

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 1, 41--48

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123497>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1887

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Úloha 7.

Vrcholy trojúhelníka leží v průsecích stran a , b a c druhého trojúhelníka s příčkami úhly tohoto půlícími. Jak se má plocha p prvního trojúhelníka ku ploše P druhého?

Prof. Vavřinec Jellinek.

Úloha 8.

Tři kružnice o poloměrech r_1 , r_2 a r_3 se sebe dotýkají zevně. Jak velká jest plocha p trojúhelníka, jehož vrcholy leží v dotyčných bodech těchto kružnic?

Týž.

Úloha 9.

Jak velkou plochu p zaujímá trojúhelník, jehož vrcholy jsou dány patami výšek trojúhelníka o ploše P a úhlech α , β tedy i γ ?

Týž.

Úloha 10.

Vrcholy B a C trojúhelníka ABC jsou pevné a třetí pohybuje se v kružnici tomuto trojúhelníku opsané. Má se dokázat, že dva vrcholy a střed vepsaného čtverce, jehož strana na BC spočívá, vytvářejí ellipsy.

Prof. V. Jeřábek.

Úloha 11.

Normály ellipsy v krajních bodech (x_1, y_1) , (x_2, y_2) dvou průměrů sdružených protínají se v bodu (x, y) ; má se naléztí geom. místo bodu tohoto.

Týž.

Úloha 12.

Má se naléztí geom. místo bodu P, ve kterém kolmé normály MP a NP ellipsy se protínají.

Týž.

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Pátá výroční zpráva c. k. vyšší realné školy v Brně.

O některých vlastnostech dvou a tří soustav homografických a užití jich při řešení úloh geometrických. Podává prof. Václav Jeřábek. (33 stran).

Počínáme hlídku matematických pojednání obsažených v českých programech škol středních za minulý rok školní stručným referátem o práci, která by obsahem svým obšírnějšího rozboru zasluhovala. Spisovatel, chvalně známý pěstitel geometrie, pojednal způsobem ryze synthetickým ve dvou odděleních o některých vlastnostech homografických soustav obsažených v téže rovině, opíraje se o práce *Tarryovy* a *Petersenovy*.

V části *prvé* uvažovány jsou dvě *soumísné soustavy homografické* a vyšetřeny duálně jich samodružné body a přímky; tyto tvoří obecně trojúhelník, jehož vrcholy jsou body samodružnými obou soustav. Stane-li se jedna strana tohoto trojúhelníka úběžnou, nastane zvláštní případ homografie, totiž příbuznost; tato zahrnuje v sobě podobnost, při které dva samodružné body jsou v nekonečně vzdálených pomyslných bodech kruhových. Z obecných vlastností soustav homografických vyvozeny jsou zvláštní vlastnosti útvarů příbuzných a podobných. Úvah těchto užito pak ku řešení úloh neb k důkazu vět, z nichž jen některé ukázkou uvádíme:

Má se sestrojiti trojúhelník danému podobný tak, aby jeden jeho vrchol nalezal se v daném bodu a druhé dva na dvou kružnicích daných.

Do daného rovnoběžníka vepsati kosočtverec o daném obsahu.

Má se vepsati do trojúhelníka abc trojúhelník $a_1b_1c_1$, jehož dvě strany mají určité směry a třetí danou délku.

Spojme-li vrcholy trojúhelníka abc s dvěma libovolnými body a protínají-li přímky takto obdržené kružnicí o trojúhelník abc opsanou v bodech a' , b' , c' , a'' , b'' , c'' , tvoří přímky $a'a''$, $b'b''$, $c'c''$ trojúhelník mnp homologický s abc .

Část druhá jedná o vlastnostech *tří soustav homografických*. V soustavách takových prochází každou trojinou bodů sdružených nekonečně mnoho trojin přímek sdružených; každá z trojin těch tvoří trojúhelník, jehož vrcholy leží na třech tak nazvaných příslušných kuželosečkách. Každé tři příslušné kuželosečky mají společné tři body, jichž geometrickým místem jest křivka třetího stupně procházející devíti samodružnými body tří daných soustav. K duálním výsledkům vede vyšetření tak zvaných přidružených kuželoseček. Jsou-li dané tři soustavy příbuzné, leží 6 samodružných bodů v nekonečnu a 3 v konečnu; jest pak nekonečně mnoho svazků, z nich každý obsahuje tři přímky sdružené, a geom. místem jich středů jest kuželosečka jdoucí oněmi třemi body samodružnými. Přímky obsahující po třech sdružených bodech obalují křivku třídy třetí s dvojnásobnou úběžnou tečnou.

