

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Karel Zahradník

Geometrický význam koeficientů rovnice kuželosečky opsané danému trojúhelníku

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 39 (1910), No. 1, 36--37

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123363>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1910

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

C' . Podobně obdržíme $b_c | c_b = A'$, $c_a | a_c = B'$. Body A' , B' , C' leží na jedné přímce p' .

Důkaz: Rovnoběžky body A , B , C ke stranám trojúhelníka tvoří dvě křivky třetího stupně $C_3 \equiv a_b b_c c_a$, $C'_3 \equiv a_c b_a c_b$. Z devíti průseků křivek C_3 a C'_3 leží šest na kuželosečce rozpadající se ve přímku p a přímku úběžnou, tudíž leží ostatní tři průseky A' , B' , C' též na přímce.

Geometrický význam koeficientů rovnice kuželosečky opsané danému trojúhelníku.

Dr. K. Zahradník.

Vezmeme-li daný trojúhelník za trojúhelník souřadnic, je rovnice kuželosečky trojúhelníku opsané

$$a_1 x_2 x_3 + a_2 x_3 x_1 + a_3 x_1 x_2 = 0.$$

Rovnice tečny vrcholu $U_1 \equiv x_2 | x_3$ je

$$\frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 0;$$

podobně jsou rovnice tečen vrcholů U_2 , U_3

$$\frac{x_3}{a_3} + \frac{x_1}{a_1} = 0, \quad \frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} = 0.$$

Průseky tečen vrcholu U_n s protilehlými stranami trojúhelníka souřadnic $U_1 U_2 U_3$ leží na přímce

$$p \equiv \frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 0,$$

z kteréžto rovnice je patrné, že koeficienty a_n jsou reciproké hodnoty souřadnic přímky p , kteráž jest Pascalovou přímkou šestiúhelníka Pascalova, redukovaného na trojúhelník $U_1 U_2 U_3$.

Píšeme-li

$$a_1 = \frac{1}{A_{23}}, \quad a_2 = \frac{1}{A_{13}}, \quad a_3 = \frac{1}{A_{12}},$$

je rovnice té kuželosečky

$$\frac{x_2 x_3}{A_{23}} + \frac{x_1 x_3}{A_{13}} + \frac{x_1 x_2}{A_{12}} = 0$$

a rovnice její v souřadnicích přímkových zní:

$$\frac{u_1^2}{A_{23}^2} + \frac{u_2^2}{A_{13}^2} + \frac{u_3^2}{A_{12}^2} - 2 \frac{u_1 u_2}{A_{13} A_{23}} - 2 \frac{u_2 u_3}{A_{12} A_{13}} - 2 \frac{u_1 u_3}{A_{12} A_{23}} = 0.$$

Označíme-li průsek tečny vrcholu U_n s protilehlou stranou písmenem B_n , bude

$$B_1 \equiv \frac{u_2}{A_{13}} - \frac{u_3}{A_{12}} = 0$$

$$B_2 \equiv \frac{u_3}{A_{12}} - \frac{u_2}{A_{23}} = 0$$

$$B_3 \equiv \frac{u_1}{A_{23}} - \frac{u_2}{A_{13}} = 0.$$

Jelikož je $B_1 + B_2 + B_3 \equiv 0$, plyne, že ty body leží na jedné a téže přímce p , jejíž souřadnice jsou $A_{23} \mid A_{13} \mid A_{12}$, jak jsme dříve v souřadnicích bodových našli.

Obdobným výpočtem, aneb na základě duality najdeme, že v rovnici kuželosečky

$$\frac{u_2 u_3}{A_{23}} + \frac{u_3 u_1}{A_{13}} + \frac{u_1 u_2}{A_{12}} = 0$$

jsou A_{23} , A_{13} , A_{12} souřadnice bodu P , v němž se spojnice vrcholů U_n s body dotyku protilehlých stran protínají. Bod P je bod Brianchonův šestistranu Brianchonova, redukovaného na trojstran $x_1 x_2 x_3$. Jakož můžeme kuželosečku opsanou do trojúhelníku $U_1 U_2 U_3$, jemuž jako Pascalově šestiúhelníku $U_1 U_1 U_2 U_2 U_3 U_3$ přísluší přímka p jako Pascalova přímka, snadně sestrojiti, tak můžeme i rovnici takové kuželosečky ihned napsati, známe-li souřadnice $A_{23} \mid A_{13} \mid A_{12}$ té přímky.

Podobně to platí pro kuželosečku vepsanou danému trojúhelníku při daném bodu B jako bodu Brianchonovu.