Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Antonín Sýkora

Nový důkaz věty Pythagorovy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 5, 568--569

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123515

v bodě a_4 tak, že $vv_1 = v_1 a_4$. Mocnost bodu v ke kružnici K jest

$$M = e^2 - r^2 = -\overline{va_1} \,.\, \overline{va_4}.$$

Jest však

$$\overline{va_1} = 2 \,.\, \overline{kk_1} = 2r \cos \alpha_1,$$

$$\overline{va_4} = 2a_3 \cos \alpha_2 \,.\, \operatorname{ctg} \alpha_3 = 4r \cos \alpha_2 \cos \alpha_3,$$

pročež

$$e^2 - r^2 = -8r^2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3$$

čili

$$e^2 = r^2 (1 - 8 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3).$$

Jelikož o úhlech trojúhelníka platnou jest relace

$$\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3 = 2 (1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3),$$

lze vzorci poslednímu dáti tvar

$$e^2 = r^2 [9 - 4 (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_3)],$$

totožný se vzorcem (8).

Hledíce k úměře

$$\frac{a_1}{\sin \alpha_1} = \frac{a_2}{\sin \alpha_2} = \frac{a_3}{\sin \alpha_3} = 2r$$

přijdeme pak ku vzorci (7).

Nový důkaz věty Pythagorovy.

Napsal

Antonín Sýkora,
professor v Rakovníku.

Budiž dán pravoúhlý trojúhelník T o stranách a, b, c. Odvěsnu a prodlužme za vrchol ostrého úhlu o délku druhé odvěsny b, nad součtem $(a + b)$ sestrojme čtverec a přenesouce na jeho strany od vrcholů v témž smyslu délku a, spojme dělící body; tím vznikne čtverec C na přeponě c.

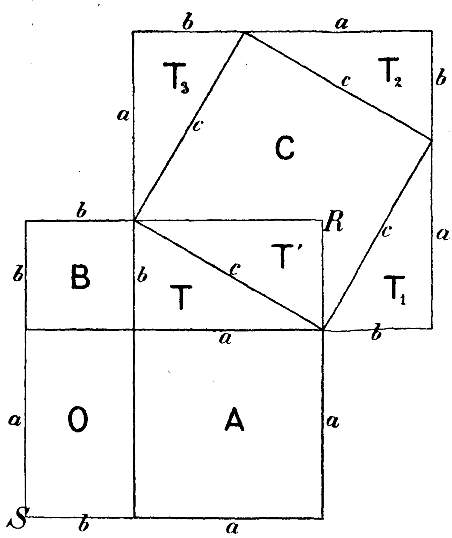
Týž rovná se patrně

$$(a + b)^2 - (T + T_1 + T_2 + T_3),$$

kdež T_1, T_2, T_3 trojúhelníky shodné s trojúhelníkem T znamenají (mající s ním stejné odvěsny a, b). Jest tedy

$$\text{(1)} \qquad C = (a + b)^2 - 4T.$$

Sestrojme dále čtverce A, B na odvěsnách a, b; prodloužíce strany jejich až se protnou v bodech R, S, nabudeme opět



čtverce o straně $(a + b)$. Tento čtverec (RS) skládá se mimo čtverce A, B ještě ze dvou obdélníků $O = T + T'$, z nichž každý rovná se $2T$; jest tedy

$$\text{(2)} \qquad A + B = (a + b)^2 - 4T.$$

Src vespolek rovnice (1) a (2), nabudeme

$$A + B = C$$

čili

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Upozorniti jest ještě, že tento důkaz předvádí zároveň názorně rozdíl mezi součtem čtverců $a^2 + b^2$ čili c^2 a čtvercem součtu $(a + b)^2$.