Tři soustavy podobné mají imaginární kruhové body v konečnu společnými body samodružnými a další tři jsou v konečnu; kuželosečky dříve jmenované přecházejí v kružnice. Ze speciální polohy takových tří soustav vyplývají vlastnosti bodů a kružnic *Brocardových* a *Lemoineových*. Konečně rozřešeny na základě vlastností tří podobných soustav některé velmi zajímavé úlohy, ku př.:

Do trojúhelníka abc vepsati trojúhelník $a'b'c'$, který jest shodný s daným trojúhelníkem $a_0 b_0 c_0$.

Do čtyřúhelníka vepsati čtverec.

Má se sestrojiti trojúhelník shodný s trojúhelníkem daným tak, aby každá ze tří stran jeho procházela bodem daným.

Tot stručný přehled bohatého obsahu, který ve vědecky cenném článku prof. Jeřábka důkladně jest zpracován, a k jehož znázornění platně přispívá tabulka 22 pěkných obrazců obsahující.

Věta první odstavce 6. (str. 4.) měla za příčinou úplnosti vyslovena býti zcela obdobně s větou 7., totiž: „... kuželosečka, která jest výtvořem dvou *sdrúžených a tedy i projektivních svazků paprskových*.“ Též věta o význačné vlastnosti dvou příbuzných soustav vyslovena na str. 6. poněkud neúplně; poměr není stálým pro dvě sdrúžené úsečky obou soustav vůbec, nýbrž jen pro sdrúžené úsečky dvou sdrúžených paprsků. — Odporujeme výborné toto pojednání zvláštní pozornosti těch čtenářů, kteří se zajímají o synthetické, na moderních základech spočívající řešení úloh planimetrických.

Prof. A. Strnad.

B. Recenze knih.

The electrical and magnetic properties of the iron-carburets. By *Carl Barus and Vincent Strouhal*. (Bulletin of the United States Geological Survey. Nr. 14.) Washington, 1885.

Přítomný spis podává výsledky společných studií, kterými se delší řadu let zanášeli *český a americký* učenec. První z nich, byv před několika lety jmenován fysikem při ústavu pro geologický výzkum Sp. St., zachován jest vlasti své povoláním za profesora exp. fysiky při naší universitě; druhý tuším dosud zastává místo chemika při zmíněném ústavě. Zpozorovavše, jak dobře se elektrické vlastnosti různých druhů ocele a litiny hodí ku klasifikaci těchto látek, vypracovali obsáhlý plán ku všestrannému studiu těchto vlastností, které byvši již ve Würzburgu u prof. Kohlrausche započato, za souhlasu ředitele O. Kinga v laboratoři zmíněného ústavu geologického dokončeno bylo.

Svou specialností vymýká se přítomná práce, co výsledek veliké pile na pečlivě provedených pokusech založená, podrobnějšímu rozboru; upozorňující na ni nejen fysiky v užším slova smyslu nýbrž zejména též technické kruhy naše, obmezujeme se na uvedení obsahu jednotlivých kapitol.

Kap. I. Vztah mezi elektrickou vodivostí a teplotou ocele v různých stavech tvrdosti, kůjného železa a litiny.

Kap. II. Podmínky, které podstatně určují účinnost kalení ocele, a měření tvrdosti její.

Kap. III. Povaha kalení ocele, studovaná se stanoviska elektrického, se zřetelem k obdobnému chování se litiny a směs stříbra.

Kap. IV. Thermoelektrický účinek magnetisace.

Kap. V. Vliv tvrdosti na maximum magnetisace, jehož tenké cylindrické tyče ocelové různých rozměrů trvale nabývají.

Kap. VI. Kalení ocele se zřetelem ku schopnosti magnetického nasycení, a k podmínkám magnetické stability této látky.

Kap. VII. Fysikalná definice ocele, založená na elektrických vlastnostech železa, postupně více a více uhlíku obsahujícího.

Kap. VIII. Stručný přehled hlavních dat.

Dodatek. O vztahu mezi thermoelektrickými vlastnostmi, specifickým odporem a tvrdostí ocele.

Vhodné diagrammy, veliký počet tabulek a podrobný abecední index zvyšují cenu objemné této monografie. A. S.

