C'. Podobně obdržíme $b_c \mid c_b \equiv A'$, $c_a \mid a_c \equiv B'$. Body A', B', C' leží na jedné přímce p'.

Důkaz: Rovnoběžky body A, B, C ke stranám trojúhelníka tvoří dvě křivky třetího stupně $C_3 \equiv a_b b_c c_a$, $C'_3 \equiv a_c b_a c_b$. Z devíti průseků křivek C_3 a C'_3 leží šest na kuželosečce rozpadající se ve přímku p a přímku úběžnou, tudíž leží ostatní tři průseky A', B', C' též na přímce.

Geometrický význam koefficientů rovnice kuželosečky opsané danému trojúhelníku.

Dr. K. Zahradník.

Vezmeme-li daný trojúhelník za trojúhelník souřadnic, je rovnice kuželosečky trojúhelníku opsané

$$a_1 x_2 x_3 + a_2 x_3 x_1 + a_3 x_1 x_2 = 0.$$

Rovnice tečny vrcholu $U_1 \equiv x_2 \mid x_3$ je

$$\frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 0;$$

podobně jsou rovnice tečen vrcholů U_2, U_3

$$\frac{x_3}{a_3} + \frac{x_1}{a_1} = 0, \quad \frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} = 0.$$

Průseky tečen vrcholu U_n s protilehlými stranami trojúhelníka souřadnic $U_1 U_2 U_3$ leží na přímce

$$p \equiv \frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 0,$$

z kteréžto rovnice je patrno, že koefficienty a_n jsou reciproké hodnoty souřadnic přímky p, kteráž jest Pascalovou přímkou šestiúhelníka Pascalova, redukovaného na trojúhelník $U_1 U_2 U_3$.

Píšeme-li

$$a_1 = \frac{1}{A_{23}}, \quad a_2 = \frac{1}{A_{13}}, \quad a_3 = \frac{1}{A_{12}},$$

je rovnice té kuželosečky

$$\frac{x_2\, x_3}{A_{23}} + \frac{x_1\, x_3}{A_{13}} + \frac{x_1\, x_2}{A_{12}} = 0$$

a rovnice její v souřadnicích přímkových zní:

$$\frac{u_1^2}{A_{23}^2}+\frac{u_2^2}{A_{13}^2}+\frac{u_3^2}{A_{12}^2}-2\frac{u_1u_2}{A_{13}A_{23}}-2\frac{u_2u_3}{A_{12}A_{13}}$$
$$-2\frac{u_1u_3}{A_{12}A_{23}}=0.$$

Označíme-li průsek tečny vrcholu U_n s protilehlou stranou písmenem B_n, bude

$$B_1\equiv\frac{u_2}{A_{13}}-\frac{u_3}{A_{12}}=0$$

$$B_2\equiv\frac{u_3}{A_{12}}-\frac{u_2}{A_{23}}=0$$

$$B_2\equiv\frac{u_1}{A_{23}}-\frac{u_2}{A_{13}}=0.$$

Jelikož je $B_1+B_2+B_3\equiv 0$, plyne, že ty body leží na jedné a téže přímce p, jejíž souřadnice jsou $A_{23} \mid A_{13} \mid A_{12}$, jak jsme dříve v souřadnicích bodových našli.

Obdobným výpočtem, aneb na základě duality najdeme, že v rovnici kuželosečky

$$\frac{u_2u_3}{A_{23}}+\frac{u_3u_1}{A_{13}}+\frac{u_1u_2}{A_{12}}=0$$

jsou A_{23}, A_{13}, A_{12} souřadnice bodu P, v němž se spojnice vrcholů U_n s body dotyku protilehlých stran protínají. Bod P je bod Brianchonův šestistranu Brianchonova, redukovaného na trojstran $x_1x_2x_3$. Jakož můžeme kuželosečku opsanou do trojúhelníku $U_1U_2U_3$, jemuž jako Pascalově šestiúhelníku $U_1U_1U_2U_2U_3U_3$ přísluší přímka p jako Pascalova přímka, snadně sestrojiti, tak můžeme i rovnici takové kuželosečky ihned napsati, známe-li souřadnice $A_{23} \mid A_{13} \mid A_{12}$ té přímky.

Podobně to platí pro kuželosečku vepsanou danému trojúhelníku při daném bodu B jako bodu Brianchonovu.