Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Josef Studnička
O původu a rozvoji počtu differencialního a integralního. [III.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 5, 272--295

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123730

po 24000 letech teprv o 1 sekundu byl menší. Během těch několika století, kdy průměr slunce pečlivěji byl měřen, nemohlo se tedy žádné zmenšení ukázati, tím méně, jelikož pozorováním se dokázalo, že průměr slunce není veličinou stálou, nýbrž veličinou, která stále v jistých mezích kolísá. K náhledu zde vyslovenému přidala se většina nynějších badatelů, mezi nimi též, jak jsme viděli, Secchi.

Seznali jsme takto nejčelnější hypothesy o slunci, a musíme se přiznati, že žádná z nich nepodává úplně zaokrouhlený a při tom proti všem námitkám obrněný výklad o různých stránkách mnohotvárných zjevů na slunci. Naopak s rostoucím počtem odpovědí, jichž se pracně domohla doba naše, v úžasné míře roste počet nových otázek; roste však také odvaha a důmysl k jich řešení, roste počet nadšených pracovníků, rostou řady vzdělaného obecenstva, jež o prostředky k dosažení velikých cílů se stará. A tak kyne nám v nejbližší budoucnosti utěšená výhlídka na nové úžasné objevy v tomto nad jiné zajímavém oboru přírodních věd!

O původu a rozvoji počtu differencialního a integralního.

Sepsal

prof. Dr. F. J. Studnička.

(Ukončení.)

III.

O Newtonovi.

Jak z dosavadního vypravování jde na jevo, vypěstoval od r. 1673 až do r. 1684 Leibnitz svůj počet differencialní tak, že první pojednání, které do veřejnosti ve sborníku „Acta Eruditorum“ podal, již zcela jasně hlásalo celou podstatu nového algorithmu tohoto vůbec jakož i výhodného užívání jeho zvlášť. A kdyby zásady, jež v našem století uvedeny v platnost hlavně klassickými životopisy Aragovými, dříve již se byly uznávaly, nikdo by nesměl býti na rozpacích, komu přináleží přednost čili priorita u věci, již nazývati sluší největším vědeckým činem století sedmnáctého v oboru mathematickém, vynalezení to nového algorithmu infinitesimalního.

Že tak se nestalo, nýbrž že na sklonku života obou těchto duševních velikánů, Leibnitze a Newtona, povstal spor čím dále tím krutější, toť patří k nejzajímavějším záhadám psychologickým, jež zároveň podávají doklad prostonárodního tvrzení, že i nejdokonalejší člověk není bez chyby. Abychom pak poznali, jak se k takovým koncům dostalo, předveďme si před veřeje své paměti též hlavní momenty ze života Newtonova*), abychom porovnávajíce vědecké zásluhy obou takto dospěli k samostatnému úsudku objektivnímu.

Newton Isák narozen byl v osadě Woolsthorpe, patřící do farnosti Colsterworthské v Lincolnshiru, ležící asi 6 mil anglických jižně od Granthamu a sice dne 25. prosince 1642 (starého stilu), tedy na konci téhož roku, na jehož počátku vypustil mohútného ducha svého pronásledovaný Galilei. Otec jeho zemřel několik měsíců před jeho narozením, takže malý Isák, který příliš záhy přišed na svět byl nadobyčejně nevyvinutým, byl již od tohoto počátku života svého sirotkem politování hodným, o němž hned pochybováno, zdali vůbec objeví se života býti schopným. Ale něžná péče matky *Harriety*, rozené *Ayscough*, zachovala nejen jiskřičku slabě plápolající, nýbrž roznítila ji záhy dosti k životu bujarému, jenž svěřen byl ke shovívavému ošetřování babičky, když po třech letech vdovských se matka opětně provdala a to za *Barnabáše Smitha*, faráře v North-Withamu, asi míli jižně od Woolsthorpe bydlícího.

S počátku chodil do školy v Skillingtonu, pak v Stoken, načež poslán jest ve stáří 12 let do Granthamu, do městské školy dále vedoucí, kdež hlavním učitelem jeho byl *Stokes*. A ani zde nejevil zvláštních vloh, ba patřil s počátku pro svou roztržitosť neb nepozornost k žákům posledním. Ale náhoda jej pojednou pošinula do řady první, v níž pak stále trval.

Při jedné hádce vrazil mu totiž žák nad ním vědomostmi a školským uznáním postavený s opovržením tak silně do žaludku, že Newton slabý dlouho cítil z toho velikou bolest a dvojí urážkou touto jsa rozhorlen si předsevzal, že musí

*) Užíváme tu obšírného životopisu, jejž slavný *Brewster* o svém sourodáku podal.

nadutého soupeře svého předhoniti. A tak se i stalo. Neunavnou pilností, již od této doby jevil, záhy se mu podařilo všechny své spolužáky předstihnouti a první místo ve škole zaujmouti, kterážto pilnost a ctižádost pak se stala hlavním rázem karakteru jeho, jenž se doplňoval náchylností k samotářskému hloubání. Neb nemaje záliby v hlučných hrách svých spolužáků nejraději robil jednoduché strojky nebo krátce řečeno „pastloval“ (sit venia verbo) pomocí různých drobných strojů, jež si záhy již zaopatřil. Větrný mlýn, vodní hodiny a kočárek automatem uvnitř sedícím hnaný byly první důkazy nejen technologické jeho zručnosti, nýbrž i mechanické soudnosti; a nejen nápodobením strojů se osvědčil co praktický myslitel, nýbrž i vynalezením mlýnu, hnaného myší uvnitř uzavřenou, co původní tvořitel. A pro své soudruhy podrobil se pracnému theoreticko-praktickému rozboru letacího draka, aby jím ukázal, jak a kde jej mají přivazovati, aby co nejlépe se vznášel vzhůru, ba učil je připojovati k němu transparenty, aby se jím večer zjev vlasatice nápodobil. Též sluneční hodiny jeho vyznamenávaly se zvláštní přesností a dosáhly zvláštní pověsti ve Woolsthorpe.

Všechny tyto zdánlivé malichernosti uvádíme zde proto, aby z nich co zárodků budoucího rozvoje duševního se poznalo, jakým směrem se bral záhy probuzený let genia Newtonova. V dětských hrách bývá již zakotven ráz mohútné tvořivosti muže.

Tato mechanická zručnost jeho přivedla jej k zapředení hlubší známosti se slečnou *Storeyovou*, s níž po šest let v jednom domě bydlel. S počátku ochotně jí pomáhal v mladistvých hrách dívčích dodáváním rozličných potřeb miniaturní toiletty pro panny, z čehož vyvinula se vzájemná náklonnost, kteráž po celý život jejich trvala, ač pro hmotné poměry obou k užšímu svazku nevedla; kdykoli však v letech pozdějších Newton zavítal do Lincolnshiru, neopomenul vyhledati družku svého mládí, která byla dvakráte provdanou, ba podporoval ji podlé potřeby i peněžně. Poznávámeť z této okolnosti něžný cit velikého myslitele, jenž se jevil i láskou jeho k umění básnickému a jenž později jej i na pole náboženských reflexí přivedl.

Po brzké smrti otčima roku 1656 vrátila se matka jeho s třemi dětmi Smithovými do Woolsthorpu a povolavši patnáctiletého Newtona domů, hodlala jej užiti ve správě hospodářské zděděného statku skrovného. Ale záhy přesvědčila se, že se na něho nemůže spolehnouti, jelikož v Granthamu, kam byl na trh posílán, staral se jen o knihy, koupi i prodej přenechávaje čeledínu jej doprovázejícímu; a totéž uznal i strýc jeho farář W. Ayscough, kterýž radil taktéž, aby se připravil na studie universitní v Trinity-Collegium, kdež sám byl studoval, což podstoupil mladý Newton s nadšením nemalým a po několika měsících v Granthamu i provedl s úspěchem nevšedním.

