Matematicko-fyzikálny časopis

Július Krempaský

К выводу вольтамперной характеристикки перехода $p-n$

Matematicko-fyzikálny časopis, Vol. 10 (1960), No. 3, 196--204

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/126651

Terms of use:

© Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, 1960

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

К ВЫВОДУ ВОЛЬТАМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХОДА *p—n*

ЮЛИУС КРЕМПАСКИ, Братислава

Введение

Вольтамперная характеристика перехода p—n (в дальнейшем ВА-характеристика) была выведена Шокли [1] (смотри также [2—3]) и имеет вид

$$i = \left(\frac{u_p kT p_N}{L_p} + \frac{u_n kT n_P}{L_n}\right)\left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right) \tag{1}$$

где n_P, p_N — концентрация электронов в глубине P области или концентрация дырок в глубине N области полупроводника
$u_n u_p$ — подвижность электронов (дырок)
$L_n L_p$ — расстояние диффузии электронов в глубине P области или дырок в глубине N области полупроводника
k — постоянная Больцманна
T — абсолютная температура

Уравнение (1) было выведено при весьма упрощающих условиях, из которых укажем главнейшие:

1. Рекомбинация носителей заряда в области самого барьера, т. е. между точками A и B на рис. 1 пренебрежима. Для этого необходимо предположение, что толщина барьера не больше расстояния диффузии носителей заряда. Это предположение дает возможность ограничиться при нахождении ВА-характеристики только решением соответствующих уравнений в однородных областях налево или направо от границ перехода.

2. Омической составляющей тока можно по сравнению с диффузной пренебречь при условии, что напряженность электрического поля на границах перехода p—n пренебрежимо мала.

3. В переносе заряда через переход p—n в не пропускном направлении майоритные носители заряда участия не принимают.

Оказалось, что ВА-характеристика (1) является в достаточной мере удовлетворительной только для малых напряжений (в направлении пропускания лишь доли вольта). При высших напряжениях получаются значительные отклонения (рис. 2).

В современной литературе уже имеется ряд статей, имеющих целью качественное и количественное объяснение указанных отклонений. Так, например, Клейнкнехт и Зейлер [4] приписывают эти отклонения влиянию рекомбинационных центров, т. е. невыполнению условия 1. Подобно тому Толпыго и Рашба [5] принимают во внимание рекомбинационные центры —

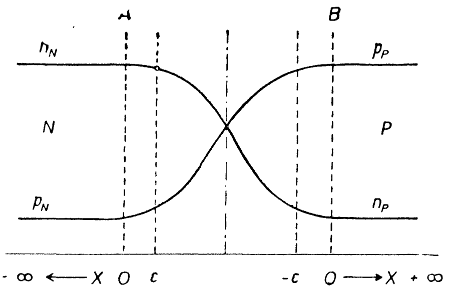

Рис. 1.

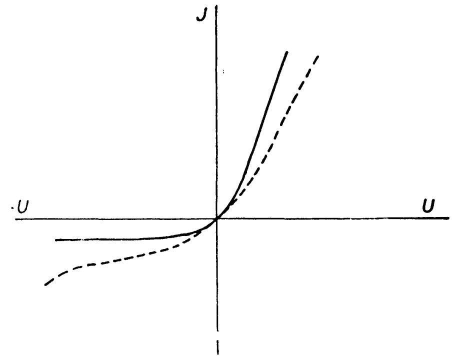

Рис. 2.

а именно двух родов: мелкие и глубокие. Они учли и влияние электического поля и вывели ВА-характеристику для больших токов в направлении пропускания, которая была в достаточной мере подтверждена экспериментально [6].

Гуса и Цигелка [7] усматривают главную причину отклонений в понижении энергии активирования носителей тока под влиянием электрического поля на основании гипотезы Волькенштейна [8] и в изменении толщины барьера с напряжением.

Весьма вероятно, что в изменении величины соответственных отклонений от значений, вытекающих из выражения (1) принимают аддитивно участие все указанные, а по всей вероятности, и дальнейшие факторы. При этом некоторую роль здесь наверное играет и то, что на практике не выполнены даже предположения 2 и 3. Назначением настоящей работы именно является исследование ВА-характеристики перехода p—n на простой модели без требования выполнения указанных условий. Рекомбинацией в самом переходе мы однако будем пренебрегать.