Handbuch der Zinseszins-, Renten-, Anleihen- u. Obligationen-Rechnung von V. Baerlocher. Mit fünf Tafeln von Fedor Thoman. Zürich. Druck u. Verlag v. Orell Füssli & Co. 1886.

Nejvýtečnější spisy v oboru politické arithmetiky*) vykazují literatura anglická a francouzská. Literatura německá, jakkoli i v oboru tom, zejména v době novější, chvalně se přičiňuje, přece tou měrou nepokročila. Spis svrchu psaný proto oznamujeme, že spisovatel sebral v něm vymoženosti literatury

*) Oboru mathematickému, jenž zanáš se odvozováním zákonův a formulí k vypočítávání finančních operací a pojišťovacích obchodů s obory statistiky a počtu pravděpodobnosti k tomu se vztahujícími, říkají Němci *Politische Arithmetik*; Francouzi nazývají ho *Science des actuaires*, a Angličané *Science of actuaries*. Prof. Dr. F. Studnička v tomto časopise; roč. III., str. 97., navrhol, aby chom mu říkali *Národohospodářská arithmetika*. Snad bylo by případnější, oboru mathematickému politická arithmetika nebo věda aktuarská zvanému říkat *arithmetika finanční*, poněvadž předmětem jejím jsou počty, jimž všeliké finanční operace vyššího druhu slouží za základ; jako: státní půjčky s amortisací, loterní půjčky s prémii nebo bez nich, doživotní renty atd.

anglické a francouzské, a činí je přístupnými těm, kdož nemají příležitosti opatřiti si spisy učenců, jakými jsou Sprague, Woolhouse, Fedor Thoman, Achard, Dormoy, Charlon a j. Spisovatel co do užívání mathematických symbolů ve vzorcích přidržuje se spisovatelů francouzských, především Hippolyta Charlona, proslulého svým spisem: *Théorie mathématique des opérations financières*, Paris, 1878. Každou odvozenou formuli objasňuje spisovatel příkladem ze života vzatým. Přestanu na tom, ukázati k bohatému obsahu knihy Baerlocherovy. V úvodě podává se pěkně a poučně psaná historická úvaha o rozvoji politické arithmetiky, k níž poskytnul historický materiál prof. Dr. Suter v Aarau, známý svým dílem: *Geschichte der mathematischen Wissenschaften*. Spisovatel tvrdí, že nelze na jisto postavití, kdy a od koho poprvé byl stanoven známý vzorec složitěho úrokování $M = C(1 + t)^n$. Mathematickým základem složitěho počtu úrokověho a počtu důchodověho jest geometrická řada, o níž jedná se již v arithmetických učebnicích XV. a XVI. věku, avšak v žádné z nich, ani v těch, jež vyšly v první polovici XVII. věku, o formuli složitěho úrokování zmínka se nečiní. Tabulky složitěho úroku (bezpochyby první), avšak bez vzorce, nalezájí se v sebraných spisech Nizozemce Simona Stevina, jež vydal v Lugduně r. 1634 Albert Girard. Sluší uvéstí, že tabulky tyto neudávají hodnotu kapitálu na úrok z úroku uloženého po n letech, nýbrž hotovou (přítomnou) hodnotu po n letech splatněho kapitálu. Roku 1683 vyšlo Leibnitzovo pojednání *Meditatio juridico-mathematica de interusurio simplice*. Slovem *interusurium* rozuměl se tehdy, rabat neboli diskont, jenž se srážel z kapitálu, který se platil dříve než dospěl. V tomto pojednání uvádí se poprvé formule složitěho úrokování, a sice ta, která označuje hotovou hodnotu Z po a letech splatněho kapitálu S , tedy

$$Z = S \left(\frac{v}{v+1} \right)^a,$$

kde značí v podíl z kapitálu a ročného úroku.

