Kterak lze snadno čtverce čísel dekadických z paměti stanoviti.

Podává

Karel Mollenda,
professor v Pelhřimově.

Chci laskavému čtenáři blíže označiti způsob, jímž lze snadno čtverec čísel dekadických z paměti rychle a přesně stanoviti, způsob umocňování dvěma, zakládající se na některých méně povšimnutých vlastnostech čtverců čísel dekadických.

1. Pozorujme přede vším čtverce čísel od 1 do 24 a zpět od 49 do 26 v následující tabulce:

$1^2 = 1$	$49^2 = 2401$
$2^2 = 4$	$48^2 = 2304$
$3^2 = 9$	$47^2 = 2209$
$4^2 = 16$	$46^2 = 21\underline{16}$
$5^2 = 25$	$45^2 = 20\underline{25}$
$6^2 = 36$	$44^2 = 19\underline{36}$
$7^2 = 49$	$43^2 = 18\underline{49}$
$8^2 = 64$	$42^2 = 17\underline{64}$
$9^2 = 81$	$41^2 = 16\underline{81}$
$10^2 = 1\underline{00}$	$40^2 = 16\underline{00}$
$11^2 = 1\underline{21}$	$39^2 = 15\underline{21}$
$12^2 = 1\underline{44}$	$38^2 = 14\underline{44}$
$13^2 = 1\underline{69}$	$37^2 = 13\underline{69}$
$14^2 = 1\underline{96}$	$36^2 = 12\underline{96}$
$15^2 = 2\underline{25}$	$35^2 = 12\underline{25}$
$16^2 = 2\underline{56}$	$34^2 = 11\underline{56}$

$17^2 = 289$	$33^3 = 1089$
$18^2 = 324$	$32^2 = 1024$
$19^2 = 361$	$31^2 = 961$
$20^2 = 400$	$30^2 = 900$
$21^2 = 441$	$29^2 = 841$
$22^2 = 484$	$28^2 = 784$
$23^2 = 529$	$27^2 = 729$
$24^2 = 576$	$26^2 = 676$

$$25^2 = 625.$$

Poznáváme na první pohled zvláštní shodu čtverců těchto v jedničkách řádu nullového a v jedničkách řádu prvého.

Ku př. $21^2 = 441$ a $29^2 = 841$.

Číslu 21 chybí do 25 čtyři jedničky, kdežto číslo 29 o tyto 4 jedničky více má než 25. Známe-li tedy čtverec čísla 21, potřebujeme jej jenom o 4×100 zvětšiti, abychom dostali čtverec čísla 29.

Aneb $24^2 = 576$ $26^2 = 676$.

Číslu 24 chybí do 25 jedna jednička, o kterou číslo 26 více než 25 má; třeba tedy k čtverci čísla 24 přičísti 1×100, a obdržíme čtverec čísla 26.

Podobně $15^2 = 225$ a $35^2 = 1225$.

Nazveme-li čísla	1	a	49	
	2	„	48	
	3	„	47	atd.

čísly symmetrickými vzhledem k číslu 25, můžeme pro umocňování dvěma čísel od 1 do 50 toto praktické pravidlo stanoviti:

Čtverec čísla dekadického, ležícího mezi čísly 25 a 50, obdržíme, když čtverec jeho čísla symmetrického o tolik set zvětšíme, kolik jedniček přes 25 má číslo dané.

Abychom tedy mohli ihned udati z paměti čtverec čísel od 25 do 50, potřebujeme jen znáti čtverec čísel od 1 do 25. Čtverec čísel 1—10 musí znáti každý tercian, třeba tedy pouze učiti se z paměti čtverec čísel 11—24, což věru mnoho práce nevyžaduje.

Ku př. šlo by o čtverec čísla 37. Číslo toto jest o 12 větší než 25, jeho číslo symmetrické jest proto 13 a jelikož $13^2 = 169$, bude proto $37^2 = 1369$, totiž

$$169 + 1200 = 1369.$$

Umocňujíce na př. číslo 38 dvěma, vyhledáme číslo symmetrické, zde 12, a k čtverci jeho připočteme 13×100, tedy

$$38^2 = 144 + 1300 = 1444.$$

Uvážíme-li, že souměrné číslo 12 doplňuje číslo dané na 50, a že 13 jest rozdíl z daného čísla a čísla 25, můžeme hořejší pravidlo i takto vysloviti: Abychom stanovili čtverec čísla nějakého ležícího mezi 25 a 50, násobme rozdíl z daného čísla a čísla 25 stem, a k součinu přičtěme čtverec čísla, které dané číslo na 50 doplňuje.

Šlo by na př. o 41^2.

$$\begin{array}{rl} 41 - 25 = 16 & \qquad 41 + 9 = 50 \\ \hline 16 \times 100 = 1600 & \\ 9^2 = 81 & \\ \hline 41^2 = 1681. & \end{array}$$

Samo sebou se rozumí, že všecky výpočty tyto snadno a rychle z paměti se dějí.