1. Основные соотношения

В одномерной модели перехода p—n (рис. 1) в стационарном состоянии определяются концентрации электронов и дырок, плотности тока электронов и дырок и напряженность электрического поля следующими уравнениями:

$$\frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}x} = -\frac{e}{\tau_p}(p - p_0) \tag{2,1}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_n}{\mathrm{d}x} = \frac{e}{\tau_n}(n - n_0) \tag{2,2}$$

$$i_p = eu_p pE - u_p kT \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \tag{2,3}$$

$$i_n = eu_n nE + u_n kT \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x} \tag{2,4}$$

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{e}{\varepsilon}(p - n + N_D - N_A) \tag{2,5}$$

где n, p — концентрация электронов и дырок
n_0, p_0 — равновесная концентрация электронов и дырок (при $U = 0$)
τ_n, τ_p — время жизни электронов (дырок)
N_D, N_A — концентрация ионизированных доноров (акцепторов)
ε_0 — диэлектрическая постоянная

Если не принимать во внимание электронные и дырочные ,,ловушки'' из непрерывности суммарного тока $i = i_n + i_p$

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}i_n}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}i_p}{\mathrm{d}x} = 0$$

следует[1]

$$\frac{n - n_0}{\tau_n} = \frac{p - p_0}{\tau_p} \tag{3}$$

При выводе ВА-характеристики (1) решается система уравнений (2) в однородных областях N и P, а именно при условии $E = 0$ $\left(\frac{\mathrm{d}n_0}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}p_0}{\mathrm{d}x} = 0\right)$. Таким путем при решении оказывается, что все ,,качество'' перехода характеризуется лишь одним краевым условием, вытекающим из предположения больцманновского распределения носителей заряда по энергии. Для того, чтобы при решении учесть также и некоторые конкретные свойства самого перехода p—n, мы найдем решение системы уравнений (2) и для узкой области барьера, соприкасающейся с внутренней стороной его краев (точки A и B на рис. 1), т. е. в области $0 < x < \varepsilon$ в полупроводнике типа N и $-\varepsilon < x < 0$ в полупроводнике типа P. В этих элементарных

[1] τ_n и τ_p, фигурирующие в настоящем уравнении, уже не являются постоянными материала, а параметрами, характеризующими стационарное состояние. В общем случае они являются функциями концентраций n, p. Вследствие этого данное уравнение не представляет собой уже тождества (которым оно является, если уравнения (2) написать в общем виде [9]), а уравнение, которое при расчете может заменить более сложное условие Пуассона (2, 5), как например в работе [10].

областях уже проявляется неоднородность концентрации доноров и акцепторов.

Предположим, что равновесное распределение электронов и дырок в указанных элементарных областях можно выразить следующими соотношениями:

N область

$$n_0 = n_N\, \mathrm{e}^{-ax} \tag{4,1}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = p_N\, \mathrm{e}^{ax} \tag{4,2}$$

P область

$$p_0 = p_P\, \mathrm{e}^{bx} \tag{5,1}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = n_P\, \mathrm{e}^{-bx} \tag{5,2}$$

где p_N — концентрация дырок в глубине области N (а также и в точке $x = 0$)

n_P — концентрация электронов в глубине области P (а также и в точке $x = 0$)

a, b — некоторые постоянные.

При выборе предельно узких указанных областей, можно параметры τ_n и τ_p в них считать постоянными.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением области N, так как рассуждения в области типа P аналогичны.

Из уравнений (2,3) и (2,4) следует

$$E = \frac{i}{\sigma} + kT\,\frac{u_p \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} - u_n \dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}}{\sigma} \tag{6}$$

где $\sigma = eu_n n + eu_p p$ — общая электрическая проводимость.