Takto se dostal dosti záhy do slavné Cambridge, maje sice méně vědomostí podrobných, ale více samostatné soudnosti a širšího rozhledu nežli bývá obyčejem. Nejsa přesycen nejrůznějšími naukami a unaven dlouhým sezením v lavici školní a za stolkem psacím, což se, bohužel! tak zhusta shledává u našich abiturientů na universitu se ubírajících, vrhl se plnou silou jarého ducha svého do proudu vědeckého, jakýž oživoval tehdáž vysoké učení různých kollegií v Cambridge.

Bylo mu 18 let, když byl přijat dne 5. června 1660 do slavného Trinity-Collegium, kdež byla pozornost jeho především upoutána geometrií Descartesovou, jíž sám se rychle přiučil, a Wallisovou arithmetikou „infinitorum“ r. 1655 vydanou jakož i optikou Keplerovou; jaké však činil pokroky veřejné, není o prvních třech letech podrobně zaznamenáno, jenom tolik se poznává, že r. 1661 byl „Subsizer“ *), r. 1664 „student“, roku 1665 stal se bakalářem, r. 1666 vrátil se do Woolsthorpe k vůli moru, r. 1667 byl napřed mladším kollegiatem, pak mistrem a na to starším kollegiatem a r. 1669 konečně professorem mathematiky.

Poslední tato doba, v níž tak rychle postupoval na dlouhém žebříčku starobylých hodností akademických, jest zároveň i nejbohatší na plody jeho duševní, jelikož do ní připadají vynálezy nejčelnější v oboru fysiky vůbec a optiky zvlášť, jakož i mathematiky, o niž se nám především jedná. Objevilť r. 1666 různou lomivosť paprsků světla slunečního, domohl se jasného ponětí o všeobecné přítažnosti čili gravitaci a vládl téhož roku ne-li dříve, již bezpečně novým algorithmem, jejž *„methodou fluxí“* nazýval a jenž se později objevil býti totožným s počtem

*) Hodnost to stipendiatů zvláštních, jichž čítalo Trinity-Collegium 16.

differencialním Leibnitze. S posledním objevem tímto nevystoupil však do veřejnosti, nýbrž vyložil jeho podstatu pouze svému příteli Barrowovi, jemuž i dovolil, aby o něm zpravil *Collinse* v Londýně, což se 20. června 1669 stalo. I sluší tu hned s předu poznamenati, že Newton nebyl povahy nedočkavé neb ukvapené, nýbrž zdrženlivé a ostýchavé; s žádným vynálezem svým nechvátal do veřejnosti, nýbrž uzavíral raději nové výsledky svých výzkumů do psacího stolku a obyčejně jen po naléhání svých přátel odhodlal se s tím neb oním vystoupiti do veřejnosti.

Jelikož není naším účelem, abychom zde vykládali o všech zásluhách Newtonových, nýbrž jen potud podrobně sledovali jeho činnost, pokud se týče rozvoje methody fluxí, uvádíme zde pouze tu zajímavou okolnost, že i Newton byl k tomuto vynálezu veden úkolem kvadratury a názorem Cavaleria, o čemž již v úvodu byla zmínka učiněna. Považovalť jako *Roberval* čáry za stopy pohybujících se dvojí silou hnaných bodů, plochy za stopy pohybujících se čar a tělesa za prostorné stopy, spůsobené pohybem ploch; útvary se pohybující nazýval *fluenty* (fluentes quantitates), rychlosti pak pohybů příslušných *fluxe* (fluxiones). Značí-li tedy x, y fluenty, $\dot{x}$, $\dot{y}$ fluxe, představují součiny $\dot{x}o$, $\dot{y}o$, kdež o značí malý dílec času, rychlostem přiměřené změny fluent, jež Newton nazývá *momenty* a jež jsouce přiměřeny fluxím je též zastupují, takže se píše $x+\dot{x}$, $y+\dot{y}$ místo $x+\dot{x}o$, $y+\dot{y}o$: Hledaje pak rovnici křivky, jejíž plocha jest

$$z = ax^m,$$

soudil takto: Zvětší-li se x o e, zvětší-li se plocha o proužek ey, takže bude

$$z + ey = a(x+e)^m,$$

a vyvine-li se na pravé straně podlé binomické poučky,*)

$$z + ey = ax^m + amx^{m-1}e + a\frac{mm-m}{2}x^{m-2}ee + \ldots,$$

z čehož plyne, zkrátíme-li, co možná,

*) Jelikož Newton binomickou poučku, známou pro celistvé a positivní n již Indům, zevšeobecnil pro negativní a lomené n, mohl tohoto prostředku užiti všeobecně.

$$y = am x^{m-1} + e \left[a \frac{mm - m}{2} x^{m-2} + \ldots\right],$$

takže pro $e = 0$ se obdrží co rovnice křivky

$$y = am x^{m-1},$$

kterýžto poměr mezi pořadnicí y a plochou z vyzpytoval dříve již Wallis.

První pojednání o theorii a praxi těchto fluxí, jež s Barrowem sdělil, mělo nápis „Analysis per aequationes numero terminorum infinitas“ a to bylo Collinsovi známo, jelikož mu 31. července 1669 bylo ku přepsání propůjčeno, takže když po jeho smrti přepis byl mezi papíry pozůstalými objeven, i vydání tiskem r. 1711 podlé něho se svolením Newtona pořízeno. A toto sdělení bylo vůbec první zprávou, kterouž se někteří mathematikové jako *Gregory*, *Sluzius*, *Oldenburg* a j. dozvěděli o výzkumech Newtonových.

R. 1672 hodlal Newton vydati a dodatky opatřiti *Kinckhuysenovu* „Algebru“ a sepsal k tomu cíli stručné pojednání „Methodus Fluxionum“, kteréž mělo býti jaksi úvodem; ale k vydání to nepřišlo za jeho života, nýbrž teprv r. 1736, když bylo do angličiny přeloženo a komentárem *Johna Colsona* opatřeno. Patrně se Newton obával, že věc není dostatečně ještě zralou, a vyhýbal se všem možným polemikám, jelikož téhož roku bylo mu statečně brániti se proti námitkám, nové jeho nauce o světle s mnohých stran činěným.

A v té věci byla opatrnost jeho zajisté nutnou, jelikož ještě r. 1704 neměl jasného ponětí o derivacích vyšších, jakož se poznává ze spisu „De quadratura curvarum“. Píšeť tu: Quantitatum fluentium Fluxiones esse primas, secundas, tertias, quartas, aliasque, diximus supra. Hae Fluxiones sunt ut Termini Serierum infinitarum convergentium. Ut si z^n sit Quantitas fluens et fluendo evadat $\overline{z + o}^n$, deinde resolvatur in Seriem convergentem

$$z^n + no z^{n-1} + \frac{nn - n}{2} oo z_{n-2} + \frac{n^3 - 3nn + 2n}{6} o^3 z^{n+3} + \text{etc.}$$

Terminus primus hujus Seriei z^n erit Qnantitas illa fluens, secundus $no z^{n-1}$ erit ejus Incrementum primum seu Differentia prima, cui nascenti proportionalis est ejus Fluxio prima; tertius

$$\frac{nn-n}{2}\,oo\,z^{n-2}$$

erit ejus Incrementum secundum seu Differentia secunda, cui nascenti proportionalis est ejus Fluxio secunda; quartus

$$\frac{n^3-3nn+2n}{6}\,o^3 z^{n-3}$$

erit ejus Incrementum tertium seu Differentia tertia, cui nascenti Fluxio tertia proportionalis est, et sic deinceps in infinitum."