2. Dejme tomu nyní, že bychom měli úlohu opačnou, totiž že máme z daného úplného čtverce kořen nalézti, tedy lze i to z paměti učiniti, jak následující příklady ukáží.

$\sqrt{1681}$. Kořen leží patrně mezi 40 a 50; číslo 81 ukazuje na 9, proto $\sqrt{1681} = 50 - 9 = 41$.

$\sqrt{2116}$. Kořen leží opětně mezi 40 a 50; číslo 16 ukazuje na 4, proto $\sqrt{2116} = 50 - 4 = 46$.

Druhá odmocnina z úplného čtverce čísla dvojciferného, ležícího mezi 1—50 (což se snadno pozná na prvé třídě daného čtverce), stanoví se z paměti takto: Vymez především desítky hledaného kořene, od horní meze odečti číslo poslední třídě odpovídající, a rozdíl dá hledaný kořen.

Na př. $\sqrt{144}$? leží mezi 10 a 20; poslední třída (44) ukazuje na 8, proto

$$\sqrt{144} = 20 - 8 = 12,$$

což ovšem každý ví z paměti.

$\sqrt{441}$ leží mezi 20 a 30, 41 ukazuje na 9, proto

$$\sqrt{441} = 30 - 9 = 21.$$

$\sqrt{1521}$. Kořen leží mezi 30 a 40; poslední třída 21 ukazuje na 9 a na 1, bude proto kořen buď $40 - 9 = 31$ aneb $40 - 1 = 39$. Ale 31^2 dává číslo trojciferné, proto musí býti $\sqrt{1521} = 39$.

3. Postupme nyní v umocňování dvouciferných čísel přes 50 až do 99.

I zde snadno se přesvědčíme, že čtverce čísel od 51 do 99 v jednotkách a desítkách úplně se shodují se čtverci od 49 do 1. Každé číslo přes 50 má tedy své symmetrické číslo vzhledem ku 50, a toto jest doplňkem čísla daného na 100.

Na př.

$$79^2 = 6241 \qquad \begin{array}{r} 79 - 50 = 29 \\ \hline 29 \times 200 = 5800 \\ 21^2 = 441 \\ \hline 79^2 = 6141, \end{array} \qquad 79 + 21 = 100$$

aneb

$$93^2 = 8649 \qquad \begin{array}{r} 93 - 50 = 43 \\ \hline 43 \times 200 = 8600 \\ 7^2 = 49 \\ \hline 93^2 = 8649. \end{array} \qquad 93 + 7 = 100$$

Z toho plyne pravidlo pro umocnění dvěma dvojciferných čísel dekadických, která jsou větší než 50: Od daného čísla odečti 50, násob zbytek 200 a k součinu přičti čtverec čísla, které dané číslo doplňuje na 100. Všecky výkony tyto lze snadno a rychle z paměti provésti.

4. Mějme nyní zase opačnou úlohu, z daného čtverce čísla většího než 50 (což se zase hned na první třídě pozná) z paměti kořen nalézti:

Známo, že $89^2 = 7921$, proto bude $\sqrt{7921} = 89$, což se dalo snadno takto stanoviti: prvá třída 79 ukazuje, že hledaný kořen leží mezi 80 a 90. Třída poslední 21 ukazuje na 9, proto

$$\sqrt{7921} = 80 + 9.$$

Leží-li kořen mezi čísly 85 až 100, stanovíme jej pohodlněji, když od horní meze odečteme číslo poslední třídě příslušící:

Na př. $93^2 = 8649$, tedy v odmocnině $\sqrt{8649}$ ukazuje skupina 86, že leží kořen mezi 90 a 100, 49 ukazuje na 7, proto

$$\sqrt{8649} = 100 - 7 = 93.$$

Podobným způsobem lze ukázati, že možno i čísla trojciferná snadno z paměti dvěma umocňovati, avšak úvaha o tom vymyká se z rámce obyčejné potřeby.

O některých fysikálních strojích.

Sděluje

Dr. Fr. Houdek,
prof. fysiky na maloatr. střední škole v Praze.

(Dokončení.)

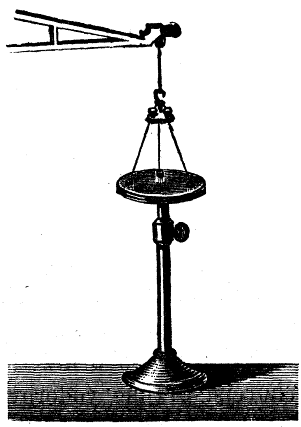
16. Přilnavé desky k pokusům o adhesi a kohesi.