Pak vyšly tabulky složitěho úrokování od dvou Angličanů, Wingatesa (*Arithmetick improved*, Londýn, 1694) a Smarta (*Tables of interest*, Londýn, 1726). První německé tabulky o složitěm úroku nalezájí se ve spisu Ungerově *Beiträge zur Mathesi forensi*, Göttingen, 1743. Zde (v německém spise snad poprvé) odvozuje se přímo vzorec složitěho úroku, a sice $a(b+1)^m : b^m = x$; a značí počáteční kapitál, b podíl z kapitálu a ročného úroku, m počet roků, a x konečný kapitál. — Dále uveřejnil tabulky složitěho úroku Deparcieux, *Essai sur la probabilité de la durée de la vie humaine*, Paříž, 1746; pak přišel

Florencourt r. 1781. V době, kdy Leibnitz psal svrchu jmenované pojednání, braly práce o úmrtní statistice a důchodnictví svůj počátek, když již asi 20 let před tím velcí matematicové Fermat, Pascal, Huyghens a Jakub Bernoulli byli položili vědecké základy počtu pravděpodobnosti. Za zakladatele úmrtní statistiky lze pokládati anglického astronoma Edmunda Halleye, který podle rejstříku města Vratislavi sepsal r. 1693 první tabulky o doživotí. Během XVIII. století rychle vyvíjely se počet pravděpodobnosti, statistika lidnatosti, důchodnictví a pojišťování. Spisovatel ve své knize k této části politické arithmetiky nepřihlíží, a dává za to jaksi v náhradu literárně historický přehled, který tuto předkládáme, majíce za to, že mnohému o věc se zájímavějšímu tím se zavděčíme. Roku 1708 vyšel v Paříži od Montmorta *Essai d'analyse sur les jeux de hasard*, r. 1718 v Londýně od Abrahama Moivre'a *Doctrine of chances*, a tamtéž r. 1740 od Th. Simpsona *Treatise on the nature and laws of chance*. Těmito pracemi přispělo se podstatně k vývoji počtu pravděpodobnosti, avšak výše matematického a filosofického zpracování dostupilo učení toto epochálními spisy Laplace-ovými: *Théorie analytique des probabilités*, v Paříži, 1812, a *Essai philosophique sur les probabilités*, v Paříži, 1814. Co od té doby bylo psáno, práce Laplace'ovy valně nepředčí. Z literatury o úmrtní statistice, životním pojišťování a důchodnictví od doby Halleyovy uvádí spisovatel tyto spisy:

Süssmilch, Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, Berlin, 1740;

Th. Simpson, The doctrine of annuities and reversions, London, 1742;

L. Euler, Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain; — Sur les rentes viagères (Mémoires de l'Acad. de Berlin, 1760);

Deparcieux, Essai sur la probabilité de la durée de la vie humaine, Paris, 1746;

Florencourt, Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst, Altenburg, 1781;

J. N. Tetens, Einleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften, Leipzig, 1785;

de Morgan & Price, Observations on reversionary payments, 1783;

Duvillard, Recherches sur les rentes, Paris, 1787;

F. Baily, The doctrine of interest and annuities, analytically investigated and explained, London, 1808;

J. von Littrow, Anleitung zur Berechnung der Lebensrenten, Wien, 1829;

Th. Wittstein, Mathematische Statistik und deren Anwendung auf Nationalökonomie und Versicherungswissenschaft, Hannover, 1867;

M. Maas, Traité élémentaire des annuités viagères, 1867;

Dormoy, Théorie mathématique des assurances sur la vie, Paris, 1876;

Fleischhauer, Theorie und Praxis der Rentenrechnung, Berlin, 1875;

- S. Spitzer, Anleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften, sowie der Invalidenpensionen etc., Wien, 1881;
 G. Davies, Treatise on annuities;
 A. Hewat, On the principles and practice of life assurance;
 J. H. James, A practical treatise on life and fire assurance, annuities, and reversionary payments, 1851;
 Th. Marr, Terminable annuity tables;
 L. W. Meech, System and tables of life insurance;
 W. Morgan, The principles and doctrine of assurance;
 E. Sang, Life assurance and annuity tables;
 A. Scratchley, The law of life assurance and the valuation of reversions;
 T. B. Sprague, A treatise on life assurance accounts;
 W. Sutton, Institute of Actuaries' Text-book of the principles of interest, life annuities and assurances;
 N. Willey, A treatise on the principles and practice of life assurance.

Ještě sluší k tomu poukázati, že r. 1850 angličtí finančníci založili *Journal of the Institute of Actuaries and assurance magazine*, jímž pokroku v tomto oboru vědění valně se přispělo, ježto do něho uložili svoje práce Sprague, A. de Morgan, Farr, Gompertz, Makeham, Woolhouse, Sam. Brown, P. Gray, P. Hardy, Jellicoe, Sutton. Také Skotsko v tom směru pokračovalo: v Edinburce založila se *Actuarial Society*, a v Glasgově *Insurance and Actuarial Society*, jež vydávají své zprávy. Ve Francii založil se r. 1872 *Journal des actuaires français*, jehož nejčelnější statě psali Achard, Dormoy, Jay, de Kertanguy, Laurent, E. Maas, Charlon a j.