Patrně dal se tu Newton svésti nepravou obdobou, založenou v binomialní poučce, což i *J. Bernoulli* vytýká, dokládaje v dopisu Leibnitzovi r. 1712 zaslaném „unde suspicari fere licet Newtonum tum temporis fluxionum continuandarum ideam nullam adhuc claram habuisse."

Taktéž chránil se Newton, aby v užívání všeobecné vešla jeho methoda; píšeť o této věci 13. června r. 1676 Leibnitzovi, osobně neznámému, o jehož mathematických snahách byl Oldenburgem zpraven: „Alia haud pauca congessi, inter quae erat methodus ducendi tangentes, quam solertisimus Sluzius ante annos duos tresve tibi communicavit; de que tu suggerente Collinsio, rescripsisti, eandem mihi etiam innotuisse. *Diversa ratione in eam incidimus.* Nam res non eget demonstratione, prout ego operor. Habito meo fundamento nemo potuit tangentes aliter ducere, nisi volens de recta via deviaret. Quin etiam non hic haeretur ad aequationes radicalibus, unam vel utramque indefinitam quantitatem involventibus, utcunque affectas; sed absque aliqua talium aequationum reductione (quae opus plerumque redderet immensum) tangens confestim ducitur. Et eodem modo se res habet in quaestionibus de Maximis et Minimis aliisque quibusdam, de quibus jam non loquor. Fundamentum harum operationum, satis obvium quidem, quoniam jam *non possum* explicationem ejus prosequi, sic potius *celavi*:

6*a cc d ae* 13*e ff* 7*i* 3*l* 9*n* 4*o* 4*q r r* 4*s* 8*t* 12*v x* *).

Hoc fundamento conatus sum etiam reddere speculationes de Quadratura curvarum simpliciores pervenique ad Theoremata quaedam generalia."

---

*) Tehdáž obvyklý spůsob hádanky anagrammatické, kteráž tu má řešení „Data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire et vice versa".

Jak patrno, byl r. 1676 Newton přesvědčen, že sám jest majitelem nového algorithmu, a teprv na dopis tento se dozvěděl od Leibnitze z listu dne 27. srpna 1676 daného, že i on má podobnou methodu řešiti úkoly sem příslušné, jakož sám roku 1686 dosvědčuje slovy: „Dans les lettres que j'ai changées il y a une dizaine d'années avec l'habile géomètre Leibnitz, lui ayant annoncé, que je possedais une méthode pour déterminer les maxima et les minima, conduire les tangentes et resoudre les questions semblables, et que cette méthode réussissait aussi bien pour les expressions irrationelles que pour les autres; comme *je la lui cachais sous des lettres transposées* representant la phrase suivante: une équation étant donnée qui contient des fluentes, trouver les fluxions et réciproquement, il me repondit qu'il avait également *trouvé* une méthode analogue qu'il *me communiqua* et qui ne differait de la mienne que par les mots et la notation.“

A podobně vyslovuje se i *Bernoulli* v listu ze dne 15. srpna 1696 Leibnitzovi daném; píšeť, podávaje zprávu o vydání sebraných spisů Wallisových r. 1693—5 uspořádaném, takto o methodě Newtonově tehdáž ještě málo známé: „Wallisius Newtoni Methodum paucis quidem explicat; ex illis paucis tamen video, quod in re neutiquam differat a Calculo differentiali, ut ipse Newtonus fatetur in suis Prin. nat. pag. 254. Quod in hoc dicitur *Differentiale,* ibi est *Fluxio* et quod in hoc *Summa*, ibi *Fluens.* Et Nervus hujus Methodi, ut et calculi differentialis ad duo haec Problemata redit. *Datis quantitatibus fluentibus invenire earum fluxiones; et vicissim, datis fluxionibus, invenire earum fluentes.* Loco Litterae d ad designandam differentialem primam, vel Fluxionem, utitur puncto supra scripto; pro differentiali secunda denotanda utitur duobus punctis et ita porro. Sic dx est $\dot{x}$, ddx est $\ddot{x}$, $dddx$ est $\dddot{x}$ etc. Ceterum processus ipse operationis est utrobique idem, adeo *ut nesciam annon Newtonus, Tuo calculo viso, suam demum Methodum fabricaverit; praesertim cum ex loco citato videam Te ipsi Tuum Calculum communicasse, antequam ipse suam edidisset Methodum.* Při čtení poslední poznámky této nesmíme zapomenouti, že Bernoulli byl velmi oddaným přítelem Leibnitzovým a že hleděl se mu zavděčiti, pokud mohl.

Jak z dosavadního vypravování jde na jevo, věděl Newton velmi dobře, že Leibnitz má novou methodu tangentní přímou i obrácenou a že z ní vyvinul zvláštní algorithmus; a předc nespěchal s uveřejněním své methody fluxí, ba jen vydání klassického díla „Philosophiae naturalis principia mathematica" roku 1687 k úsilovnému naléhání *Halleye* pořízeného bylo příčinou, že tu vyložil výsledky počtu svého s fluxemi a ve zvláštní scholii o Leibnitzových zásluhách obdobných se zmínil. K této scholii táhne se i Bernoulli v předcházejícím citatu, takže i pro ostatní důležitost její zde též ji klademe; zníť takto:

„In literis quæ mihi cum Geometra peritissimo G. G. Leibnitio annis abhinc decem intercedebant cum *significarem* me compotem esse methodi determinandi maximas et minimas, ducendi tangentes et similia peragendi, quæ in terminis surdis æque ac rationalibus procederet et literis *transpositis* hanc sententiam involventibus (data æquatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire et vice versa) eandem **celarem**, rescripsit vir clarissimus se quoque in ejusmodi methodum incidisse et methodum suam **communicavit** a mea vix abludentem præterquam in verborum et notarum formulis".

Což tu jasnějšího nežli uznání, že Leibnitz, samostatně vynalezl obdobnou methodu jako Newton sám! Zároveň pak poznáváme egoismus Newtonův, který obsah své methody anagrammem *zahalil*, kdežto otevřený Leibnitz svou methodu s ním *sdělil*. Poměr obou těchto geniů, ač se osobně neznali, byl velmi přátelský a jevil se ve vzájemném uznávání vědomostí a schopností mathematických.

IV.

O prioritním sporu.

Z předcházejícího vypravování stručného poznáváme zcela jasně, že až do r. 1696 nebylo žádného sporu mezi Leibnitzem a Newtonem stran priority čili otázky, kdo jest vynálezcem počtu infinitesimalního; ba oba tito geniové ctili se na vzájem, druh druha uznávaje co šťastného majitele nové páky mathematické nad jiné působivější.

Ale dlouhého trvání neměl tento přátelský poměr, byv nedlouho na to porušen osobou třetí, uraženou ctižádostí štvanou, což se sběhlo takto:

R. 1696 předložil *Jan Bernoulli* mathematikům své doby zvláštní úlohu *brachystochrony* se týkající k řešení, *) jak tehdáž bylo obyčejem, s udáním doby, kdy se má výsledek zaslati. Jakož bylo očekávati, podali správné řešení jenom ti mathematikové, kteří dovedli užívati příslušných zásad infinitesimalních, především Bernoulli sám a pak Leibnitz. Při této příležitosti poznamenal pak ve svém pojednání, uveřejněném ve sborníku „Acta Erud.“ z r. 1697, tento tvůrce tak mohútné methody nové pag. 203. „Et sane notatu non indignum est, eos solos solvisse hoc problema, quos solvere *posse* conjeceram; nec vero nisi illos, qui in *nostri* calculi differentialis mysteria *satis* penetravere;“ rozuměl tím, jak dále praví, Bernoulliské bratry, l'Hospitala, Hugenia (si viveret), Huddeho a Newtona.