В рассматриваемой области $0 < x < \varepsilon$ градиенты концентраций достигают уже значительной величины, поэтому можно и при сравнительно больших значениях тока пренебречь первым членом в уравнении (6) по сравнению со вторым. Так как $n > p$, то можно писать $\sigma \approx eu_n n$ и на основании (3) мы для E получаем

$$E \approx \frac{kT}{\mathrm{e}}\left(\frac{z}{n}\,\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} + a\right) \tag{7}$$

где

$$z = \frac{u_p}{u_n}\left(1 - \frac{u_n \tau_{nN}}{u_p \tau_{pN}}\right) = \frac{u_p}{u_n}\left(1 - \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right)$$

Символом L_{nN} мы формально обозначили расстояние диффузии электронов в области N, т. е. расстояние диффузии майоритных носителей, L_{pN} — расстояние диффузии дырок в области N, т. е. расстояние диффузии миноритных носителей.

Подставляя (7) в уравнение (2,1) и преобразуя, мы для концентрации дырок в области $0 < x < \varepsilon$ получаем дифференциальное уравнение [11]

$$\frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}x^2} - a\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} - \frac{1}{L_p^2}(p - p_N\,\mathrm{e}^{ax}) = 0^2 \tag{8}$$

В области $-\infty < x < 0$ имеет место уравнение

$$\frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}x^2} - \frac{1}{L_p^2}(p - p_N) = 0 \tag{9}$$

вытекающее из уравнения (8) при $a = 0$, так как равновесные концентрации в этой области постоянные.

2. Граничные условия и решение уравнений (8) и (9)

Исходя из предположения, что к распределению миноритных носителей заряда в приложенном поле можно применить статистику Больцманна, мы можем граничные условия записать следующим образом

$$x \to -\infty, \qquad p_1 = p_N \tag{10,1}$$

$$x = 0, \qquad p_1 = p_2, \qquad \frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}p_2}{\mathrm{d}x} \tag{10,2}$$

$$x = \varepsilon, \qquad p_2 = p_N\,\mathrm{e}^{a\varepsilon}\,.\,\mathrm{e}^{\frac{eU'}{kT}} \tag{10,3}$$

где U' — приложенное напряжение, приходящееся на область $x > \varepsilon$. Для бесконечно малого значения ε мы получаем:

$$\lim_{\varepsilon\to 0} p_2 = p_N\,\mathrm{e}^{\frac{eU}{kT}}$$

где U — напряжение, приходящееся на весь переход p—n т. е. практически все приложенное напряжение.

---

[2] В сущности это уравнение охватывает только второй член выражения (7). Однако, принимая во внимание то обстоятельство, что концентрация майоритных носителей заряда изменяется весьма мало и при значительном приложенном поле, можно считать что и при возрастании концентрации дырок в приложенном поле до значения $\sim n$ было бы

$$\frac{z}{n}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \approx a\frac{u_p}{u_n} \approx a$$

почему и можно считать указанное приближение обоснованным.

Решениями уравнений (8) и (9), удовлетворяющими граничным условиям (10), будут

$$p_1 = p_N\left[1 + \frac{(\alpha-\beta)\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}\left(\mathrm{e}^{\frac{eU'}{kT}} - 1\right) + a\,(\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon} - \mathrm{e}^{\beta\varepsilon})}{(\alpha-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\beta\varepsilon} - (\beta-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}}\,\mathrm{e}^{\alpha_0 x}\right] \tag{11}$$

$$p_2 = p_N\left[\mathrm{e}^{ax} - \frac{(\beta-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}\left(\mathrm{e}^{\frac{eU'}{kT}} - 1\right) + a\,\mathrm{e}^{\beta\varepsilon}}{(\alpha-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\beta\varepsilon} - (\beta-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}}\,\mathrm{e}^{\alpha x} + \right.$$

$$\left. + \frac{(\alpha-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}\left(\mathrm{e}^{\frac{eU'}{kT}} - 1\right) + a\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}}{(\alpha-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\beta\varepsilon} - (\beta-\alpha_0)\,\mathrm{e}^{\alpha\varepsilon}}\,\mathrm{e}^{\beta x}\right] \tag{12}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{1}{L_p}, \qquad \alpha = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{L_p^2}}$$

$$\beta = \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{L_p^2}}$$

Подобные выражения (вплоть до знака) мы бы получили и для концентрации электронов в области P.

