Ocel a její vlastnosti galvanické a magnetické.
Studnička: O kvaternionech.
Vaněček: Křivé čáry rovinné i prostorové.

2. Ceny druhé:

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. X.
Bellavitis-Zahradník: Methoda equipollencí.

Studnička: Algebra.
Šafaříková: William Herschel a jeho sestra Karolina.

3. Ceny třetí:

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. X.
Čubr: O měření země.
Jarolímek: Deskriptivní geometrie, I.—III. díl.
Studnička: Základové nauky o číslech.

Ceny *první* obdrží ti, kteří správně rozřeší *úlohy 1.—40.*; z ostatních řešitelů týchž úloh obdrží dle počtu a dokonalosti řešení 10 řešitelů ceny *druhé* a dalších 20 řešitelů ceny *třetí.*

Řešení prvních 20ti úloh buďtež zaslána do *20. února* 1904, ostatních 20ti úloh do *konce března* téhož roku.

Připomenutí. Pp. řešitelé se žádají, aby zasílali řešení úloh psaná na čtvrtkách obyčejného formátu a každou čtvrtku, *obsahující pouze řesení jediné úlohy*, aby opatřili svým podpisem.