Tato malá poznámka nanejvýš rozhorčila švýcarského mathematika, jmenem *Mikuláš Fatio de Duillier*, kterýž meškaje od r. 1691 v Anglii se honosil přátelskou známostí s Newtonem; neb on, který se měl sám za mathematika v nejprvnější řadě stojícího, on tu nebyl ani uveden mezi těmi, kteří jsou schopni takovou úlohu rozřešiti.

I vydal tedy r. 1699., aby své vědecké cti učinil zadost, v Londýně zvláštní pojednání „Lineæ brevissimi descensus investigatio geometrica duplex, cui addita est investigatio geometrica Solidi rotundi, in quod minima fiat resistantia **)“, kdež schválně si vyhledal příležitost, aby Leibnitzovi se pomstil za jeho urážku, prohlašuje ho za plagiatora slovy těmito:

„Quæret forsat Cl. Leibnitius, unde mihi cognitus sit iste Calculus quo utor. Ejus equidem fundamenta ac plerasque Regulas *proprio Marte* Anno 1687 circa mensem Aprilem et sequentes aliisque deinceps annis *inveni* ***), quo tempore neminem eo Calculi genere præter meipsum uti putabam. Nec

---

*) Viz *Studnička* „O počtu variačním“ pag. 5.

**) Tuto úlohu řešil již Newton v „Phil. nat. pr. math. Lib. II. prop. XXVIII. Schol. p. 326.

***) Leibnitz uveřejnil svůj počet differencialní, jak dříve bylo praveno již r. 1684; jest tedy originalnost Fatiova velmi pochybnou!

mihi minus cognitus foret, si nondum natus esset Leibnitzius. Aliis igitur glorietur Discipulis, me certe non potest. Quod satis patebit, si olim Literae quæ inter clarissimum Hugenium meque intercesserunt, publici juris fiant. Newtonum tamen *primum* ac pluribus annis vetustissimum *hujus Calculi Inventorem* ipsa rerum evidentia coactus agnosco: a quo utrum quicquam mutuatus sit Leibnitzius, *secundus ejus Inventor*, malo eorum quam meum sit judicium, quibus visæ fuerint Newtoni Literæ aliique ejusdem manuscripti Codices. Neque modestioris Newtoni silentium aut prona Leibnitzii sedulitas *inventionem hujus Calculi sibi passim tribuentis* ullis imponet, qui ea pertractarint, quæ ipse evolvi Instrumenta.“

Jizlivěji nemohl se dotknouti uražený Fatio poměru, v jakém byl Leibnitz a Newton k vynalezení nového algorithmu; a že Newton s tím asi souhlasil, poznává se ze spisu Raphsonova „The history of Fluxions“ (London 1715), kdež o tomto místě děje se zmínka, již r. 1720 uvádí *Maizeaux* co „Remarque de Mr. Newton“, ana zní: „Mr. Fatio wrote this as a Witness. He related whad he had seen, and his Testimony ist the stronger, because it was against himself, and he was no Englishman. He understood the Methods of us all, and by what he had seen and understood, he was able to make a true Judgment.“

Počátek byl učiněn, pokračování následovalo dosti brzy, jsouc opět provoláno poznámkou v témže sborníku lipském, načež vzplanul boj o prioritu a plagiat tak mocně, že ani úmrtím obou nepřátelských geniů nebyl zastaven, nýbrž dále se vedl od jich stejně oddaných stoupenců, kteří nemohouce se vyznamenati vlastními činy vědeckými, aspoň slávy vyhledávali v zastávání se svých příslušných bůžků.

R. 1704 vydal Newton spis „Tractatus de quadratura curvarum“ a pojednání „Enumeratio linearum tertii ordinis“; i sepsal někdo do sborníku lipského (r. 1705 pag. 30) kritiku, v níž se ku konci zmiňuje o úvodě Newtonově a dokládá pag. 34 takto: „quæ ut melius intelligatur, sciendum est, cum magnitudo aliqua continue crescit veluti linea (exempli gratia) crescit fluxu puncti, quod eam describit, incrementa illa momentanea appelari *differentias*, nempe inter magnitudinem, quae antea erat et quae per mutationem momentaneam est producta, atque hinc natum esse calculum differentialem eique reciprocum *summatorium*; cújus elementa ab *inventore Dn Godofredo Guilielmo Leibnitio* in his Actis sunt tradita variique usus tum ab ipso tum a Dmis Fratribus Bernoullis tum a Dn Marchione Hospitalio sunt ostensi. *Pro differentiis igitur Leibnitianis Dn Newtonus adhibet semperque adhibuit fluxiones*, quae sint quam proxime ut fluentium augmenta aequalibus temporibus particulis quam minimis genita; iisque tum in suis Principiis Naturae mathematicis, tum in aliis postea editis eleganter est usus; *quemadmodum et Honoratus Fabrius in sua Synopsi geometrica motuum progressus Cavallerianae methodo substituit*".

Toto porovnání a předcházející vypravování, z něhož nejde zcela jasně na jevo, zdali Newton dříve neb až po uveřejnění počtu differencialního užíval fluxí, spůsobilo v Anglii velikou nevoli a to tím spíše, jelikož tam měli podlé slohu Leibnitze za recensenta*) jinak velmi pochlebujícího. Všickni přívrženci Newtonovi, t. j. celý učený svět anglický snažil se, aby zjednal jemu zadostiučinění, takže i druhá tato jinak zbytečná poznámka v Aktech byla příčinou následujících sporů. *Burnet* aspoň píše o tom *Janu Bernoullimu*: „Cette controverse a été causée par les Messiers de Leipsic, qui ont critiqué mal à propos les livres de Monsieur Newton sur le quadrature et de Enumeratione curvarum."

První ujal se záležitosti této *Keill*, professor hvězdářství v Oxfordě, poznamenav v pojednání, jež r. 1708 ve sborníku „Philosophical Transactions" uveřejnil, beze všech důkazů, že Leibnitz jest plagiatorem; píšeť tu mezi jiným: „Haec omnia sequuntur ex celebratissima nunc dierum fluxionum arithmetica, quam *sine omni dubio primus invenit D. Newtonus*, ut cui libet ejus epistolas a Wallisio editas legenti facile constabit, eadem tamen arithmetica postea *mutatis nomine et notationis modo a D. Leibnitio in Actis Eruditorum edita est*".

Svazek, v němž toto jasné nařknutí obsaženo jest, vyšel teprvé r. 1710, takže Leibnitz, seznav později tuto poznámku ostatně taktéž zbytečnou, obrátil se hned r. 1711 k *Sloane-mu*,

*) V knihovně lipské chová se výtisk Act. Erud., do něhož vepsána jsou ku článkům anonymním jména pravých spisovatelů; a k této kritice připojeno jmeno *Leibnitz*, takže sotva jest jiný spisovatelem jejím.

sekretáři královské společnosti, jejíž byl členem jako Keill, aby mu zaopatřil zadostučinění, t. j. aby pohnul Keilla k odvolání. Ale tento Newtonův stoupenec neměl se k tomu, ač se o choulostivé záležitosti této v několika sezeních jednalo a Newton sám nebyl takovou odvetou příliš potěšen; ba Keill vyložil zcela důkladně obsah Leibnitzovy kritiky spisu „De quadratura curvarum“, načež Newton sám objasnil své vynalezení methody fluxí, takže společnosti nezbývalo nežli uložiti Keillovi, aby priority Newtonovy se zastal.