3. ВА-харектеристика

Доля общего тока, проходящего через переход p—n, вносимая областью N на основании (2,3) и (2,4) будет

$$i_N = i_{nN} + i_{pN} = \sigma E + kT\left(u_n\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x} - u_p\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right) \tag{13}$$

Следовательно, суммарный ток из области N (аналогично и из области P) имеет с формальной точки зрения три составляющие: омическую, диффузную майоритную и диффузную миноритную. При выводе ВА-характеристики (1) учитывается только последняя часть. Омическая не принимается во внимание, потому что полагается $E \to 0$, но для пренебрежения диффузной майоритной составляющей фактически не имеется довода, так как наоборот, $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}$ имеет значительную величину. Для поведения p—n перехода явно более характерна область $0 < x < \varepsilon$ чем однородная область $-\infty < x < 0$, поэтому мы определим общее значение тока при помощи его значения в точке $x = \varepsilon$. Однако, для того, чтобы в соответсвующей характеристике фигурировало все приложенное напряжение, т. е. известное напряжение, мы будем величину, высчитанную указанным способом стремить к точке $x \to 0$.[3]

В результате описанного мы после простых операций получаем для области N

$$i_N(0) = \lim_{\varepsilon \to 0} i_N(\varepsilon) = \frac{u_p kT p_N}{L_{pN}} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)\left[1 - aL_{pN}\left(1 + \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right) - \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right] \quad (13{,}1)$$

и аналогично для области P

$$i_P(0) = \lim_{\varepsilon \to 0} i_P(\varepsilon) = \frac{u_n kT n_P}{L_{nP}} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)\left[1 - bL_{nP}\left(1 + \frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2}\right) - \frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2}\right] \quad (13{,}2)$$

По предположению при переходе через барьер рекомбинация носителей заряда не имеет места, поэтому суммарный протекающий через переход $p—n$ ток будет дан суммой (13,1) и (13,2). ВА-характеристика имеет, следовательно, вид

$$i = kT\left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)\left\{\left[1 - aL_{pN}\left(1 + \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right) - \frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2}\right]\frac{u_p p_N}{L_{pN}} + \right.$$
$$\left. + \left[1 - bL_{nP}\left(1 + \frac{L_{pP}^2}{L_{pP}^2}\right) - \frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2}\right]\frac{u_n n_P}{L_{nP}}\right\} \quad (14)$$

Эта ВА-характеристика отличается от идеальной ВА-характеристики (1) двумя добавочными членами в каждой скобке — из них первый характеризует влияние омического, а второй влияние диффузного тока майоритных носителей заряда. Почти вся величина диффузного тока майоритных носителей заряда, т. е. второй член в уравнении (13), взаимно уничтожается с омической частью тока майоритных носителей заряда; это значит, что практически все внешнее электрическое поле компенсируется электрическим полем, возникающим от диффузии майоритных носителей заряда. Так как в этом случае мы имеем дело с однополярной диффузией, достаточно и незначительного уклонения концентрации майоритных носителей заряда от ее равновесного значения, чтобы могло компенсироваться и внешнее электрическое поле значительной величины.

Диффузия дырок, характеризируемая расстоянием диффузии L_{pN} в области N, равно как и диффузия электронов в области P, не имеют полярного характера, потому что они имеют место в областях с большой концентрацией свободных зарядов обратного знака, которые быстро компенсируют

---

[3] Между первоначальным выводом ВА-характеристики, данным Шокли, и нашим имеется с математической точки зрения та разница, что в первом случае ток в точке $x = 0$ определяется как предел слева (т. е. на основании характеристик однородной области), в то время как во втором случае — как предел справа (т. е. на основании характеристик соседней неоднородной области самого перехода).

возникающий пространственный заряд. Поэтому ясно, что поскольку $n > p$ в точке A и $p > n$ в точке B, всегда будет

$$\frac{L_{nN}}{L_{pN}} \ll 1, \qquad \frac{L_{pP}}{L_{nP}} \ll 1 \tag{15}$$

Если для ориентации взять $L_{pN} \approx L_{nP} \approx L \approx 0{,}01$ cm, то выходит $1/L \approx 100$, поэтому в рассматриваемой элементарной области будет наверное выполняться условие

$$aL < 1$$

Итак, в общем случае эти два добавочных члена играют роль поправочных факторов и если ими полностью пренебречь, то из (14) мы получим идеальную ВА-характеристику перехода (1).