Z větších děl tohoto oboru vyšly novějšího času tyto spisy:

Fédor Thoman, *Theory of compound interest and annuities with logarithmic tables*, Londýn, 1859;

Hyp. Charlon, *Théorie mathématique des opérations financières*, druhé vydání, Paříž, 1878; — od téhož spisovatele: *Théorie élémentaire des opérations financières*, druhé vydání, Paříž, 1880.

Pak sluší uvéstí rozličné tabulky složitého úroku a annuit od Violeine-a (1854) a Ed. Pereire-a (1873).

U té příležitosti upozorňujeme, že seznam spisů jednajících o počtu pravděpodobnosti v minulých ročnících tohoto časopisu uveřejňoval prof. Dr. Fr. Studnička.

Baerl ocher počtná v I. kapitole svého spisu jednoduchým počtem úrokovým a přechází k počtu složitému. Pak následuje počet diskontový, a sice jednoduchý, složitý a obvyklý počet kupecký. Posléze v II. kapitole přistupuje k počtu důchodovému; spisovatel pojednává o nejdůležitějších způsobech tohoto počtu za nejrozmanitějších kombinací. V III. kapitole vykládá se počet

o půjčkách a přihlíží se při tom ke všelikým podmínkám, za jakými uzavírají se půjčky a k nimž sluší bráti zřetel při splácení. Ve IV. kapitole jedná se o počtu obligačním, tedy hlavně o úvěrních papírech, dlužních úpisech, jež v určité řadě let mají se amortisovati. Vykládají se rozličné konstrukce amortizačních plánů, loterní papíry a p. V V. kapitole vykládá se theorie annuit. Ježto nejde nám o to, uváděti jednotlivé statě uvedených tuto záhlaví a je rozbíratí, upozornujeme toliko na spis v jeho souboru, aby ti, jimž běží o studium v tomto oboru, anebo jimž při praktické potřebě bylo by třeba vhodné pomůcky, o něm věděli. Spis končí 6 tabulkami, z nichž první, vyňatá ze spisu Charlonova, obsahuje výpočty jednotlivých hodnot při počtu úroku z úroků a při počtu důchodovém. Ostatní tabulky, z nichž poslední doplnil a přeměnil Baerlocher, obsahují logaritmy počítané od Fedora Thomana, ku potřebě k předcházejícím počtům, a jsou vyňaty z jeho již jmenovaného spisu „*Theory of compound interest and annuities*“, jež r. 1878 v Paříži vydal francouzsky abbé Bouchard, a k němuž napsal slovnitý francouzský matematik J. Bertrand předmluvu; v ní mezi jiným praví se: „Thoman psal pro lidi praktické. Nikdo, jako on, neznal tak jejich potřeby a nedovedl tak vyhovovati jejich názorům. Jestliže někteří z nich, jimž algebra poněkud se vykouřila z hlavy, našli by z počátku některé těžkosti co do užívání mluvy, mohou býti jisti, že brzy je překonají, věnují-li jen trochu vytrvalosti, a že k pracím svým najdou pomůcku jak spolehlivou, tak i rozumnou a jednoduchou.“

Tato slova Bertrandova lze vztahovati též ke knize Baerlocherově, která zasluhuje všechnu chválu co do přesnosti výkladův i co do celé úpravy.

Francouzský jeden spisovatel, jenž vyniká jako politický ekonom, chválí ve svém referátu knihu Baerlocherovu a končí jej těmito slovy: *Il me semble, soit dit en passant, qu'on s'occupe beaucoup trop de ceux qui connaissent ces formules, et pas assez de ceux pour lesquels elles ne sont pas que du chinois: aux uns on donne le superflu et les autres on les laisse dans l'embarras.* Rozumí se, že pro ty, jimž jsou mathematické vzorce čínským symbolem, neplatí přítomné mé řádky, ale pro ty nehodí se také spis Baerlocherův.

Karel Petr Kheil.

Řešení úlohy 27. z roč. XV. zaslal též p. Josef Kábrle, stud. VII. tř. r. v Hradci Králové a p. Adolf Plýva, stud. VII. tř. g. městského r. g. na Malé Straně v Praze.