Milerád podrobil se Keill této úloze a nezměniv své mínění podstatně, tvrdil dále, že Leibnitz z obou přípisů Newtonových z r. 1676 základy svého počtu differencialního čerpal neb aspoň mohl čerpati; zároveň se omlouval poukázáním k vyzývavé kritice lipské. Když pak snešením královské společnosti ze dne 24. května 1711 byl Leibnitz o tomto průběhu zpraven, odpověděl dne 29. prosince t. r., že zmíněná kritika (k níž se nepřiznal) nárokům obou spravedlivě vyhovuje „circa hanc rem quicquam cuiquam detractum non reperio, sed potius passim *suum cuique tributum*“, zároveň pak žádal, aby se Keillovi uložilo mlčeti, jelikož přes všechnu svou učenost není zcela věci znalým „homine docto, sed novo et parum perito rerum ante actarum“.

Na tento ukvapený dopis uznala společnost za dobré dáti důkladně vyšetřiti celou věc spornou, týkající se dvou nejslavnějších členů jejích a u prostřed stojícího Keilla, jehož nemohla bez odůvodněného rozsudku míti k mlčení. I sestavila dne 6. března 1712 zvláštní komissi, do níž zvolen *Dr. Arbuthnot*, *Hill*, *Dr. Halley, Jones*, *Machin a Burnet*, jíž odevzdány všechny k tomuto sporu se táhnoucí listiny a publikace, aby objektivní rozhodnutí vypracovala, což již 24. dubna bylo ukončeno, od společnosti přijato, schváleno a do tisku dáno. Na počátku r. 1713 vyšlo pak rozhodující prohlášení co „Commercium epistolicum D. Johannis Collins et aliorum de Analysi promota jussu Societatis Regiae in lucem proditum“, kterýž spis co dar společnosti zaslán byl nejčelnějším učencům tehdejším. A tu se opět tvrdí, že Leibnitz teprvé 11. června 1677., tedy o rok později nežli dostal psaní Newtonovo, o svém počtu differencialním činí zmínku, kdežto Newton již před r. 1669 svůj počet fluxí vynalezl, že v onom psaní jest počet tento tak dalece vyložen, že spůsobilé osobě (to any intelligent person) byl přístupným a že konečně differencialní počet se nerozeznává od methody fluxí, nežli jmenem a označením, takže ze všeho jde na jevo, že jediným vynálezcem jest Newton. Vytklať komisse čtyry punkty tyto:

1. Že Leibnitz na počátku r. 1673 byl v Londýně a vrátiv se do Paříže dopisoval si až do září 1676 s *Collinsem* prostřednictvím Oldenburga a že Collins ochotně sděloval s mathematiky, co od Newtona a Gregoryho mu bylo pověděno.

2. Že Leibnitz při první své návštěvě Londýna o *jiné* methodě differencialní tvrdil, že ji vynalezl a že přes námitky dra Pella, jakoby náležela Newtonovi, na svém tvrzení přestal, ač nevěděl, co Newton dříve provedl. A o jiné methodě differencialní nemluví před 21. červnem 1677, tedy až o rok později, co mu do Paříže zaslán byl opis Newtonova listu ze dne 10. prosince 1672, a o čtyry leta později, co Collins obsah tohoto listu svým přátelům vůbec učinil přístupným, v němž methoda fluxí prý byla dostatečně jasně pro znalce vyložena.

3. Že dopis Newtonův ze dne 13. června 1676 zřejmě dává na jevo, že více než pět let před jeho sepsáním byl Newton již hotov s novým svým algorithmem, jakož i ze spisu „Analysis per Aequationes numero terminorum infinitas“, jejž v červenci 1669 Barrow s Collinsem sdělil, se jasně poznává, že vynalezl methodu fluxí před tím.

4. Že počet differenciální a methoda fluxí neliší se nežli jmenem a symbolikou, jelikož Leibnitz nazývá *difference*, co jmenuje Newton *fluxe*, ač neužívá písmeny *d* jako Leibnitz.

Leibnitz meškal právě ve Vídni, když se dozvěděl o vydání „Commercia“; i psal věrnému příteli svému *Bernoullimu*, aby mu o něm své mínění pověděl, připojiv v dopisu svém ze dne 10. října 1712: Expectabo, quae Angli sint daturi circa Calculi differentialis Historiam. Si me non tangunt nec mihi imputant persona mea animoque indigna, facile patiar, ut se jactent: sin me offendunt, audient fortasse quae nollent.“ Dne 7. června 1713 odepsal tento z Basileje, vysloviv se ku konci v ten smysl, že se mu zdá, jakoby Newton byl svou methodu vytvořil, když byl Leibnitzovu poznal. „Constat igitur Newtono rectam methodum differentiandi differentialia non innotuisse longo tempore postquam nobis fuisset familiaris" píše mezi jiným o tomto poměru.

Přítel Leibnitzův, jmenem *Wolf* vydal pak s poznámkami tento list dne 29. července 1713 co „Charta volans" beze jmena spisovatele, tiskaře a místa tiskárny, načež byl zaslán též časopisu „Journal littéraire", v Haagu vycházejícímu; při otištění připojena ještě poznámka, že Newton vydávaje r. 1687 „Principia" neznal ještě pravé methody differencialní a že své fluxe podlé Leibnitze vytvořil, jelikož teprv od r. 1693 se ví, že Newton užívá nového algorithmu, ba až do nejnovější doby neumí druhé differencialy odvozovati.

Na to odpověděti přiměl Newton opět Keilla, dada mu potřebných k tomu dokladů, aby mohl ukázati, že obsah pojednání z r. 1693 pochází ze spisu „De quadratura", sestaveného již před r. 1676, jelikož výtah z něho již obsažen v dopisu k Leibnitzovi ze dne 24. října 1676, a konečně že mylné jest tvrzení, jakoby neuměl druhé differencialy tvořiti.

Tato odpověď Keillova vyšla v sešitu červencovém a srpnovém r. 1714 v témže časopise „Journal littéraire" a nalila nového oleje do ohně již dosti mohutně plápolajícího, takže byl již svrchovaný čas, aby se stalo nějaké smírné narovnání těchto věhlasných soupeřů, z nichž jeden i druhý čím dále tím tvrdošíjněji stál na tom, že se mu děje z druhé strany křivda, zapomínaje, jak původně se věci sběhly; ba možná i tvrditi, že oba tito geniové teprv během času a přispěním přátel svých vžili se takořka do přesvědčení, že tu spáchán plagiat.

I odhodlal se v tomto momentu tak trapném anglický historik *Chamberlayne*, člen královské společnosti nauk, smířiti rozvaděné kollegy své a psal k tomu cíli dne 28. dubna 1714 Leibnitzovi ještě ve Vídni meškajícímu, načež odpověděl Leibnitz, že nedal příčiny k hádce a že Newton byl původcem knihy jmenem společnosti všude rozšiřované, v níž jej uvádí ve špatnou pověst, dokládaje „Ego quidem semper humanus et comis, quam maxime potest, im Newtonum fueram, et quanquam nunc *vehementer dubitari possit, utrum habuerit Methodum, quam ego inveneram, antequam illam ex me didicisset,* attamen locutus fueram, tamquam si proprio ingenio sibi parasset aliquid meae methodo simile."