При более высоких напряжениях в направлении пропускания неравенство (15) уже не обязательно справедливо. Ведь напр. в германии при $n_{0N} \approx 10^{17}$ cm^{-3}, $p_{0N} = \dfrac{n_i^2}{n_{0N}} \approx 10^{10}$ cm^{-3} уже при напряжении $U \approx 0{,}3$ V будет

$$p(0) = p_{0N}\, e^{\frac{eU}{kT}} \approx (10^{16} - 10^{17})\ \mathrm{cm}^{-3}$$

в то время как концентрация электронов изменится лишь на часть порядка величины. При таком положении вещей по обеим сторонам барьера уже фактически происходит диффузия, характерная для полупроводника, близкого к собственному. Расстояния диффузии как миноритных, так майоритных носителей, становятся сравнимыми по величине. Соответствующие поправочные члены поэтому растут с возрастающим напряжением, вследствие чего общий ток в направлении пропускания возрастает медленнее, чем это вытекает из идеальной ВА-характеристики (1). Такой именно эффект и подтверждается измерением.

Из выражения (14) следует, что даже при равенстве двух составных частей тока в направлении запирания согласно (1) в действительности носители заряда не участвуют в одинаковой мере в переносе тока, так как ясно, что эти два поправочных фактора не возрастают с приложенным напряжением одинаково быстро. Так напр. в теоретически мыслимом случае $\tau_n = \tau_p$ мы получим

$$\frac{L_{nN}^2}{L_{pN}^2} \approx \frac{u_n}{u_p} < 1$$

$$\frac{L_{pP}^2}{L_{nP}^2} \approx \frac{u_p}{u_n} > 1$$

В направлении запирания оба поправочных фактора далее уменьшаются, так как области майоритных носителей в $x = 0$ содержат далее все меньше миноритных носителей. Поэтому ток в направлении запирания растет с возрастающим напряжением. Кажется, однако, что возрастание, вызванное этим фактором, имеет лишь второстепенное значение и что для объяснения действительной величины уклонения от идеальной ВА-характеристики нужно учесть приведенные выше эффекты.

Заключение

В работе выводится ВА-характеристика перехода $p-n$ в предложении простого экспоненциального закона изменения равновесной концентрации электронов и дырок в узкой области по краям перехода. Притом учитывается и омическая составляющая тока, а также составляющая, образованная диффузионным током майоритных носителей заряда. Обращается внимание на то, что ВА-характеристика (14) может содействовать объяснению уклонений измеренных величин от величин, вытекающих из идеальной ВА-характеристики. Ввиду того, что в литературе не имеется данных относительно измеренных значений параметров, фигурирующих в соотношении (14), пришлось ограничиться лишь качественным объяснением.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Shockley W., Bell System Techn. 28 (1949), 435.
[2] Tauc J., Čs. Čas. Fyz. 4 (1954), 158.
[3] *Полупроводники в науке и технике II*, ИАН СССР, Москва—Ленинград 1957.
[4] Kleinknecht H., Seiler K., Zeitschrift für Physik, 139 (1954).
[5] Толпыго К. Б., Рашба Е. У., ЖТФ 26 (1956).
[6] Косенко Б. Е., ЖТФ 27 (1957), 452.
[7] Husa V., Cihelka J., Elektrotechn. obz. 48 (1959), 379.
[8] Волькенштейн Ф. Ф., *Электропроводность полупроводников*, Москва 1947.
[9] Губанов А. И., *Теория выпрямляющего действия полупроводников*, ГИТТЛ, Москва 1956.
[10] Davydov V., Techn. Phys. 9 (1936), 477.
[11] Krempaský J., Čs. Čas. Fyz. 9 (1959), 487.

Поступило в редакцию 26. 1. 1960.

Katedra fyziky Slovenskej vysokej školy technickej v Bratislave

ON THE DERIVATION OF VA-CHARACTERISTIC OF $p-n$ JUNCTION

JÚLIUS KREMPASKÝ

Summary

The VA-characteristic of $p-n$ junction with respect to electric field intensity was derived. This characteristic can partly explain the deviation of measured values from the ideal VA-characteristic.