Dáme-li na sebe dvě přilnavé desky skleněné neb kovové s jejich rovnými plochami, od prachu pečlivě očistěnými, nejlépe tak, že jednu se strany na druhou s jemným tlakem vsuneme: budou po nějaký čas na sobě držeti a to dosti pevně, že dolejší visí, když hořejší držíme vodorovně. Úkaz ten, který dlouhou dobu vysvětlován byl přilnavostí čili adhesí, nezakládá se na adhesi, nýbrž na tlaku vzduchu; o tom se můžeme snadno přesvědčiti, dáme-li desky pod poklop vývěvy; v prostoru vzduchoprázdném desky ihned se oddělí.

Skutečná přilnavost se objeví, dáme-li mezi obě desky zcela malé množství měkké hmoty, n. p. něco loje, a rovnoměrně ji třením desek o sebe rozdělíme; tenká vrstva těsně přilne k oběma deskám a tak je pevně pohromadě drží, že desky trvale na sobě lnou. Proto skleněné desky třeba obezřele odděliti, nemají-li se poškoditi; nejlépe jest jednu pomalu na stranu sešoupnouti.

Dáme-li mezi skleněné desky kapku vody, drží u sebe také dosti pevně. Přilnavost tuto můžeme tímto přístrojem a citlivými vahami určiti, přidávajíce závaží, bez obavy, že se desky rozbíjí, což by snadno se státi mohlo pouhým zavěšováním závaží přímo na desky.

Výhodno jest, možno-li vahadlo vyzdvihnouti nebo snížiti. Jednu desku přilnavou zavěsíme pak na konec vahadla a vyvážíme ji přidáváním závaží na misku. Desku dolejší lze držátkem ve stojánku pošinovati. Závěs desky hořejší má tři jemné šroubky, aby bylo lze obě desky co možná rovnoběžně postaviti. Nyní se vahadlo tak dalece sníží nebo dolejší deska tak vyzdvihne, aby se obě desky dotýkaly. Závaží, jež přidati třeba, než se desky odtrhnou, jest měrou přilnavosti. Závaží nutno přidávati pozorně a beze všeho nárazu.

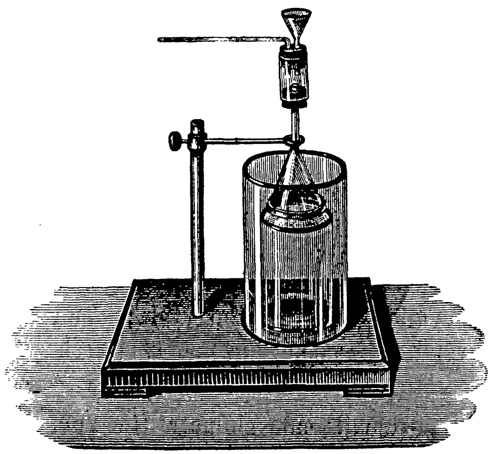


Obr. 16.

Ponoříme-li skleněnou trubici do čisté rtuti, a vytáhneme-li ji opět, nezůstane na ní nic viseti. Ze známějších hmot jen kovy (vyjímaje železo) bývají rtutí smáčeny a sice jen tehdy, mají-li čistý povrch. Přístrojem tímto lze snadno ukázati, že objeví se přilnavost i tehdy, nesmáčí-li se desky. Dáme-li pod vyváženou desku sklenici se rtutí tak, aby se deska rtuti právě dotýkala, přilne skleněná deska ke rtuti takovou silou, že nutno do misky několik grammů dáti, chceme-li skleněnou desku opět odtrhnouti. Děje-li se tento pokus s vodou, jest k odtrhnutí zapotřebí síly menší; zde bylo třeba přemoci soudržnost čili kohesi vody, poněvadž při odtržení kapky vody na desce skleněné zůstaly viseti.

17. Endosmometr Antolikův.

Známo jest, že některé kapaliny k sobě lnou tou měrou, že se smíchají i tenkrát, když se kapalina lehčí nalije opatrně na těžší. Naplníme-li zkoumavku z části vodou a dolijeme ji opatrně zbarveným lihem, jest rozhraní obou kapalin z počátku ostré; avšak ponenáhlu mizí, voda se barví, líh bledne a konečně splynou v jedinou kapalinu stejnorodou. Líh se s vodou *smísil.* Toto samovolné míchání kapalin směsitelných sluje *diffuse.* Tomuto míchání nezabrání se ani stěnou průlinčitou (ze sádry, slabě pá-



Obr. 17.

lené hlíny nepolévané, papíru pergamenového nebo měchýře). Obě kapaliny proniknou stěnou s rozličnou rychlostí, takže jedné kapaliny přibývá a druhé ubývá. Obyčejně prochází těžší kapalina pomaleji než lehčí; než pravidlo to neplatí všeobecně.