Chamberlayne dal tento list přečísti Newtonovi a ten odvětil, že Leibnitz se dotekl jeho cti, když r. 1705 si dovolil pochybovati, zdali samostatně methodu fluxí vynalezl, že mu učiní ihned zadost, ukáže-li Chamberlayne jedno místo, jímž by Leibnitze byl urazil, a že nemůže odvolati, co jest dle jeho přesvědčení pravda, jakož i konečně že vydáním „Commercia" nestala se žádná křivda.

Když pak se královská společnost učených dozvěděla, že Leibnitz si stěžuje, jakoby bez vyslechnutí byl u ní odsouzen, vydala dne 20. května 1714 vyjádření ve svém denníku, že zpráva komise nemá se považovati za rozhodnutí společnosti samé. Což když Chamberlayne opět Leibnitzovi oznámil a některé dopisy připojil, obdržel za odpověď, že není tak naladěn, aby se dále s těmi lidmi hádal, a že některé dopisy Oldenburgovi a Collinsovi byly vynechány, k čemuž ještě dodal, že sám vydá nové „Commercium epistolicum", až se jen vrátí do Hannoveru.

Škoda, že nemohl tak učiniti pro přílišné zaměstnání své byli bychom zajisté nabyli poučení o jedné z nejdůležitějších zásluh Leibnitzových a celý spor snad by se byl klidně zakončil; ale výhrůžkou nesplněnou nebylo věci poslouženo, zejména když spojena byla s novým obviněním.

Tím arci byl i Newton s celou učenou společností, jíž předsedal od r. 1703, opětně podrážděn, takže ani další pokusy o smír, jež podnikl *Conti*, nevedly k cíli. Benátský tento šlechtic a přítel Leibnitzův navštívil právě té doby Anglii a tu obdržel koncem roku 1715 dopis od Leibnitze, v němž si trpce stěžuje, že Angličané si osvojují výhradně vynález počtu infinitesimálního, při čemž vyznává, že při druhé své návštěvě londýnské u Collinse měl v rukou korespondenci Newtonovu, an dí „Collinsius mihi ostendit Commercii sui partem, ubi observavi, Newtonum ipsum fassum esse suam ignorantiam circa plura, et inter cetera, eum dixisse, nihil se invenisse de Dimensione Figurarum Curvilinearum celebrium praeter Cissoidis dimensionem. Sed *omnia haec suppressa fuerunt*".

Dopis tento dostal se i do kruhů dvorních, kdež se zejména král Jiří I. sám, u něhož byl Leibnitz tajným radou, pokud byl v Hanoveru, dal ptáti, kdy Newton odpoví, takže přes původní svou nechuť konečně vypracoval a 26. února 1716 zaslal Newton dlouhý přípis Contimu, v němž vyvrací všechny námitky a svaluje vinu na Leibnitze, že spor začal podezřívajícím přípisem ze dne 29. prosince 1711.

Odpověď tuto zaslal Conti opět Leibnitzovi a připojil k tomu střízlivou a chlácholivou poznámku, že sám všechno prozkoumal, co se ke sporné otázce vztahuje a že konečně přišel ku přesvědčení, jiného že tu není rozhodnouti nežli kdo *dříve objevil* methodu infinitesimalní; že Leibnitz ji *dříve uveřejnil*, nelze popírati, ač naopak sám se přiznává, že Newton některé poznámky o methodě fluxí učinil v dopisech k Oldenburgovi a jiným. I radí Leibnitzovi, aby právě tuto stránku objasnil.

Na to odpověděl 9. dubna Leibnitz novým listem, v němž odmítá nařknutí, jakoby sám byl dal podnět ke sporu, a stěžuje si opětně na neslušný způsob v „Commerciu" volený.

Jak patrno, přišlo se konečně tam, kde obyčejně se po delším vedení octne každý spor, totiž k otázce, kdo začal. A to zde nebylo rozhodnuto, jelikož Newton v odpovědi své ze dne 29. května 1716 stejně se hájí jako prvé, ač se sám dostal v rozpor s tím, co dříve tvrdil; praví tu „Dans mes lettres du 13. Juin et du 24. Octobre 1676 j'ai affirmé que j'avois la methode des fluxions quelque années auparavant: *mais je n'ai jamais avoué* que M. Leibnitz eut la methode différentielle avant l'année 1677", ačkoli v dopisu ze dne 8. listopadu 1676 ku Collinsovi mezi jiným poznamenává „ ... with remarks shewing that *Leibniz's method* is not more general or easy than his own."

Co nepodařilo se ani Chamberlaynemu, ani Contimu, to provedla velmi zkrátka neuprosná Morana, ukončíc dne 14. listopadu 1716 mnohotvárný život Leibnitzův, načež Newton pohodlně mohl všechny kroky činiti, jakých bylo nutno k zabezpečení své priority. Vydalť korrespondenci s Contim, brzy na to, k novému vydání „Commercia" roku 1722 pořízenému připojil (prý) všeobecný přehled a vynechal v třetím vydání spisu svého „Principia" scholium, jímž v původním vydání tak jasně uznal zásluhy Leibnitzovy. V Anglii zajisté zvítězil Newton, který zemřel dne 20 března 1727, kdežto na kontinentu se považoval Leibnitz za pravého původce methody differencialní, ač se zásluhy Newtonovy všude uznávaly.

Zajímavý jest v této příčině spis „Bernardi Nieuwentiit Analysis Infinitorum", který r. 1695 v Amsterodamě vyšel, v němž se hlavně zanáší podstatou nového algorithmu a tytýž i proti němu se obrací. A tu vykládá v kapitole VIII. „Varia calculi in Analysi infinitorum genera, ac imprimis *Leibnitzi* Differentialem eodem cum progressis". Ve spisku menším, rok dříve vydaném „Considerationes circa Analyseos ad quantitates infinitae parvas applicatae principia et calculi differentialis usum in resolvendis problematibus Geometricis" píše pak o methodě infinitesimalní „Fundamenta hujus tradiderunt, quantum mihi quidem constat, Clar: *Barovius*, Celeberr: *Newtonus*, successivis eum differentiationibus auxit inclytus *Leibnitius*, quarum ope theoremata nova generalia e curvarum natura deduxit insignissimus *Bernoullius*;" zároveň pak všude rozeznává methodu Leibnitzovu a Newtonovu, takže z toho patrno, že v XVII. století o prioritu se nikdo nestaral a že teprv náhodou, dříve vytknutou, se otázka tato dostala do proudu, v němž příliš dlouho nejen osobní, nýbrž i národní ctižádostí se udržovala.

Jak z předcházejícího vylíčení fragmentarního jde na jevo, není pražádné pochybnosti, že Leibnitz, i Newton samostatně a na rozdílných cestách, byť i při podobných problemech přišel k novému algorithmu, o jehož celém dosahu zajisté ani ten ani onen neměl s počátku jasného ponětí, tak že se ani mnoho nestaral o rychlý jeho rozvoj a hojné rozšíření, zejména an ten i onen byl jinými věcmi dosti zanešen. Teprv když řešením pověstných úloh jako *o brachystochroně, tautochroně, trajektorii* a p., dokázáno co nejlépe, jaké služby koná tento nový nástroj mathematický, zvýšena cena jeho v očích mathematiků tehdejších nemálo, takže býti vynálezcem tak mocné páky analytické stalo se chloubou nejvyšší. A uvážíme-li, že i Leibnitz i Newton v XVIII. století, tedy v druhé polovici záslužného věku svého byli vynikajícími osobami, jimž se dosti lichotilo, pochopíme snadno, že ctižádosti své zvýšené hověli v míře větší nežli bylo slušno. Ostatně připomínáme opětně, co v úvodu bylo již naznačeno, že tehdejší dobou již polovic vynálezu jim bylo přinešeno vstříc, takže bylo třeba jen důvtipně generalisující hlavy, aby systematisovala to, co ve zvláštních methodách Fermata a Cavalleriho bylo podstatného. Lépe že vynalezli počet infinitesimalní dva geniové, nežli aby nebylo se člověčenstvu dostalo ani jediného. A konečně vyznamenal se i Leibnitz i Newton jiným spůsobem tak, že nebylo ani tomu, ani onomu nutno sahati po vavřínech cizích; ba kdyby Leibnitz byl chtěl býti plagiatorem toho, co snad z listů Newtoných se r. 1676 dozvéděl, nebyl by plných osm let s uveřejněním svého počtu differencialního čekal, v kteréžto době mohl každým dnem Newton vystoupiti s vynálezem svým do veřejnosti.

