tedy $m_1v_1 = m_1q_1$, t. j. v_1 je ohniskem a d_1q_1 přímkou řídící paraboly K'_1.

Prodloužíme-li q_1l_1 až k bodu p_1 přímky S_1, vznikne rovnoramenný trojúhelník $v_1p_1q_1$, v němž je m_1 průsečíkem jeho výšek. Stopa roviny tečné podél površky vl na rovině σ dotýká se kruhu L v bodě l a protíná průsečnici S' v bodě p, jenž s bodem m určuje průsečnici pm roviny tečné s rovinou ϱ; je tedy pm tečnou paraboly K' v bodě m a p_1m_1 tečnou paraboly K'_1 v bodě m_1. Zároveň poznáváme, že výška p_1m_1 trojúhelníku $v_1p_1q_1$ obsahuje též výšku rovnoramenného trojúhelníku $v_1m_1q_1$ a že tedy tečna p_1m_1 půlí úhel $v_1m_1q_1$.

Máme tedy větu:

Rovinný řez kužele rotačního promítá se na rovinu kolmou k jeho ose do kuželosečky, jejímž ohniskem je průmět vrcholu kužele na řečené rovině.

Parametrická vlastnost kuželoseček.

Napsal **V. Jeřábek.**

1. *Na dané kuželosečce, jejíž hlavní osou je AB, buď zvolen bod M (ξ, η); kolmice MN, MP postavené v bodě M na AM, BN vytínají na AB stálou délku PN rovnající se dvojnásobnému parametru kuželosečky.**)

Vlastnost tuto, která mně odjinud známa není, lze dokázati takto:

Volme vrchol A kuželosečky za počátek a AB za osu pravoúhlé soustavy souřadnic. Její vrcholová rovnice zní:

$$y^2 = 2px + qx^2.$$

Směrnice přímek AM, BM jsou $\frac{\eta}{\xi}$, $\frac{q\eta}{q\xi + 2p}$, tedy kolmice MN, MP mají směrnice $-\frac{\xi}{\eta}$, $-\frac{q\xi + 2p}{q\eta}$.

---

*) Byla již vlastnost tato někde uveřejněna?

Lze tedy rovnice přímek MN a MP psáti

$$y - \eta = -\frac{\xi}{\eta}(x - \xi),$$

$$y - \eta = -\frac{q\xi + 2p}{q\eta}(x - \xi).$$

Položíme-li do rovnic těchto $y = 0$, bude úsečka

$$AN = x_N = \frac{\xi^2 + \eta^2}{\xi}$$

a

$$AP = x_P = \frac{q\xi^2 + q\eta^2 + 2p\xi}{q\xi + 2p}.$$

Odečtením těchto rovnic bude úsek

$$PN = x_N - x_P = \frac{2p\eta^2}{2p\xi + q\xi^2},$$

a poněvadž bod M (ξ, η) leží na kuželosečce vyjádřené rovnicí hořejší, je

$$\eta^2 = 2p\xi + q\xi^2,$$

tedy

$$PN = 2p.$$

Má tedy úsek PN stálou délku $2p$, nechť se bod M na kuželosečce nalézá kdekoliv.

2. Buď dána ellipsa (hyperbola), jejíž hlavní osou je $AB = 2a$ a vedlejší $2b$, pak $p = \frac{b^2}{a}$. Spojnice BM nechť protne tečnu ve vrcholu A v bodě P_1; přímka spojující střed Q_1 úseku AP_1 s bodem M je, jak známo, tečnou ellipsy (hyperboly). Budiž Q patou normály $MQ \perp MQ_1$ na ose AB Ježto strany trojúhelníků MNP, MAP_1 stojí vzájemně na sobě kolmo, jsou podobny, pročež půlí jejich homologické příčky MQ, MQ_1 zároveň homologické strany NP, AP_1, tedy $PQ = QN = p$.

Na tom zakládá se snadné sestrojení normály MQ. *Vyznačí-li se totiž na ose AB pata P kolmice postavené v bodě M na MB a pak délka $PQ = p = \frac{b^2}{a}$ směrem k vrcholu B, bude MQ normálou ellipsy (hyperboly).*

Že též pomocí bodu N lze normálu MQ sestrojiti, netřeba zvláště podotýkati.

Při parabole je vrchol B na ose AB v nekonečnu a MP stojí kolmo na její ose; tím přicházíme k známému sestrojení normály paraboly. Z toho seznáváme, že uvedená konstrukce normály ellipsy (hyperboly) je obdobná parametrické konstrukci normály paraboly.

3. Blíží-li se bod M po kuželosečce k vrcholu A, šine se stálý úsek $PN = 2p$ směrem ku A. Splyne-li však M s vrcholem A, přijde též P do A a úsek PQN zaujme polohu $AQ'N'$ ($AQ' = Q'N' = p$). V tomto případě jeví se bod Q' jakožto mezní poloha průsečíku Q normály hybné MQ s normálou pevnou AB (osou), pročež je Q' středem a $AN' = 2p$ průměrem kruhu zakřivení ve vrcholu A.

Kdybychom vyšli od rovnice ellipsy $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, mohli bychom též snadno dokázati, že kolmice postavené na přímky, spojující kterýkoliv bod M (ξ, η) ellipsy s vrcholy C, D malé osy, na ose této vytínají stálou délku $PN = 2\frac{a^2}{b}$. Jako v případě předešlém, mohli bychom i ukázati, že střed zakřivení na př. ve vrcholu C malé osy má od tohoto vrcholu vzdálenost $\frac{a^2}{b}$. Též normálu ellipsy v bodě M lze obdržeti, učiníme-li

$$PQ = p = \frac{a^2}{b}$$

a spojíme-li bod Q s bodem M.

V *Telči*, dne 10. listopadu 1911.

Sestrojení kružnic za daných podmínek.

Napsal Dr. **Fr. Kadeřávek.**

Buďtež dány kružnice A, B o středech a, b (obr. 1.), a body m, n. Vyhledati jest geom. místo G středů g kružnic, jichž chordály vzhledem ke kružnicím A, B procházejí danými body m, n. Abychom úlohu předloženou rozřešili, postupujeme cestou následní: vyšetřme nejprvé společnou chordálu P daných kružnic A, B, zvolme na ni bod p a spojme jej s body m, n. Označíme-li průsečíky spojnic mp, pn s kružnicemi A, B čísli-