Úkaz ten sluje *endosmosa.*

K vyšetřování pronikajících hmot *Dutrochet* sestrojil svůj *endosmometr* (1826). Do skleněné nádobky, dole měchýřem potažené, jest zastrčena dlouhá trubice skleněná. Do nádobky nalije se nasycený roztok skalice modré; pak se nádobka ponoří do větší nádoby s vodou. Po nějaké době vystoupí kapalina v trubici, avšak i voda se zbarví, což důkazem, že i roztok modré skalice dolů přešel. Místo roztoku modré skalice možno do nádobky dáti zbarvený líh. Po trubici pro lepší označení posouvá se kroužek kaučukový. Po nějaké době spozorujeme, že se voda barví a líh v trubce vstoupá. Vody do lihu prolne více, poněvadž voda více k měchýři lne než líh.

Někdy se dává do nádobky roztok cukru (asi 20 *g* cukru rozpustí se v 20 cm^3 vody). Po několika hodinách vystoupí kapalina v trubici o několik *cm*; čím užší trubice, tím jest vstoupání rychlejší.

Velmi silná prolínavost ukáže se mezi vodou a bílkem, jemná kůžička pod tvrdým obalem ve vejci velmi dobře se k pokusu hodí. Do nádoby o obsahu asi 1 *l* dáme 40 cm^3 kyseliny solné a 200 cm^3 vody a obě kapaliny smícháme. Do směsi dáme slepičí vejce o tenké stěně. Kyselina solná rozpustí skořápku. Mícháme-li obezřele kapalinou, odstraní se tvrdá skořápka asi po půl hodině; pak odlejeme kapalinu, oplákneme průsvitavé a zcela měkké vejce a nádobu čistou vodou. Konečně dáme vejce do vody, kterou po 2 anebo 3 dnech obnovíme. První voda, v které vejce po nějakou dobu leželo, jest kyselá, kyselina solná do vejce vniklá opět z něho vyšla; voda naopak vnikne do vejce a zvětší je značně; již po 2 dnech váží vejce asi o 30 *g* více.

Weinhold pozměnil endosmometr tím způsobem, že místo měchýře dal papír pergamenový a trubici ohnul vodorovně. Do nádobky dal nasycený roztok chromanu draselnatého a sice tolik, aby kapalina vystoupila až skoro k ohybu. Nádobka musí se asi 15 minut před vlastním pokusem náležitě naplniti, poněvadž se papír pergamenový při nalévání roztoku z počátku prohne a kapalina v trubici sklesne a teprve později opět pomalu vstoupati počne. Za několik hodin vystoupí kapalina v trubici o několik *cm*; voda se již po několika minutách do žluta zabarví.

Antolík sestrojil endosmometr (1891), kterým možno velikému počtu posluchačů prolínavost ukázati již *po několika minutách.*

Otvor nálevky o průměru 12—15 *cm* ováže se dobře navlhčeným měchýřem. Nálevka postaví se na hladký stůl a naplní se sehnaným roztokem skalice modré. Na nálevku upevní se dosti široká roura, do jejíhož hořejšího víka zastrčí se jednak malá nálevka, jednak vodorovně ohnutá trubice. Do široké skleněné nádoby dáme menší sklenici a naplníme obě čistou vodou, aby voda o několik *cm* stála nad menší sklenicí. Na sklenici dáme silné síto kulaté a na to nálevku naplněnou, kterou možno ještě přitlačiti kroužkem na konci tyče, kterou lze na postranním sloupku posouvati a připevniti. Menší nálevkou se větší nálevka tak doplní, aby roztok modré skalice vystoupil až k určitému místu, které si označíme přilepením úzkého proužku papírového. Již asi po 5 minutách postoupí kapalina od místa označeného o 8—10 *cm* a čistá voda ve sklenici znatelně zmodrá. Po 15 minutách počne roztok modré skalice z trubice kapati. Drátěná síť zamezuje prohnutí měchýře dolů, proto pokus se provede rychleji tímto přístrojem nežli jinými.

Řešení úloh.

Úloha 33.

V jaké vzdálenosti působí na sebe dva hmotné body o hmotě 1 *kg*, působí-li na sebe silou, která se rovná váze 1 *kg*? (Hmota země $M = 6{\cdot}03 \times 10^{27}\, g$, poloměr země $r = 6{\cdot}37 \times 10^{8}\, cm$, urychlení $g = 981\, cm$ za 1 sekundu).

Řešení.

(Zaslal p. *Frant. Hýbl*, stud. VIII. tř. g. v Olomouci.)

Dané konstanty slouží k určení gravitační konstanty k v soustavě (*cm*, *gr*, *sek*)

$$k = \frac{gr^2}{M} = \frac{6{\cdot}03}{10^8} = \frac{1}{1{\cdot}658 \times 10^7}.$$

Obdržíme tudíž k určení vzdálenosti x rovnici