V.

Stručný přehled dalšího rozvoje.

Co se týče dalšího rozvoje počtu differencialního a integralního, nejprvnějších zásluh získali si bratři *Bernoulli Jakub* (1654—1705) a *Jan* (1667—1748), kteří co bezprostřední takořka žáci Leibnitzovi velmi záhy vnikli do ducha tohoto nového kalkulu a hojným jeho užíváním tak si jej osvojili a takových v něm učinili vynálezů, že Leibnitz sám jim stejné zásluhy přičítá v této příčině jako sobě.

Mimo důležitý pojem slovem *funkce* označený zavedl *Jan Bernoulli* též pojmenování „integrale" (1690) a „calculus integralis" místo Leibnitzova jmena „summatorius", při čemž není nazajímavá okolnost ta, že Leibnitz stejnou dobou se naklonil jmenu prvnímu, co Bernoulli byl ochotným užívati terminu Leibnitzova. Píšeť mu o tom v dubnu 1695. „Caeterum quod nomenclationem *differentialium summae* attinet, lubentissime pro Integralibus nostris Tuas in posterum adhibebo *Summatorias* expressiones; quod diu ante fecissem, si nomen Integralium non adeo invaluisset apud quosdam Geometras, qui *me hujus nominis authorem agnoscunt*; ut satis obscurus visus fuissem, unam eandemque rem, nunc hoc, nunc alio nomine designans. Fateor enim nomenclationem istam (quae considerando differentialem tanquam partem infinitesimam *totius* vel *integri*, mihi, non ulterius cogitanti, venit in mentem) rei ipsi non apte convenire". K tomu pak vztahuje se odpověď Leibnitzova ze dne

6/16 května 1695, v níž praví: „Integralium appelatio mihi non displicet et a me quoque interdum *Tui immitatione* adhibita est; plerumque tamen summationis vocabulo uti malo, quia magis luciferum est et originem ipsam meditationis ostendit".

Tentýž Bernoulli byl původem četných vzorců integralních, vyložil pravý význam poměru 0 : 0, když algebrista *Rolle* co odpůrce počtu infinitesimalního se s ním vytasil, a dal konečně i podnět k počtu variačnímu. *)

Bratr jeho *Jakub* zanášel se pilně řadami nekonečnými, při čemž objevil zvláštního druhu koëfficienty, jež podnes slují čísla *Bernoulli-ho*; zvláštní pak zásluhy získal si o theorii pravděpodobnosti vypracováním prvního o ní spisu soustavného „Ars conjectandi". V geometrii vyvinul na základě pojmu poloměru křivosti, Leibnitzem v „Act. Erud." 1686 podaného, všeobecný vzorec pro jeho délku a bral čilého podílu na řešení úloh k počtu variačnímu vedoucích.

Poněvadž dosud nebylo díla soustavně o počtu differencialním a integralním jednajícího, získal si *l'Hospital* (1661—1704), žák to Jana Bernoulliho v Paříži nějaký čas u sebe chovaného, veliké zásluhy spisem „Analyse des Infiniment petits", r. 1696 vydaným; a podobných zásluh o počet differencialní vydobyl si v Italii *Gabriel Manfredoni* (1681—1761). V Anglii velmi zdárně působil spis *Taylorův* „Methodus incrementorum", který ač byl velmi rozvláčný a předůkladný, mnoho přispěl k rozšíření nového počtu s fluxemi; zde obsažena jest též důležitá poučka

$$f(x+h) = f(x) + \frac{h}{1!} f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \ldots,$$

kteráž jmeno Taylorovo zvěčnila.

Zajímavá jest Leibnitzova kritika tohoto spisu, kteráž v dopisu k Bernoullimu jest obsažena a objasňujíc spor prioritní i zde zasluhuje místa; píšeť tu (1716) mimo jiné: „Accepi Taylori *Methodum*, quam vocat *incrementorum* (directa et inversa, Londini 1715). Est applicatio Calculi differentialis et integralis ad numeros vel potius ad magnitudines generales. Ita *Angli equos*,

---

*) Viz: *Studnička* „O počtu variačním" pag. 7. Zde budiž i poznamenáno, že symbol integrační $\int$ jest Leibnitzovo *S*, takže v něm zvěčněn jest jeho calculus *summatoris*.

ut in Proverbio est, *adjungunt post currum.* Ego incepi Calculum differentialem a numerorum Seriebus, eoque utiliter usus sum ad summas Serierum numericarum et postea animadvertens in Geometria differentias, et summas dare quadraturas, et multa ob incomparabilitatem evanescere in lineis, via naturali perveni a Calculo generali ad specialem geometricum seu infinitesimalem. Isti contra procedunt, nempe quod *veram inveniendi methodum non habuerunt.* In toto suo libello neminem citat nisi Newtonum. Scriptus est satis obscure et cum ad usum venit suarumque artium specimen exhibere vult, vix habet nisi jam dicta".*)

Integrace algebraických lomených funkcí racionalních se tu též znovu vyskytují, ačkoli *Leibnitz* a *Jan Bernoulli* tuto zajímavou úlohu dříve propracovali; ukázalť zejména Leibnitz ve dvou pojednáních r. 1702 a 1703 v Acta Erud. uveřejněných, že zlomky tvaru

$$\frac{\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \ldots}{\lambda + \mu x + \xi x^2 + \pi x^3 + \ldots}$$

dají se vyjádřiti součtem jednoduchých zlomků tvaru

$$\frac{a}{x+b}, \text{ač} \int \frac{dx}{a^4 + x^4}, \int \frac{dx}{a^8 + x^8} \ldots$$

nedovedl ještě určiti.

O poslední úlohu získal si zvláštních zásluh Angličan *Cotes* (1682—1716), ukázav, jak se výrazy

$$r^n - a^n, \; r^n + a^n$$

rozloží v jednoduché faktory, což dosud *poučkou Cotesovou* sluje.

S integrováním rovnic differencialních, kteréž poskytovaly tehdáž přílišných obtíží, zanášel se s úspěchem hrabě *Jakub Riccati* (1690—1735), kterýž sám r. 1725 jmenem jeho dosud nazývanou rovnici tvaru **)

$$dy = (ay^2 + bx^m)\, dx$$

mathematikům k řešení předložil, což se i podařilo v jistých

*) Viz „Leibnitii J. G. et Bernoullii Commercium philosophicum et mathematicum", Lausanae et Genevae 1745, Vol. II. pag. 380. A vůbec jest tato sbírba dopisů nanejvýš poučná nejen v této příčině, nýbrž i pro poznání Leibnitze vůbec.

**) Viz *Studnička* „O integrování rovnic differencialních" pag. 52.

mezích provésti *Bernoullimu Mikuláši* I. a II. a *Danielovi* *) jakož i *Goldbachovi*. K nim druží se hrabě *Fagnani* (1682—1766), *Nicole* (1683—1758) a *Clairaut* (1713—1765), kteříž v rozmanitých oborech vyšší mathematiky a geometrie se proslavili, zejména posledně jmenovaný vyšetřováním útvarů prostorových.

Nejvíce však se v XVIII století proslavil *Leonhard Euler* (1707 — 1783), rodák basilejský (jejž však *Gerhardt* nepočítá mezi Němce), kterýž ve všech směrech tak mohutně zasáhl do mathematiky, že jí zvláštního dodal rázu a šatu, abychom tak řekli, *Eulerovského,* v němž dosud se nám jeví, ač novějšími pracemi *Cauchyho* a *Riemanna* se počala z něho svlékati. Od r. 1741 až 1766 byl členem akademie berlínské, v jejíchž spisech skládal hojné své výzkumy, načež povolán byl do Petrohradu v stejné hodnosti; od té doby mají publikace akademie petrohradské hlavně cenu pro přečetná jeho pojednání v nich uveřejněná **). A i když zemřel r. 1783, zanechal tolik mathematických výzkumů neuveřejněných, že ještě dalších 40 let se mohly jimi obohacovati sborníky akademické, jakož si veleplodný mathematik tento sám před smrtí byl přál. Ve stručném přehledu tomto není možná ani jen podle hlavních oborů vypsati jeho nejdůležitější zásluhy; uvádíme zde pouze fundamentalní dosud spisy jeho „Introductio in analysin infinitorum 1748

*) Poněvadž osm členů slavné rodiny Bernujské se vyznamenalo v mathematice, budiž zde postaven jich příslušný rodokmen:

Bernoulli

1. Jakub I. (1654—705) — Mikuláš — 2. Jan I. (1667—748)

Mikuláš → 3. Mikuláš I. (1687—759)

2. Jan I. → 4. Mikuláš II. (1695—726) — 5. Daniel (1700—782) — 6. Jan II. (1710—790)

6. Jan II. → 7. Jan III. (1744—807) — 8. Jakub II. (1759—789)

**) Poněvadž se zhusta citují spisy akademie petrohradské, budiž zde uvedeno, jak jdou po sobě: I. Serie, *Comm. acad. petrop.* (1726—1750) obsahuje 14 svazků; II. Serie, *Novi comm.* (1750—1776) obsahuje 20 svazků; III. Serie: *Acta acad. petrop.* (1777—1782) čítá 6 svazků; IV. Serie, *Nova acta* (1783—1806) čítá 15 svazků; V. Serie, *Mém. de l'acad.* (1809—).

Institutiones calculi differentialis" 1753, a „Institutiones calculi integralis 1768, v kterýchžto vícedílných spisech trvalé základy infinitesimalného kalkulu položil.

Do předešlého století připadá ještě zmínky zvláštní zasluhující *Bougainville* (1729—1814), jehož „Calculus integralis" (1764) obsahuje skoro všechny důležitější známé vzorce všeobecné, *Agnesi* (1718—1799) jejíž „Istituzioni analyticche ad uso della gioventu italiana" byly do frančtiny a angličiny přeloženy a zjednaly krásné spisovatelce zvláštní uznání pařížské akademie; zde sluší dále jmenovati *D' Alemberta* (1717—1783), jehož heslo „Allez en evant et la foi vous viendra" stalo se pověstným, činíc zbytečnou všechnu metafysiku infinitesimalní, pak *Condorceta* (1743—1794), hlavně pak řadu slavných francouzských *L*, totiž *Lagrange-a* (1736—1813), *Laplace-a* (1749—1827), *Legendrea* (1752—1833), *Lacroix* a (1765—1843), jichž sebrané spisy se dnes ještě tiskem rozmnožují a na státní náklad vydávají. Vedle nich skví se trvalým světlem *Monge* (1746—1818), *Fourier* (1768—1830), *Poisson* (1781—1840) a *Cauchy* 1789—1857), jichž jméno nevyhyne, pokud se vyšší analyse bude pěstovati.

Avšak nejenom ve Francii, rozbouřené a zúrodněné velikolepou revolucí a sjednocené násilným císařstvím, nýbrž i v Německu valně rozdrobeném a mnoho středišť vědeckých čítajícím pěstována vyšší mathematika velmi zdárně a s úspěchem stále rostoucím. Jmenujeme zde jenom výtečníky první třídy, jako byl *Gauss* *) (1777—1855), *Jacobi* (1803—1851), *Abel* (1802—1829) (že byl rozený Skandinav, nevadí v této příčině) *Riemann* (1822—1866), *Clebsch* (1833—1872).

O žijících dosud pěstitelích počtu infinitesimalního nebudiž zde zmínka činěna; budiž jenom k závěrku poznamenáno, že každé odvětví dosud čítá své zdatné pěstitele a svou cennou literaturu, takže nelze stručným přehledem pojmouti ono nesmírné množství mathematických pravd, jež genialním Leibnitzem a Newtonem byly ve svém zárodku pouhém objeveny. A jaké výzkumy se ještě provedou, zejména na nekonečném poli počtu integralního, o tom nemáme nyní skoro ani tušení; poukazuji jenom na hojné žně, jež poskytují nyní již vyšší

*) Viz *Studnička* „Karel Bedřich Gaus" 1877.

funkce transcendentní, především dvojperiodické, od nichž k dalším se zajisté odváží mocný let nynějšího mathematického rozvoje. Kdo hledá ryzou pravdu a chce stále v nových se kochati jejích zjevech, nechť se zabéře jen do počtu integralního, a nebude nikdy hotov, i kdyby byl nesmrtelným!

Úlohy.

Řešení fysikalní úlohy 16.

Podal *Jiří Havlíček,* žák VII. tř. č. r. v Praze.

Značí-li z váhu zlata, h_z hustotu zlata, h_s hustotu stříbra, platí dle zákonu Archimedova

$$\frac{z}{h_z} + \frac{300 - z}{h_s} = 20,$$

odkudž

$$z = 20 h_z \frac{15 - h_s}{h_z - h_s}.$$

Klademe-li ku př. $h_z = 19{\cdot}25$, $h_s = 10{\cdot}47$ (Heis) obdržíme, $z = 197{\cdot}64$, $s = 101{\cdot}36$ decigramů.*)

(Tutéž úlohu řešil: V Boleslavi Ml. *Fr. Kulhavý* z VI. g., v Brně, *L. Opatovický* z paedagogia, *K. Vodička* z techniky, v Budějovicích *Fr. Pavlíček* z VII., v Chrudími *J. Zvěřina* a *F. Jedlička* z VIII., v Hradci Jindř. *Jan Mayer* a *Jos. Kořínek* z VIII. v Hradci Král. *J. Seidl* z VIII. v Litomyšli *St. Štětina* a *M. Němec.* z VII., v Pardubicích *A. Roštlapil* a *B. Holub* z VII., v Plzni *Fr. Fialka* z VII. a *M. Lerch* z VI., v Praze *V. Svoboda* z VII., v. č. r., *A. Merhaut*, *J. Vyskočil* z V. a *V. Mikan* z VII. m. r. g., v Přerově *J. Peška* z ústavu hospodářského, *J. Papežík* a *A. Basler* z VI., v Prostějově *V. Novotný* z VII. a *F. Fischer* z VI., v Táboře *M. Kopp* z VI., ve Vodňanech *J. Pytlík* učitel).

---

*) Jak málo se dosud vžily nové váhy, poznává se i z okolnosti té, že *nikomu* z četných řešitelů této úlohy nenapadlo zeptati se u sebe, jak veliký by asi kroužek ten byl; kdyby místo gramů bylo užito lotů, zajisté by každý byl poznal, že tu decigramy jsou míněny. Poměr obou kovů arci se tím nemění.